



УДК 681.2 (075.8): 681.5(075.8): 006.91(075.8)

А.П. Парамзин

ВКГТУ, г. Усть-Каменогорск

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ПАРАМЕТРОВ АКТИВНОГО КОРРЕКТОРА
НА ЧАСТОТНЫЕ ПОГРЕШНОСТИ ЗАМКНУТОЙ АВТОМАТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Системы, предназначенные для работы в широком частотном диапазоне, характеризуются частотными погрешностями – амплитудной и фазовой. Например, пусть у системы (рис. 1) с коэффициентом отрицательной обратной связи β_1 передаточная функция $K_1(p)$ имеет вид (1)

$$K_1(p) = \frac{K_{10}}{(1 + \tau p)^2}, \quad (1)$$

где K_{10} – статический коэффициент усиления (передачи);

p – оператор Лапласа;

τ – постоянная времени.

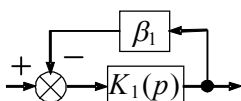


Рис. 1

Тогда передаточная функция замкнутой системы

$$K(p) = \frac{K_{10}}{1 + \beta_1 K_{10} + 2\tau p + \tau^2 p^2},$$

а выражение амплитудно-фазовой частотной характеристики имеет вид

$$K(j\omega) = \frac{K_{10}}{1 + \beta_1 K_{10} - \tau^2 \omega^2 + j2\tau\omega} \quad \text{или} \quad K(j\nu) = \frac{K_{10}}{1 + \beta_1 K_{10} - \nu^2 + j2\nu}, \quad (2)$$

где ω – круговая частота (вводится заменой $p = j\omega$); $\nu = \omega\tau$ – безразмерная частота.

Из (2) выводятся выражения амплитудной частотной и фазовой частотной характеристик, соответственно:

$$A(\nu) = |K(j\nu)| = \frac{K_{10}}{\sqrt{(1 + \beta_1 K_{10} - \nu^2)^2 + 4\nu^2}}; \quad \varphi(\nu) = \arg K(j\nu) = -\arctg \frac{2\nu}{1 + \beta_1 K_{10} - \nu^2},$$

причём в статическом режиме, когда $\nu = 0$

$$A(0) = \frac{K_{10}}{1 + \beta_1 K_{10}}; \quad \varphi(0) = 0.$$

Тогда относительная амплитудная частотная погрешность и фазовая частотная погрешность $\Delta\varphi$ (град) замкнутой системы примут вид

$$\Delta A(\nu) = \frac{A(0) - A(\nu)}{A(0)} = 1 - \frac{1 + \beta_1 K_{10}}{\sqrt{(1 + \beta_1 K_{10} - \nu^2)^2 + 4\nu^2}};$$

$$\Delta\varphi(\nu) = \varphi(\nu) = -\arctg \frac{2\nu}{1 + \beta_1 K_{10} - \nu^2}. \quad (3)$$

Характер изменения $\Delta A(\nu)$ и $\Delta\varphi(\nu)$ при $\beta_1 K_{10} = 100$ (значение взято произвольно) проиллюстрирован на рис. 2. Особенность проектирования рассматриваемой системы заключается в том, что рабочим считается диапазон частот от $\nu = 0$ до $\nu = 1$, когда $\omega = 1/\tau$. Так как погрешности достигают максимальных значений на верхней границе диапазона рабочих частот, то именно на них устанавливаются ограничения сверху в задании на проектирование системы.

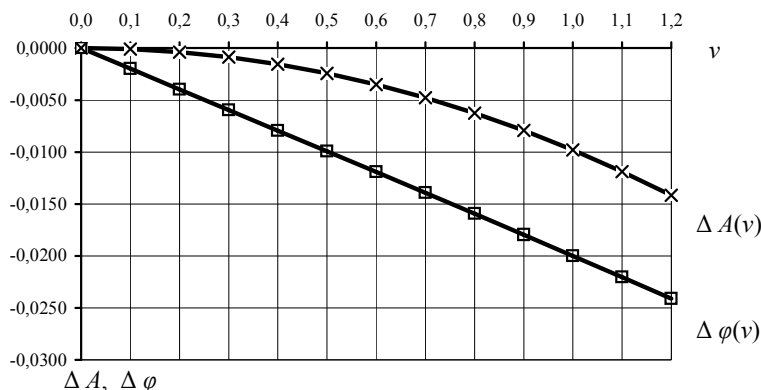


Рис. 2. Зависимости относительной амплитудной частотной погрешности и фазовой частотной погрешности от частоты

Уменьшить частотные погрешности можно за счёт увеличения значения $\beta_1 K_{10}$. Однако такое увеличение автоматически приводит к повышению порядка передаточной функции (1) и, как следствие, к уменьшению запасов устойчивости или к потере устойчивости. В итоге приходится принимать дополнительные меры по коррекции системы, что в случае сохранения неизменной структуры (рис. 1) может свести к нулю эффект от увеличения усиления. Достичь поставленной цели можно с помощью преобразования структуры (рис. 1) к виду (рис. 3), где фрагмент с передаточной функцией $K_2(p) + 1 = K_{\text{ПП}}(p)$ выполняет роль активного корректора, который содержит дополнительный канал $K_2(p)$ и прямую единичную передачу (ПП). Происхождение данной структуры, её анализ и синтез подробно рассмотрены во многих работах автора, в том числе в [1,2]. В частности, при

$$K_1(p) = K_{10}/(1+\tau p)^2, \quad K_2(p) = K_{20}/(1+\tau p)^2 \quad (4)$$

с учётом стандартных запасов устойчивости по модулю и фазе установлено следующее соотношение между статическими коэффициентами усиления:

$$\beta_1 K_{10} / K_{20} \geq 12 \text{ или } 20 \lg \beta_1 K_{10} - 20 \lg K_{20} \geq 21,6 \text{ дБ.} \quad (5)$$

Целью статьи является определение влияния параметров активного корректора на частотные погрешности системы со структурой (рис. 3).

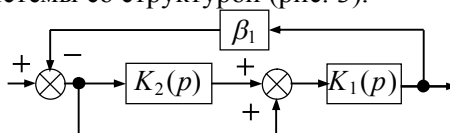


Рис. 3. Замкнутая автоматическая система с активным корректором

Передаточная функция системы (рис. 3) имеет вид

$$K_{\Sigma}(p) = \frac{K_1(p)[K_2(p)+1]}{1 + \beta_1 K_1(p)[K_2(p)+1]}, \quad (6)$$

откуда с учётом принятых выше обозначений и замен выводятся выражения амплитудной частотной и фазовой частотной характеристик, соответственно:

$$A_{\Sigma}(v) = \frac{K_{10} \sqrt{(K_{20} + 1 - v^2)^2 + 4v^2}}{\sqrt{[\beta_1 K_{10}(K_{20} + 1) + 1 - (\beta_1 K_{10} + 6)v^2 + v^4]^2 + [2(\beta_1 K_{10} + 2)v - 4v^3]^2}};$$

$$\varphi_{\Sigma}(v) = \operatorname{arctg} \frac{2v}{K_{20} + 1 - v^2} - \operatorname{arctg} \frac{2(\beta_1 K_{10} + 2 - 2v^2)v}{\beta_1 K_{10}(K_{20} + 1) + 1 - (\beta_1 K_{10} + 6)v^2 + v^4}, \quad (7)$$

и на верхней границе диапазона рабочих частот, где $v = 1$:

$$A_{\Sigma}(1) = \frac{K_{10} \sqrt{K_{20}^2 + 4}}{\sqrt{(\beta_1 K_{10} K_{20} - 4)^2 + (2\beta_1 K_{10})^2}}; \quad \varphi_{\Sigma}(1) = \operatorname{arctg} \frac{2}{K_{20}} - \operatorname{arctg} \frac{2\beta_1 K_{10}}{\beta_1 K_{10} K_{20} - 4}. \quad (8)$$

Тогда выражения относительной амплитудной частотной и фазовой частотной погрешностей при $v = 1$ будут иметь вид:

$$\Delta A_{\Sigma}(1) = \frac{A_{\Sigma}(0) - A_{\Sigma}(1)}{A_{\Sigma}(0)} = 1 - \frac{[1 + \beta_1 K_{10}(K_{20} + 1)] \sqrt{K_{20}^2 + 4}}{(K_{20} + 1) \sqrt{(\beta_1 K_{10} K_{20} - 4)^2 + (2\beta_1 K_{10})^2}};$$

$$\Delta \varphi_{\Sigma}(1) = \operatorname{arctg} \frac{2}{K_{20}} - \operatorname{arctg} \frac{2\beta_1 K_{10}}{\beta_1 K_{10} K_{20} - 4}. \quad (9)$$

Если в системе (рис. 3) в процессе проектирования удалось достичь значения $\beta_1 K_{10} = 100$, то на основании (5) с целью снижения частотных погрешностей имеется возможность ввести дополнительное усиление $K_{20} < 10$ (строго $K_{20} \leq \beta_1 K_{10} / 12 \leq 8,33$). Зависимости частотных погрешностей от значений K_{20} в интервале 1 - 10 для $\beta_1 K_{10} = 100$ на границе диапазона рабочих частот ($v = 1$) представлены на рис. 4. Хотя факт уменьшения частотных погрешностей с ростом общего статического коэффициента усиления разомкнутой системы $\beta_1 K_{10}(K_{20} + 1)$ очевиден и вытекает из общей теории замкнутых автоматических систем, приведенные выше соотношения, применительно к конкретной структурной схеме системы (рис. 3), могут выступать в роли инструментария проектировщика.

Относительно фазовой частотной погрешности можно сделать следующее замечание: характеризующие её математические выражения не учитывают реальной задержки в прохождении сигнала со входа системы на её выход, когда определяющую роль играют пространственные характеристики.

Рассмотрим вариант проектирования частотных характеристик обоих каналов системы (рис. 3) оптимально по Боде.

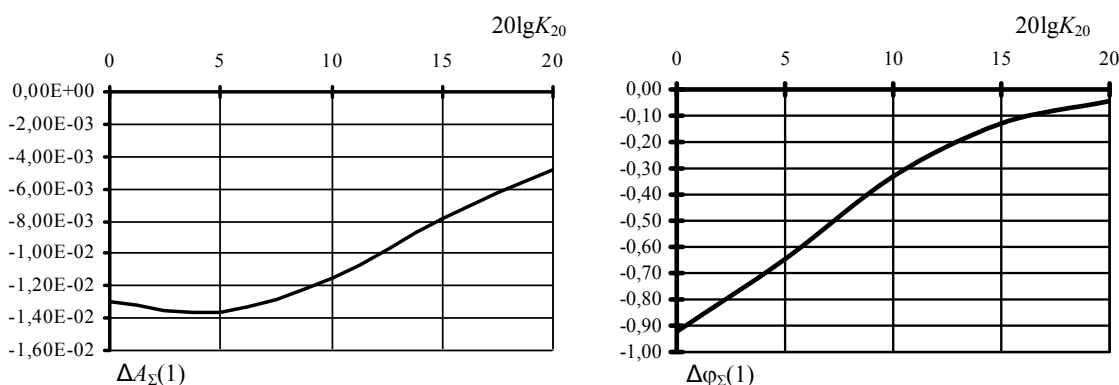


Рис. 4. Зависимости частотных погрешностей для $\beta_1 K_{10} = 100$ и изменений коэффициента усиления канала активного корректора в пределах 1 – 10 на границе диапазона рабочих частот ($\nu = 1$) при аperiodической коррекции каждого канала

В цитируемых источниках установлено следующее соотношение между статическими коэффициентами усиления каналов:

$$\beta_1 K_{10} / K_{20} \geq 9 \text{ или } 20 \lg \beta_1 K_{10} - 20 \lg K_{20} \geq 19,4 \text{ дБ.} \quad (10)$$

Математическое описание первого участка оптимального среза Боде в частотном диапазоне $\nu \leq 1$ имеет вид:

$$K_1(\nu) = K_{10}; \quad K_2(\nu) = K_{20}; \quad \varphi_1(\nu) = \varphi_2(\nu) = \varphi(\nu) = -2y \cdot \arctg \frac{\nu}{\sqrt{1-\nu^2}}, \quad (11)$$

и на верхней границе рабочего диапазона частот при $y = 5 / 6$ [1]:

$$K_1(1) = K_{10}; \quad K_2(1) = K_{20}; \quad \varphi_1(1) = \varphi_2(1) = -2y \cdot 90^\circ = -150^\circ. \quad (12)$$

Выразим амплитудно-фазовые частотные характеристики каналов системы (рис. 3), спроектированных оптимально по Боде, следующим образом:

$$K_i(j\nu) = K_i(\nu) e^{j\varphi(\nu)} = K_i(\nu) [\cos \varphi(\nu) + j \sin \varphi(\nu)], \quad i = 1, 2. \quad (13)$$

После преобразований, аналогичных выполненным выше, получим выражения амплитудной частотной и фазовой частотной характеристик, соответственно:

$$A_\Sigma(\nu) = \frac{K_{10} \sqrt{[K_{20} (\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi) + \cos \varphi]^2 + (\sin^2 \varphi) (2K_{20} \cos \varphi + 1)^2}}{\sqrt{[1 + \beta_1 K_{10} K_{20} (\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi) + \beta_1 K_{10} \cos \varphi]^2 + (\beta_1 K_{10} \sin \varphi)^2 (2K_{20} \cos \varphi + 1)^2}};$$

$$\varphi_\Sigma(\nu) = \arctg \frac{\sin \varphi (2K_{20} \cos \varphi + 1)}{K_{20} (\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi) + \cos \varphi} - \arctg \frac{(\beta_1 K_{10} \sin \varphi) (2K_{20} \cos \varphi + 1)}{1 + \beta_1 K_{10} K_{20} (\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi) + \beta_1 K_{10} \cos \varphi}, \quad (14)$$

а из них получаем выражения относительной амплитудной частотной и фазовой частотной погрешностей при $\nu = 1$:

$$\Delta A_\Sigma(1) = \frac{A_\Sigma(0) - A_\Sigma(1)}{A_\Sigma(0)} = 1 - \frac{2[1 + \beta_1 K_{10} (K_{20} + 1)] \sqrt{K_{20}^2 - \sqrt{3} K_{20} + 1}}{(K_{20} + 1) \sqrt{(2 + \beta_1 K_{10} K_{20} - \sqrt{3} \beta_1 K_{10})^2 + (\beta_1 K_{10})^2 (1 - \sqrt{3} K_{20})^2}};$$

$$\Delta\varphi_{\Sigma}(1) = \arctg \frac{\sqrt{3}K_{20} - 1}{K_{20} - \sqrt{3}} - \arctg \frac{\beta_1 K_{10} (\sqrt{3}K_{20} - 1)}{2 + \beta_1 K_{10} K_{20} - \sqrt{3}\beta_1 K_{10}}. \quad (15)$$

Пусть в системе (рис.3) с каналами, спроектированными по Боде, удалось достичь значения $\beta_1 K_{10} = 100$, тогда на основании (10) с целью снижения частотных погрешностей имеется возможность ввести дополнительное усиления $K_{20} < 11$ (строго $K_{20} \leq \beta_1 K_{10} / 9 \leq 11,11$). Зависимости частотных погрешностей от значений K_{20} в интервале 1 - 10 для $\beta_1 K_{10} = 100$ на границе диапазона рабочих частот ($\nu = 1$) представлены на рис. 5.

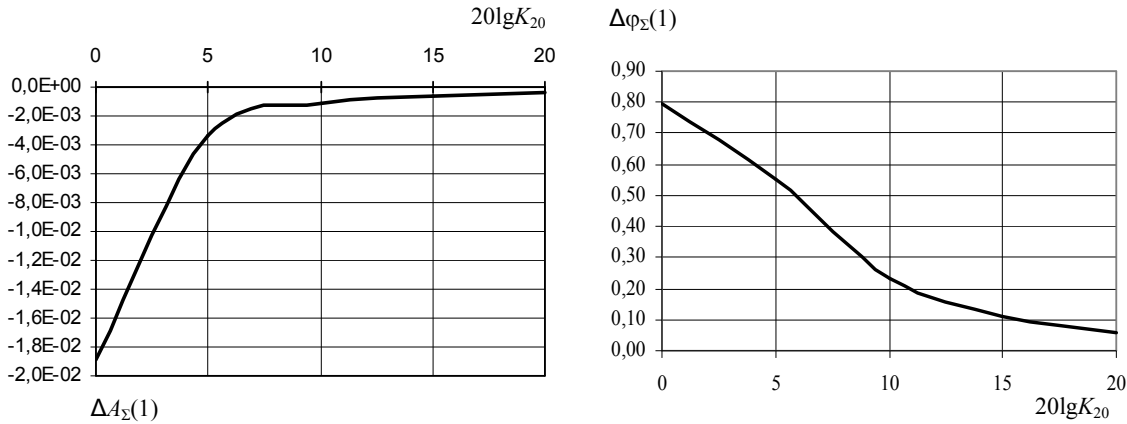


Рис. 5. Зависимости частотных погрешностей для $\beta_1 K_{10} = 100$ и изменений коэффициента усиления канала активного корректора в пределах 1 – 10 на границе диапазона рабочих частот ($\nu=1$) при проектировании каждого канал оптимально по Боде

Список литературы

1. Парамзин А.П., Сергеев В.М. Оптимизация частотных характеристик в замкнутых системах аддитивной коррекции погрешностей по входу // Проблемы технического прогресса и экологии в строительстве и других отраслях экономики Казахстана: Сб. науч. тр. / ВКТУ. – Усть-Каменогорск, 1998.
2. Парамзин А.П., Сергеев В.М. Максимизация глубины обратной связи в системах аддитивной коррекции по входу // Проблемы технического прогресса и экологии в строительстве и других отраслях экономики Казахстана: Сб. науч. тр. / ВКТУ. – Усть-Каменогорск, 1998.

Получено 10.11.05

