

## ГЛАВА 5

### С Д В И Г

#### § 5.1. Напряжения и деформации при сдвиге

В § 4.2 было рассмотрено напряженно-деформированное состояние, при котором на двух взаимно перпендикулярных площадках в окрестности точки тела действуют только касательные напряжения (рис.4.10,*а*). Такое напряженно-деформированное состояние называется чистым сдвигом. Напомним, что чистый сдвиг соответствует действию двух равных по величине и противоположных по знаку главных напряжений  $\sigma_1 = \tau$ ,  $\sigma_2 = -\tau$  (рис.4.10,*б*), причем площадки чистого сдвига наклонены к главным площадкам под углами  $\alpha = \pm 45^\circ$ .

Касательные напряжения вызывают деформации сдвига  $\gamma$ , которые представляют собой искажения прямых углов граней элементарного параллелепипеда (рис.4.17). Касательные напряжения и угловые деформации связаны между собой законом Гука при сдвиге

$$\tau = G\gamma, \quad (5.1)$$

где  $G$  – модуль сдвига, который связан с модулем упругости  $E$  и коэффициентом Пуассона  $\nu$  соотношением (4.23).

Приведем также формулу для удельной потенциальной энергии при чистом сдвиге. Так как при сдвиге изменение объема не происходит, то полная удельная энергия  $U_0$  равна энергии изменения формы  $U_0^\phi$ . В этом можно убедиться, положив в формулах (4.43)  $\tau_{xy} = 0$ ,  $\sigma_x = \sigma_1 = \tau$ ,  $\sigma_y = \sigma_2 = -\tau$ . В результате получим

$$U_0 = U_0^\phi = \frac{(1 + \nu)\tau^2}{E} = \frac{\tau^2}{2G}. \quad (5.2)$$

Чистый сдвиг встречается на практике достаточно редко. Как правило, сдвиг сопровождается другими видами деформаций: растяжением, сжатием, изгибом. Однако, для некоторых элементов конструкций касательные напряжения, вызывающие сдвиг, имеют решающее значение для прочности, а нормальные напряжения невелики и в приближенных расчетах не учитываются. В зависимости от вида конструктивного элемента и свойств материала расчеты на сдвиг называют также расчетами на *срез* или *скальвание*.

В инженерной практике на сдвиг рассчитываются соединительные элементы конструкций: болты, заклепки, сварные швы, врубки, шпонки. Действительная работа этих элементов весьма сложна, поэтому при практических расчетах вводятся различные упрощения. Достоверность и надежность упрощенных методов расчета подтверждается многочисленными экспериментальными исследованиями.

Ниже рассмотрен расчет некоторых элементов соединений конструкций, работающих на сдвиг.

## § 5.2. Расчет болтовых и заклепочных соединений

Болты и заклепки применяются для соединения между собой элементов металлических конструкций. Наиболее часто встречающиеся типы соединений, передающие растягивающую или сжимающую силу, показаны на рис.5.1. На рис.5.1,*а* показано соединение двух листов внахлестку, где каждый болт или заклепка при разрушении срезается по одной из плоскостей контакта соединяемых листов. Такие болты и заклепки называются *односрезными*.

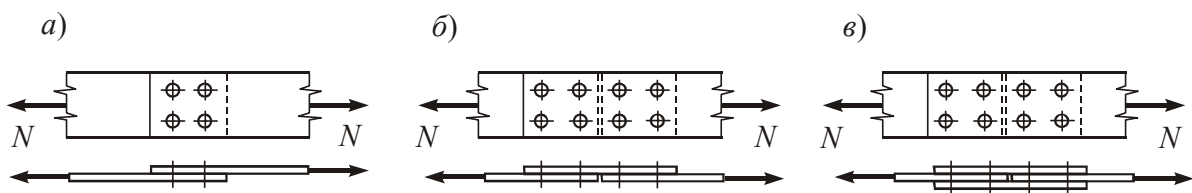


Рис.5.1

На рис.5.1,*б* показано соединение встык листов с одной накладкой. Болты или заклепки также односрезные. На рис.5.1,*в* показано соединение встык с двумя накладками. Срез происходит по двум плоскостям контакта накладок и соединяемых листов. В этом случае болты и заклепки являются *двухсрезными*.

В методах расчета болтов и заклепок нет принципиальных различий.

В качестве примера рассмотрим работу односрезного болта или заклепки, соединяющей два листа (рис.5.2,*а, б*).

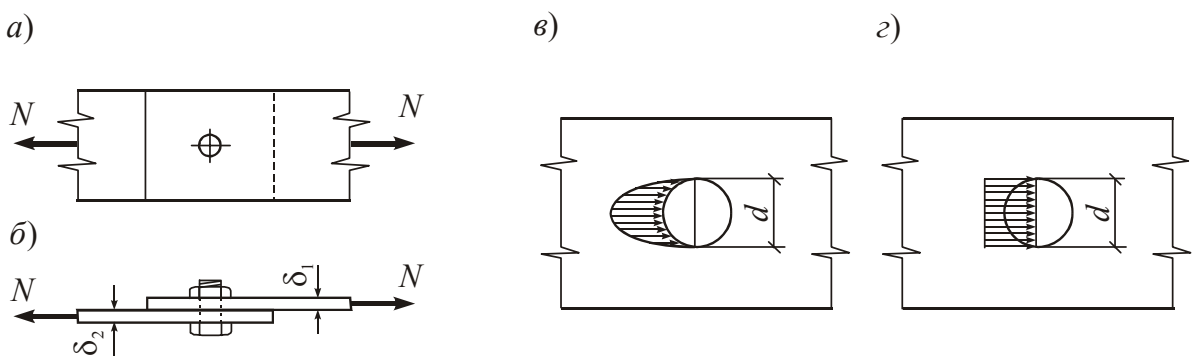


Рис.5.2

При расчете предполагается, что касательные напряжения равномерно распределены по площади среза болта или заклепки. Площадь среза односрезного болта или заклепки диаметром  $d$  равна  $F = \pi d^2/4$ . Тогда расчетное усилие, которое может быть воспринято односрезным болтом или заклепкой из условия прочности при срезе, определяется по формуле

$$N_{cp} \leq \gamma_c R_{cp} \frac{pd^2}{4}, \quad (5.3)$$

где  $R_{cp}$  – расчетное сопротивление срезу материала болта или заклепки,  $\gamma_c$  – коэффициент условий работы.

Помимо среза возможно нарушение соединения вследствие *смятия* болта, заклепки или соединяемых листов в месте их контакта. Под смятием понимают местные пластические деформации, происходящие на поверхностях контакта. Смятие происходит по полуцилиндрической поверхности контакта, и напряжения смятия распределяются по ней неравномерно (рис.5.2,в). Для упрощения в расчет вводится условное напряжение смятия, равномерно распределенное по площади диаметрального сечения  $F = d\delta$  (рис.5.2,г), где  $\delta$  – меньшая из толщин соединяемых листов. Тогда расчетное усилие, которое может быть воспринято стыком из условия прочности при смятии, определяется по формуле

$$N_{cm} \leq \gamma_c R_{cm}, \quad (5.4)$$

где  $R_{cm}$  – расчетное сопротивление смятию соединяемых элементов.

За расчетное усилие, которое может быть воспринято стыком, принимается меньшее из усилий  $N_{cp}$  и  $N_{cm}$ .

В общем случае, когда стык состоит из нескольких элементов, соединенных болтами или заклепками, предполагается, что продольное усилие, действующее на стык, распределяется поровну между болтами или заклепками.

Расчетные усилия, которые могут быть восприняты стыком из условий прочности при срезе и смятии, определяются по формулам

$$N_{cp} \leq \gamma_c R_{cp} n n_{cp} \frac{pd^2}{4}; \quad (5.5)$$

$$N_{cm} \leq \gamma_c R_{cm} n d \Sigma \delta, \quad (5.6)$$

где  $n$  – число болтов или заклепок, работающих в одном направлении;  $n_{cp}$  – число плоскостей среза болта или заклепки;  $\Sigma \delta$  – наименьшая суммарная толщина элементов, сминаемых в одном направлении.

Расчетные сопротивления срезу болтов и смятию элементов, соединяемых болтами, коэффициенты условий работы и конструктивные рекомендации (выбор типов и диаметров болтов, их размещение и т.п.) приведены в СНиП. Отметим, что заклепочные соединения в строительных конструкциях в настоящее время практически не применяются.

**Пример 5.1.** Определим расчетное усилие, которое может воспринять стык из трех стальных листов, соединенных четырьмя болтами диаметром  $d = 16$  мм (рис.5.3).

Расчетное сопротивление болтов срезу  $R_{cp} = 190$  МПа = 19 кН/см<sup>2</sup>. Расчетное сопротивление смятию элементов, соединяемых болтами,  $R_{cm} = 430$  МПа = 43 кН/см<sup>2</sup>. Коэффициент условий работы  $\gamma_c = 1$ .

В данном случае болты являются двухсрезными и  $n_{cp} = 2$ , наименьшая толщина элементов, сминаемых в одном направлении, равна толщине среднего листа  $\delta = 1$  см,  $n = 4$ . При этих данных по формулам (5.5) и (5.6) находим

$$N_{cp} \leq 1 \cdot 19 \cdot 4 \cdot 2 \cdot \frac{3,14 \cdot 1,6^2}{4} = 305 \text{ кН};$$

$$N_{cm} \leq 1 \cdot 43 \cdot 4 \cdot 1,6 \cdot 1 = 275 \text{ кН}.$$

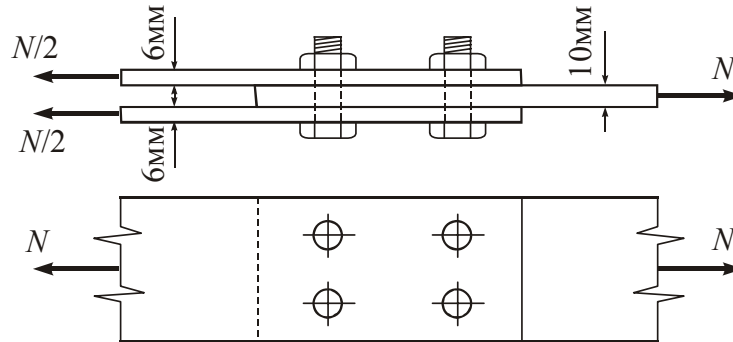


Рис.5.3

Полагаем, что прочность самих соединяемых элементов обеспечена. Тогда расчетное усилие, которое может воспринять стык,  $N = N_{cm} = 275$  кН.

**Пример 5.2.** Определим количество болтов, необходимое для соединения пакета из четырех стальных листов (рис.5.4). Диаметр болтов  $d = 16$  мм. Расчетное сопротивление болтов срезу  $R_{cp} = 190$  МПа =  $19$  кН/см<sup>2</sup>. Расчетное сопротивление смятию  $R_{cm} = 430$  МПа =  $43$  кН/см<sup>2</sup>,  $\gamma_c = 1$ ,  $N = 150$  кН.

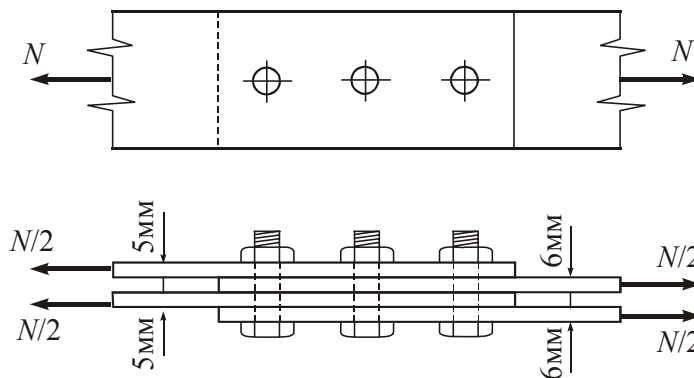


Рис.5.4

В данном случае болты являются трехсрезными и  $n_{cp} = 3$ . Наименьшая суммарная толщина элементов, сминаемых в одном направлении,  $\sum\delta = 2 \cdot 0,5 = 1$  см. По формулам (5.5) и (5.6) находим необходимое число болтов из условий прочности при срезе и смятии

$$n \geq \frac{4N}{\gamma_c R_{cp} \pi d^2 n_{cp}} = \frac{4 \cdot 150}{1 \cdot 19 \cdot 3,14 \cdot 1,6^2 \cdot 3} = 1,3;$$

$$n \geq \frac{N}{\gamma_c R_{cm} d \sum\delta} = \frac{150}{1 \cdot 43 \cdot 1,6 \cdot 1} = 2,2.$$

Принимаем  $n = 3$ .

### § 5.3. Расчет сварных соединений с угловыми швами

Сварные соединения элементов конструкций обладают рядом преимуществ по сравнению с болтовыми и заклепочными соединениями. Они не создают ослаблений соединяемых элементов отверстиями, менее трудоемки в изготовлении и поэтому являются более технологичными.

Принципы расчета сварного соединения рассмотрим на примере соединения внахлестку двух стальных листов с помощью угловых швов, которые в основном работают на срез (рис.5.5).

Будем считать, что передача усилия  $N$  с одного из свариваемых элементов на другой происходит равномерно по длине шва.

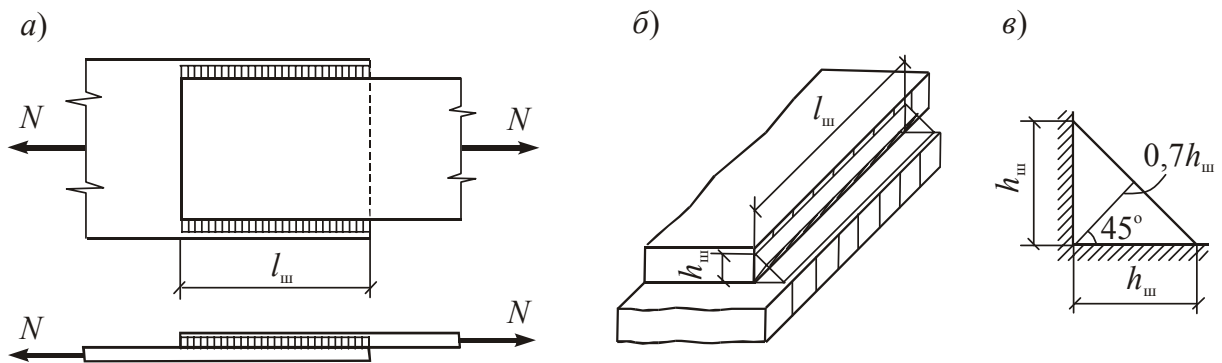


Рис.5.5

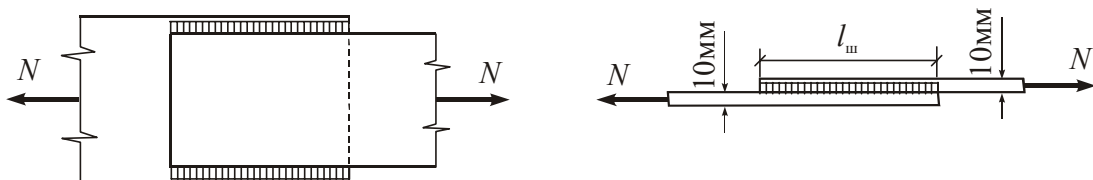
Обычно предлагается, что поперечное сечение углового шва (если не учитывать наплыв металла в виде валика) представляет собой прямоугольный треугольник с катетом, равным  $h_w$  (рис.5.5,б,в). При сдвиге одного из соединяемых элементов относительно другого наиболее вероятен срез по наименьшей площади продольного сечения шва, проходящего через биссектрису прямого угла. Эта площадь (на рис.5.5,б она заштрихована) равна  $l_w h_w \cos 45^\circ \approx 0,7h_w l_w$ , где  $l_w$  – расчетная длина шва, принимаемая с учетом непровара концов шва, меньше его полной длины на 10 мм.

С учетом сказанного расчетное усилие, которое может быть воспринято одним швом из условия прочности при срезе, определяется по формуле

$$N \leq 0,7h_w l_w \gamma_c R_{cp}, \quad (5.7)$$

где  $R_{cp}$  – расчетное сопротивление углового шва срезу по металлу шва,  $\gamma_c$  – коэффициент условий работы.

**Пример 5.3.** Определим размеры сварных швов, соединяющих два стальных листа внахлестку (рис.5.6). Расчетное усилие, воспринимаемое стыком,  $N = 300$  кН. Расчетное сопротивление углового шва срезу  $R_{cp} = 180$  МПа =  $18$  кН/см<sup>2</sup>, коэффициент условий работы  $\gamma_c = 1$ .



**Рис.5.6**

Высота катета углового шва принимается несколько меньше толщин свариваемых элементов. Примем  $h_{ш} = 8$  мм. Полагая, что сила  $N$  распределяется поровну между двумя швами, определим по формуле (5.7) расчетную длину одного сварного шва.

$$l_{ш} = \frac{N}{2\gamma_c R_{cp} 0,7h_{ш}} = \frac{300}{2 \cdot 1 \cdot 18 \cdot 0,7 \cdot 0,8} = 14,9 \text{ см}.$$

С учетом непровара концов принимаем полную длину шва  $l_{ш} = 160$  мм.

### § 5.4. Расчет деревянных врубок

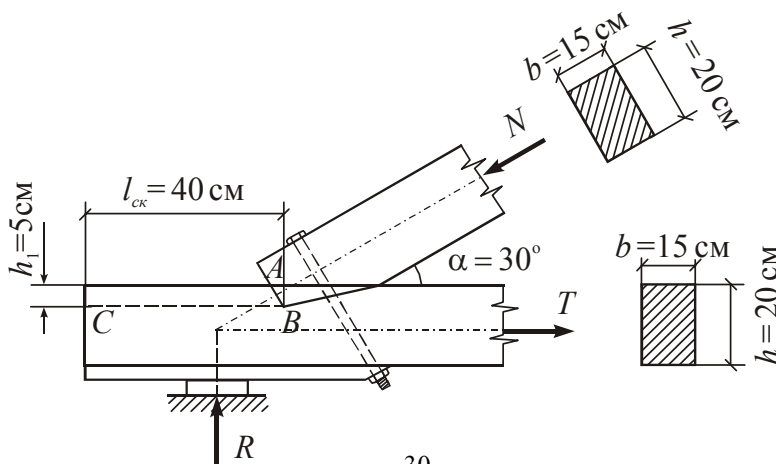
В соответствии со СНиП расчет деревянных врубок (рис.5.7) производится на смятие и скалывание. Условия прочности при смятии и скалывании записываются в виде

$$\sigma = \frac{N}{F_{см}} \leq R_{см}^{\alpha}; \quad (5.8)$$

$$\tau = \frac{T}{F_{ск}} \leq R_{ск}^{cp}. \quad (5.9)$$

В этих формулах  $N$  и  $T$  – расчетные усилия смятия и скалывания;  $F_{см}$  и  $F_{ск}$  – расчетные площади смятия и скалывания;  $R_{см}^{\alpha}$  – расчетное сопротивление древесины смятию под углом  $\alpha$  к направлению волокон, определяемое в зависимости от сорта древесины и величины угла  $\alpha$ ;  $R_{ск}^{cp}$  – среднее по площади скалывания расчетное сопротивление древесины скалыванию вдоль волокон. Величины  $R_{см}^{\alpha}$  и  $R_{ск}^{cp}$  определяются согласно требованиям СНиП.

**Пример 5.4.** Проверим прочность на смятие и скалывание врубки стропильной ноги в затяжку (рис.5.7). Расчетное сжимающее усилие в стропильной ноге  $N = 80$  кН. Угол наклона  $\alpha = 30^\circ$ . Конец ноги обрезан перпендикулярно к ее оси. Основные размеры приведены на рис.5.7. Материал – сосна. Расчетные сопротивления смятию и скалыванию определены согласно СНиП и равны  $R_{см}^{\alpha} = 10$  МПа,  $R_{ск}^{cp} = 1,2$  МПа.



**Рис.5.7**

Разложим силу  $N$  на вертикальную и горизонтальную составляющие:

$$R = N \sin \alpha = 80 \sin 30^\circ = 40 \text{ кН};$$

$$T = N \cos \alpha = 80 \cos 30^\circ = 69,28 \text{ кН}.$$

Сила  $N$  вызывает смятие затяжки по площадке  $AB$ , перпендикулярной к направлению силы  $N$  и наклоненной к вертикали на угол  $\alpha$ . При этом площадь смятия равна

$$F_{\text{см}} = \frac{bh_1}{\cos \alpha} = \frac{15 \cdot 5}{\cos 30^\circ} = 86,6 \text{ см}^2,$$

где  $b = 15 \text{ см}$  – ширина поперечного сечения затяжки,  $h_1 = 5 \text{ см}$  – глубина врубки.

По формуле (5.8) проверим прочность при смятии

$$\sigma = \frac{N}{F_{\text{см}}} = \frac{80}{86,6} = 0,924 \text{ кН/см}^2 = 9,24 \text{ МПа} < R_{\text{см}}^\alpha = 10 \text{ МПа}.$$

Условие прочности при смятии выполняется.

Сила  $T$  стремится сколоть выступающий конец затяжки по площадке  $BC$ . При этом площадь скалывания равна

$$F_{\text{ск}} = b l_{\text{ск}} = 15 \cdot 40 = 600 \text{ см}^2.$$

По формуле (5.9) проверим прочность при скалывании

$$\tau = \frac{T}{F_{\text{ск}}} = \frac{69,28}{600} = 0,115 \text{ кН/см}^2 = 1,15 \text{ МПа} < R_{\text{ск}}^{cp} = 1,2 \text{ МПа}.$$

Условие прочности при скалывании выполняется. Показанный на рис.5.7 стяжной болт в расчете на прочность не учитывается.

В заключении отметим, что расчет элементов соединений строительных конструкций имеет ряд особенностей, подробно рассмотренных в курсах металлических, деревянных и железобетонных конструкций.