§ 7.6. Анализ напряженного состояния в балках при изгибе. Главные напряжения

В предыдущем параграфе было показано, что при плоском прямом изгибе в поперечных сечениях балки действуют нормальные и касательные напряжения, определяемые по формулам

$$\sigma_x = \frac{M_z}{J} y \ ; \qquad \tau_{yx} = \frac{Q_y S_{отс}}{J\ b} \ . \qquad (7.30)$$

Таким образом, если в произвольной точке балки мысленно вырезать бесконечно малый элемент (рис.7.45), то на его гранях, перпендикулярных к оси *Ox,* будут действовать напряжения σ_x и τ_{yx}, а на гранях, перпендикулярных к оси *Oy*, – касательные напряжения $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ (согласно закону парности). В силу гипотезы об отсутствия взаимного давления между продольными слоями нормальные напряжения σ_y принимаются равными нулю.

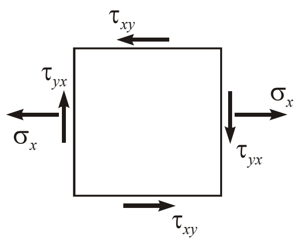

Рис.7.45

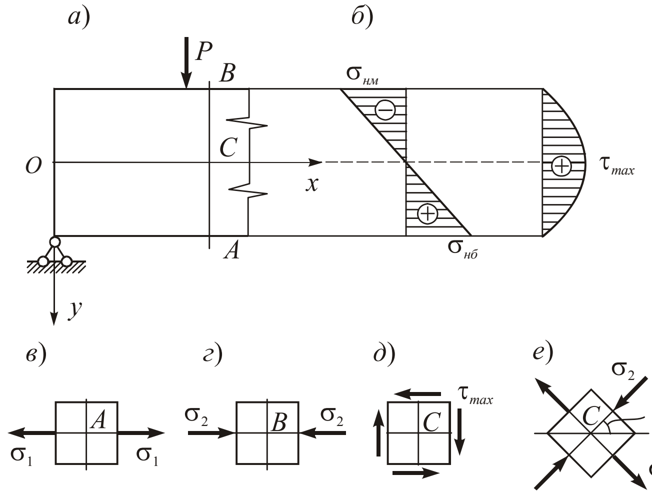

Рис.7.46

Следовательно, напряженное состояние в балках при изгибе представляет собой частный случай двухосного напряженного состояния. При этом величины главных напряжений σ_1 и σ_2 и углы наклона нормалей к главным площадкам α_1 и α_2 можно определить по формулам (4.8) и (4.9) (глава 4).

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x}{2} \pm \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{4} + \tau_{xy}^2} \ ; \qquad (7.31)$$

$$tq\,\alpha_1 = \frac{\tau_{xy}}{\sigma_1} \ ; \qquad tq\,\alpha_2 = \frac{\tau_{xy}}{\sigma_2} \ . \qquad (7.32)$$

Определим, например, величины и направления главных напряжений в трех характерных точках A, B и C балки прямоугольного поперечного сечения (рис.7.46,*а*). Эпюры нормальных и касательных напряжений в этом сечении при $Q_y > 0$ и $M_z > 0$ показаны на рис.7.46,*б*.

Согласно (7.31) и (7.32) в нижних волокнах (точка A на рис.7.46) имеем

$$\sigma_x = \sigma_{нб} = \frac{M_z}{W}\ , \qquad \tau_{yx} = 0\ , \quad \sigma_1 = \sigma_{нб}\ , \quad \sigma_2 = 0\ ;$$

$$tg\,\alpha_1 = 0\ , \qquad \alpha_1 = 0\ , \qquad \alpha_2 = 90^0\ .$$

В верхних волокнах (точка B)

$$\sigma_x = \sigma_{нм} = -\frac{M_z}{W}\ , \quad \tau_{yx} = 0\ , \quad \sigma_1 = 0\ , \quad \sigma_2 = \sigma_{нм}\ ;$$

$$tg\,\alpha_2 = 0\ , \qquad \alpha_2 = 0\ , \qquad \alpha_1 = 90^0\ .$$

На уровне нейтрального слоя (точка C) имеет место напряжнное состояние чистого сдвига (§ 4.2)

$$\sigma_x = 0\ , \quad \tau_{yx} = \tau_{max} = \frac{Q_y S_{1/2}}{J\,b}\ , \quad \sigma_1 = \tau_{max}\ , \sigma_2 = -\,\tau_{max}\ ;$$

$$tg\,\alpha_1 = 1\ , \quad \alpha_1 = 45^0, \quad tg\,\alpha_2 = -\,1\ , \quad \alpha_2 = -\,45^0.$$

На рис.7.46,*в,г,д,е* показаны главные площадки и главные направлениияв точках A, B и C.

Таким образом, при поперечном изгибе в точках нейтрального слоя возникает напряженное состояние чистого сдвига, а в нижних и верхних волокнах – одноосное напряженное состояние.

§ 7.7. Расчет балок на прочность при изгибе

При расчете изгибаемых элементов строительных конструкций на прочность применяется метод расчета по предельным состояниям.

В большинстве случаев основное значение при оценке прочности балок и рам имеют нормальные напряжения в поперечных сечениях. При этом наибольшие нормальные напряжения, действующие в крайних волокнах балки, не должны превышать некоторой допустимой для данного материала величины. В методе расчета по предельным состояниям эта величина принимается равной расчетному сопротивлению R, умноженному на коэффициент условий работы γ_c.

Условие прочности имеет следующий вид

$$\sigma_{нб} \le \gamma_c R \,, \tag{7.33}$$

Значения R и γ_c для различных материалов приведены в СНиП по строительным конструкциям.

Для балок из пластичного материала, одинаково сопротивляющегося растяжению и сжатию, выгодно использовать балки с сечениями, имеющими две оси симметрии. В этом случае условие прочности (7.33) с учетом формулы (7.19) записывается в виде

$$\sigma_{нб} = \frac{M_{нб}}{W} \le \gamma_c R \,. \tag{7.34}$$

Иногда по конструктивным соображениям применяются балки с несимметричным сечением типа тавра, разнополочного двутавра и т.п. В этих случаях условие прочности (7.33) с учетом (7.17) записывается в виде

$$\sigma_{нб} = \frac{M_{нб}}{W_{нм}} \le \gamma_c R \,. \tag{7.35}$$

В формулах (7.34) и (7.35) W и $W_{нм}$ – моменты сопротивления сечения относительно нейтральной оси Oz, $M_{нб}$ – наибольший по абсолютной величине изгибающий момент от действия расчетных нагрузок, то есть с учетом коэффициента надежности по нагрузке γ_f .

Сечение балки, в котором действует наибольший по абсолютной величине изгибающий момент, называется *опасным сечением*.

При расчете на прочность элементов конструкций, работающих на изгиб, решаются следующие задачи: *проверка прочности балки; подбор сечения; определение несущей способности (грузоподъемности) балки,* то есть определение значений нагрузок, при которых наибольшие напряжения в опасном сечении балки не превышают значение $\gamma_c R$.

Решение первой задачи сводится к проверке выполнения условий прочности при известных нагрузках, форме и размерах сечения и свойствах материала.

Решение второй задачи сводится к определению размеров сечения заданной формы при известных нагрузках и свойствах материала. Вначале из условий прочности (7.34) или (7.35) определяется величина требуемого момента сопротивления

$$W \ge \frac{M_{нб}}{\gamma_c R} \qquad \text{или} \qquad W_{нм} \ge \frac{M_{нб}}{\gamma_c R} \,, \tag{7.36}$$

а затем устанавливаются размеры сечения.

Для прокатных профилей (двутавры, швеллеры) по величине момента сопротивления подбор сечения производится по сортаменту. Для непрокатных сечений устанавливаются характерные размеры сечения.

При решении задачи по определению грузоподъемности балки вначале из условий прочности (7.34) или (7.35) находится величина наибольшего расчетного изгибающего момента по формулам

$$M_{нб} \le \gamma_c R\, W \qquad \text{или} \qquad M_{нб} \le \gamma_c R\, W_{нм} \,. \tag{7.37}$$

Затем изгибающий момент в опасном сечении выражается через приложенные к балке нагрузки и из полученного выражения определяются соответствующие величин нагрузок. Например, для стальной двутавровой балки
I 30, изображенной на рис.7.47, при $R = 210$ МПа , $\gamma_c = 0{,}9$, $W = 472$ см ^{3} находим

$$M_{нб} \le 0{,}9 \cdot 210 \cdot 10^{-1} \cdot 472 = 8920 \text{ кНсм} = 89{,}2 \text{ кНм} .$$

По эпюре изгибающих моментов находим

$$M_{нб} = \frac{Pl}{4} \le 89{,}2 \text{ кНм} , \qquad P \le 118{,}3 \text{ кН} .$$

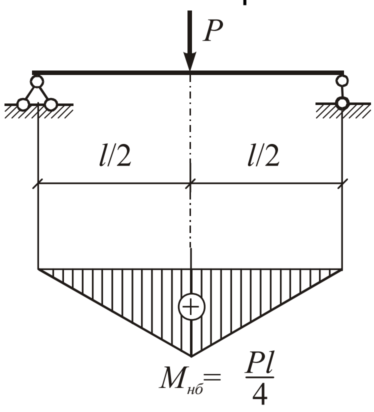

Рис.7.47

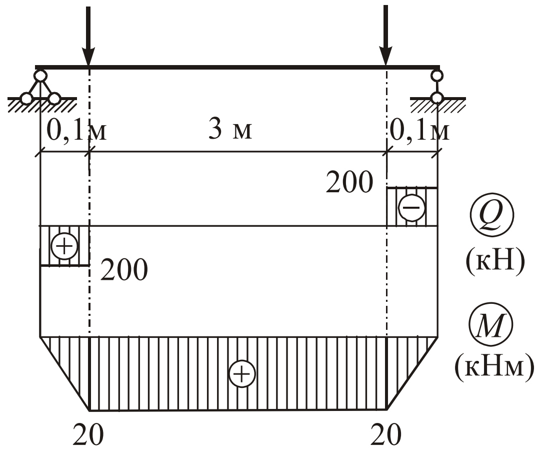

Рис.7.48

В балках, нагруженных большими по величине сосредоточенными силами, близко расположенными к опорам (рис.7.48), изгибающий момент $M_{нб}$ может оказаться сравнительно небольшим, а поперечная сила $Q_{нб}$ по абсолютной величине может быть значительной. В этих случаях необходимо производить проверку прочности балки по наибольшим касательным напряжениям $\tau_{нб}$. Условие прочности по касательным напряжениям можно записать в виде

$$\tau_{нб} \le \gamma_c R_s , \tag{7.38}$$

где R_s – расчетное сопротивление материала балки при сдвиге. Значения R_s для основных строительных материалов приведены в соответствующих разделах СНиП.

Касательные напряжения могут достигать значительной величины в стенке двутавровых балок, особенно в тонких стенках составных балок.

Расчет на прочность по касательным напряжениям может иметь решающее значение для деревянных балок, так как дерево плохо сопротивляется скалыванию вдоль волокон. Так, например, для сосны расчетное сопротивление растяжению и сжатию при изгибе $R = 13$ МПа, а при скалывании вдоль волокон $R_s = 2{,}4$ МПа. Такой расчет необходим также при оценке прочности элементов соединений составных балок – сварных швов, болтов, заклепок, шпонок и т. п.

Условие прочности по касательным напряжениям для деревянной балки прямоугольного сечения с учетом формулы (7.27) можно записать в виде

$$\tau_{нб} = \frac{3Q_{нб}}{2F} \le \gamma_c R_s \ .$$

Пример 7.15. Для балки, показанной на рис.7.49,*а*, построим эпюры Q_y и M_z , подберем сечение балки в виде стального прокатного двутавра и построим эпюры σ_x и τ_{yx} в сечениях с наибольшими Q_y и M_z . Коэффициент надежности по нагрузке γ_f = 1,2, расчетное сопротивление R = 210 МПа =
= 21 кН/см^2, коэффициент условий работы γ_c = 1,0 .

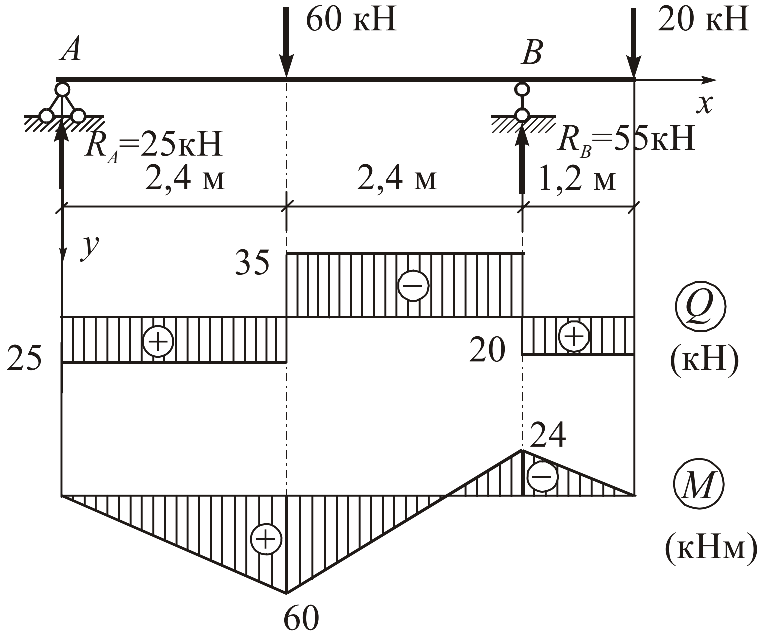

Рис.7.49

Расчет начинаем с определения опорных реакций.

$\Sigma M_A = 0$, $\quad -60 \cdot 2{,}4 - 20 \cdot 6 + 4{,}8 R_B = 0$, $\qquad R_B = 55$ кН ;
$\Sigma M_B = 0$, $\quad 60 \cdot 2{,}4 - 20 \cdot 1{,}2 - 4{,}8 R_A = 0$, $\quad R_A = 25$ кН ;
$\Sigma Y = 0$ (проверка), $\quad 60 + 20 - 55 - 25 = 80 - 80 = 0$.

Вычислим значения Q_y и M_z в характерных сечениях балки.

Сечение $x = 0$, $\qquad Q_y = R_A = 25$ кН , $\quad M_z = 0$.
Сечение $x = 2{,}4$ м (слева) , $Q_y = R_A = 25$ кН ,
$M_z = R_A \cdot 2{,}4 = 25 \cdot 2{,}4 = 60$ кНм .
Сечение $x = 2{,}4$ м (справа) , $Q_y = 25 - 60 = -35$ кН ,
$M_z = 60$ кНм (растянуты нижние волокна).
Сечение $x = 4{,}8$ м (справа) , $Q_y = 20$ кН , $\quad M_z = -20 \cdot 1{,}2 = -24$ кНм .
Сечение $x = 4{,}8$ м (слева) , $Q_y = 20 - 55 = -35$ кН ,
$M_z = -24$ кНм (растянуты верхние волокна).
Сечение $x = 6$ м , $\qquad Q_y = 20$ кН , $\quad M_z = 0$.

Поперечные силы в пределах каждого участка балки являются постоянными величинами и имеют скачки в сечениях под силой и на опоре B. Изгибающие моменты изменяются по линейному закону. Эпюры Q_y и M_z приведены на рис.7.49,*б,в*.

Опасным является сечение в середине пролета балки, где изгибающий момент имеет наибольшее значение. Вычислим расчетное значение наибольшего изгибающего момента:

$$M_p = M_{нб}\gamma_f = 60\cdot 1{,}2 = 72 \text{ кНм} .$$

Требуемый момент сопротивления равен

$$W \geq \frac{M_p}{\gamma_c R} = \frac{72\cdot 10^2}{1{,}0\cdot 21} = 343 \text{ см}^3 .$$

По сортаменту принимаем сечение I 27 и выписываем необходимые геометрические характеристики сечения (рис.7.50,*а*).

$$h = 27 \text{ см}, \quad b = 12{,}5 \text{ см}, \quad d = 0{,}6 \text{ см}, \quad t = 0{,}98 \text{ см};$$
$$J = 5010 \text{ см}^4, \quad W = 371 \text{ см}^3, \quad S_{1/2} = 210 \text{ см}^3 .$$

$$S_п = bt\left(\frac{h}{2} - \frac{t}{2}\right) = 12{,}5\cdot 0{,}98(13{,}5 - 0{,}49) = 159{,}4 \text{ см}^3 .$$

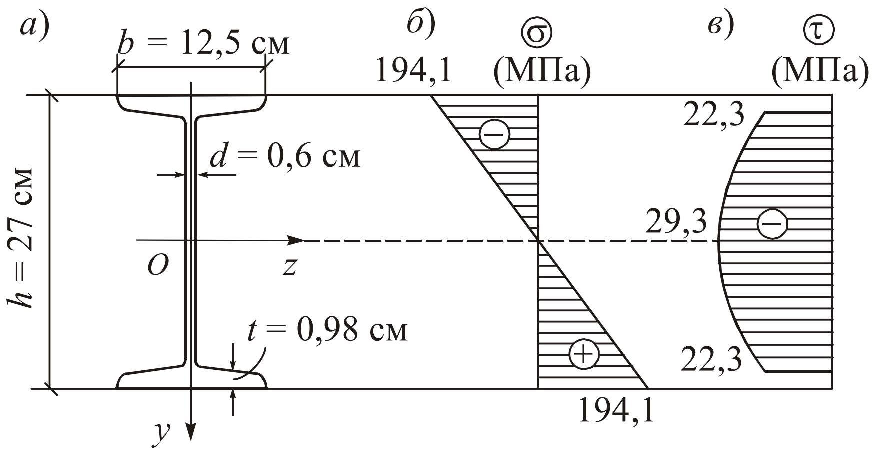

Рис.7.50

Вычислим значения наибольших нормальных напряжений в опасном сечении балки и проверим ее прочность:

$$\sigma_{нб} = \frac{M_p}{W} = \frac{72\cdot 10^2}{371} = 19{,}41 \text{ кН/см}^2 = 194{,}1 \text{ МПа} < R\gamma_c = 210 \text{ МПа} .$$

Прочность балки обеспечена.

Касательные напряжения имеют наибольшие значения на участке балки, где действует наибольшая по абсолютной величине поперечная сила $Q_{нб} = 35$ кН.

Расчетное значение поперечной силы по абсолютной величине равно

$$Q_p = Q_{нб}\gamma_f = 35\cdot 1{,}2 = 42 \text{ кНм} .$$

Вычислим значения касательных напряжений в стенке двутавра на уровне нейтральной оси и на уровне сопряжения стенки с полками:

$$\tau_{max} = \frac{Q_p S_{1/2}}{J\, d} = \frac{42\cdot 210}{5010\cdot 0{,}6} = 2{,}93 \text{ кН/см}^2 = 29{,}3 \text{ МПа} ;$$

$$\tau_1 = \frac{Q_p S_{п}}{J\, d} = \frac{42\cdot 159{,}4}{5010\cdot 0{,}6} = 2{,}23 \text{ кН/см}^2 = 22{,}3 \text{ МПа} .$$

Эпюры σ_x и τ_{yx}, в сечении x = 2,4 м (справа) приведены на рис.7.50,*б,в*.
Знак касательных напряжений принят отрицательным, как соответствующий знаку поперечной силы.

Пример 7.16. Для деревянной балки прямоугольного поперечного сечения (рис.7.51,*а*) построим эпюры Q_y и M_z , определим высоту сечения h из условия прочности, приняв R = 14 МПа, γ_f = 1,4 и γ_c = 1,0 , и проверим прочность балки на скалывание по нейтральному слою, приняв R_s = 2,4 МПа.

Определим опорные реакции:

$\Sigma M_A = 0$, $\quad -3\cdot 1 - 2{,}8\cdot 3(1 + 1{,}5) + 4R_B = 0$, $\quad R_B = 6$ кН ;
$\Sigma M_B = 0$, $\quad 3\cdot 3 + 2{,}8\cdot 3\cdot 1{,}5 - 4R_A = 0$, $\quad R_A = 5{,}4$ кН ;
$\Sigma Y = 0$ (проверка), $\quad 3 + 2{,}8\cdot 3 - 5{,}4 - 6 = 11{,}4 - 11{,}4 = 0$.

Вычислим значения Q_y и M_z в характерных сечениях балки:

Сечение $x = 0$, $\quad Q_y = R_A = 5{,}4$ кН , $\quad M_z = 0$.
Сечение $x = 1$ м (слева) , $\quad Q_y = R_A = 5{,}4$ кН ,
$M_z = R_A\cdot 1 = 5{,}4\cdot 1 = 5{,}4$ кНм .
Сечение $x = 1$ м (справа) , $\quad Q_y = 5{,}4 - 3 = 2{,}4$ кН ,
$M_z = 5{,}4$ кНм (растянуты нижние волокна).
Сечение $x = 4$ м , $\quad Q_y = -R_B = -6$ кН , $\quad M_z = 0$.

В пределах второго участка поперечная сила обращается в нуль. Положение этого сечения находим из подобия треугольников на эпюре Q_y .

$$\frac{x_0}{3 - x_0} = \frac{2{,}4}{6} , \qquad x_0 = 0{,}857 \text{ м} .$$

Вычислим экстремальное значение изгибающего момента в этом сечении:

$$M_{max} = 5{,}4(1 + 0{,}857) - 3\cdot 0{,}857 - 2{,}8\cdot 0{,}857\cdot 0{,}428 = 6{,}43 \text{ кНм} .$$

Эпюры Q_y и M_z приведены на рис.7.51,*б,в*.

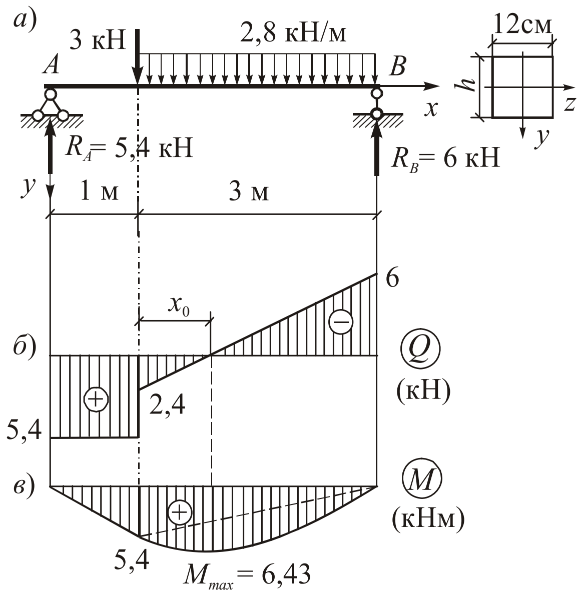

Рис.7.51

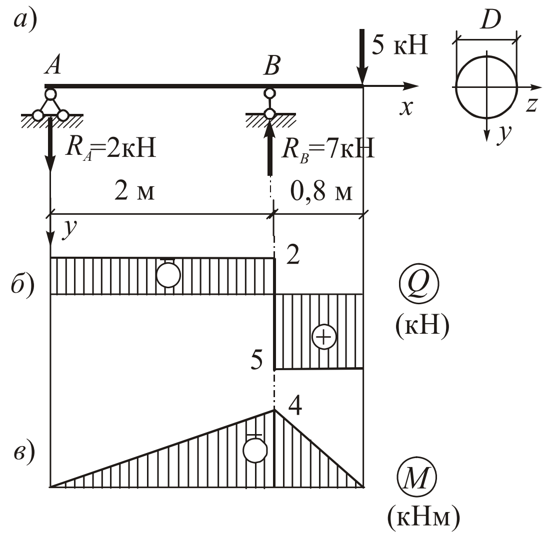

Рис.7.52

Опасным является сечение балки, где действует максимальный изгибающий момент. Вычислим расчетное значение изгибающего момента в этом сечении:

$$M_{\text{р}} = M_{max}\gamma_f = 6{,}43\cdot 1.4 = 9 \text{ кНм} .$$

Требуемый момент сопротивления сечения равен

$$W \geq \frac{M_{\text{р}}}{\gamma_c R} = \frac{9\cdot 10^2}{1{,}0\cdot 14\cdot 10^{-1}} = 643 \text{ см}^3 .$$

Выразим с помощью формулы (7.20) момент сопротивления через высоту сечения h и приравняем его к требуемому моменту сопротивления:

$$W = \frac{bh^2}{6} = \frac{12h^2}{6} = 2h^2 \geq 643 \text{ см}^3 , \quad h \geq 17{,}93 \text{ см} .$$

Принимаем прямоугольное сечение 12×18 см. Вычислим геометрические характеристики сечения:

$$J = \frac{bh^3}{12} = \frac{12\cdot 18^3}{12} = 5832 \text{ см}^4 ;$$

$$W = \frac{bh^2}{6} = \frac{12\cdot 18^2}{6} = 648 \text{ см}^3 .$$

Определим наибольшие нормальные напряжения в опасном сечении балки и проверим ее прочность:

$$\sigma_{нб} = \frac{M_{\text{р}}}{W} = \frac{9\cdot 10^2}{648} = 1{,}39 \text{ кН/см}^2 = 13{,}9 \text{ МПа} < R\gamma_c = 14 \text{ МПа} .$$

Условие прочности выполняется.

Для проверки прочности балки на скалывание вдоль волокон надо определить значения максимальных касательных напряжений в сечении с наибольшей по абсолютной величине поперечной силой $Q_{нб} = 6$ кН. Расчетное значение поперечной силы в этом сечении по абсолютной величине равно

$$Q_{р} = Q_{нб}\gamma_f = 6\cdot 1{,}4 = 8{,}4 \text{ кН} .$$

Максимальные касательные напряжения в поперечном сечении действуют на уровне нейтральной оси. Согласно закону парности они действуют также в нейтральном слое, стремясь вызвать сдвиг одной части балки относительно другой части.

Используя формулу (7.27), вычислим значение τ_{max} и проверим прочность балки на скалывание:

$$\tau_{max} = \frac{3Q_{р}}{2F} = \frac{3\cdot 8{,}4}{2\cdot 12\cdot 18} = 0{,}0583 \text{ кН/см}^2 = 0{,}583 \text{ МПа} < \gamma_c R_s = 2{,}4 \text{ МПа} .$$

Условие прочности на скалывание выполняется.

Пример 7.17. Для деревянной балки круглого сечения (рис.7.52,*а*) построим эпюры Q_y и M_z и определим из условия прочности необходимый диаметр сечения. В расчетах примем $R = 14$ МПа, $\gamma_f = 1{,}4$ и $\gamma_c = 1{,}0$.

Определим опорные реакции.

$$\Sigma M_A = 0 , \quad -5\cdot 2{,}8 + 2R_B = 0 , \quad R_B = 7 \text{ кН} ;$$
$$\Sigma M_B = 0 , \quad -5\cdot 0{,}8 + 2R_A = 0 , \quad R_A = 2 \text{ кН} ;$$
$$\Sigma Y = 0 \text{ (проверка)}, \qquad 5 + 2 - 7 = 0 .$$

Вычислим значения Q_y и M_z в характерных сечениях балки:

Сечение $x = 0$, $Q_y = -R_A = -2$ кН , $M_z = 0$.
Сечение $x = 2$ м (слева) , $Q_y = -2$ кН , $M_z = -5\cdot 0{,}8 = -4$ кНм .
Сечение $x = 2$ м (справа) , $Q_y = 5$ кН , $M_z = -4$ кНм (растянуты верхние волокна).
Сечение $x = 2{,}8$ м , $Q_y = 5$ кН , $M_z = 0$.

Эпюры Q_y и M_z приведены на рис.7.52,*б,в*. Опасным является сечение на опоре B с наибольшим по абсолютной величине изгибающим моментом $M_{нб} = 4$ кНм . Расчетное значение изгибающего момента в этом сечении равно

$$M_{р} = M_{нб}\gamma_f = 4\cdot 1{,}4 = 5{,}6 \text{ кНм} .$$

Вычислим требуемый момент сопротивления сечения:

$$W \geq \frac{M_{р}}{\gamma_c R} = \frac{5{,}6\cdot 10^2}{1{,}0\cdot 14\cdot 10^{-1}} = 400 \text{ см}^3 .$$

Используя формулу (7.21) для момента сопротивления круглого сечения, найдем требуемый диаметр:

$$W = \frac{\pi R^3}{4} = \frac{\pi D^3}{32} \geq 400 \text{ см}^3 ; \qquad D \geq \sqrt[3]{\frac{400 \cdot 32}{\pi}} = 15{,}97 \text{ см} .$$

Примем $D = 16$ см и определим наибольшие нормальные напряжения в балке.

$$W = \frac{\pi\, 16^3}{32} = 402 \text{ см}^3 ;$$

$$\sigma_{нб} = \frac{M_р}{W} = \frac{5{,}6 \cdot 10^2}{402} = 1{,}39 \text{ кН/см}^2 = 13{,}9 \text{ МПа} .$$

Пример 7.18. Определим грузоподъемность балки коробчатого сечения 120×180×10 мм, нагруженной согласно схеме на рис.7.53,*а*. Построим эпюры σ_x и τ_{yx} в опасном сечении. Материал балки – сталь марки ВСт3; $R =$ $= 210$ МПа $= 21$ кН/см², $\gamma_f = 1{,}2$, $\gamma_c = 0{,}9$.

Эпюры Q_y и M_z приведены на рис.7.53,*а*.

Опасным является сечение балки вблизи заделки, где действует наибольший по абсолютной величине изгибающий момент $M_{нб} = P\,l = 3{,}2\,P$.

Вычислим момент инерции и момент сопротивления коробчатого сечения:

$$J = \frac{12 \cdot 18^3}{12} - \frac{10 \cdot 16^3}{12} = 2419 \text{ см}^4 ; \qquad W = \frac{J}{h/2} = \frac{2419}{9} = 269 \text{ см}^3 .$$

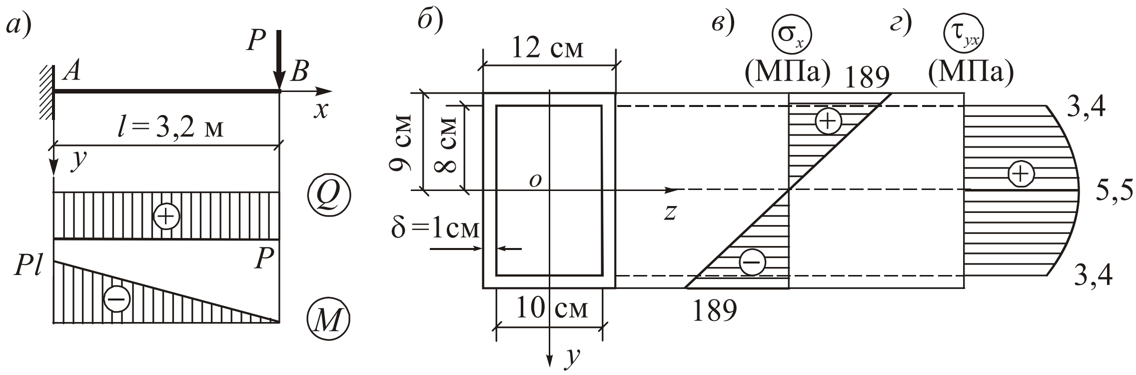

Рис.7.53

Учитывая формулу (7.37) и полученное значение для $M_{нб}$, определим расчетное значение силы $P_р$:

$$P_р \leq \frac{\gamma_c R W}{l} = \frac{0{,}9 \cdot 21 \cdot 269}{320} = 15{,}9 \text{ кН} .$$

Нормативное значение силы равно

$$P_н = \frac{P_р}{\gamma_f} = \frac{15{,}9}{1{,}2} = 13{,}25 \text{ кН} .$$

Наибольшие нормальные напряжения в балке от действия расчетной силы равны

$$\sigma_{нб} = \frac{M_р}{W} = \frac{15{,}9 \cdot 3{,}2 \cdot 10^2}{269} = 18{,}9 \text{ кН/см}^2 = 189 \text{ МПа} .$$

Вычислим статический момент половины сечения $S_{1/2}$ и статический момент площади поперечного сечения полки $S_п$ относительно нейтральной оси.

$$S_{1/2} = 12{\cdot}9{\cdot}4{,}5 - 10{\cdot}8{\cdot}4 = 166 \text{ см}^3 ;$$

$$S_п = 12{\cdot}1{,}0(9 - 0{,}5) = 102 \text{ см}^3 .$$

Касательные напряжения на уровне нейтральной оси и на уровне сопряжения полки со стенками (рис.7.53,*б*) равны

$$\tau_{max} = \frac{Q_y S_{1/2}}{J \cdot 2d} = \frac{15{,}9 \cdot 166}{2419 \cdot 2 \cdot 1{,}0} = 0{,}55 \text{ кН/см}^2 = 5{,}5 \text{ МПа} ;$$

$$\tau_1 = \frac{Q_y S_п}{J \cdot 2d} = \frac{15{,}9 \cdot 102}{2419 \cdot 2 \cdot 1{,}0} = 0{,}34 \text{ кН/см}^2 = 3{,}4 \text{ МПа} .$$

Эпюры σ_x и τ_{yx} в сечении вблизи заделки приведены на рис.7.53,*в,г*.

Пример 7.19. Для консольной чугунной балки указанного поперечного сечения (рис.7.54) определим грузоподъемность и построим эпюры напряжений σ_x и τ_{yx} в опасном сечении. Расчетные сопротивления материала при растяжении и сжатии равны: $R_р = 50$ МПа = 5 кН/см^2 , $R_с = 140$ МПа =
=14 кН/см^2. Примем $\gamma_c = 1$.

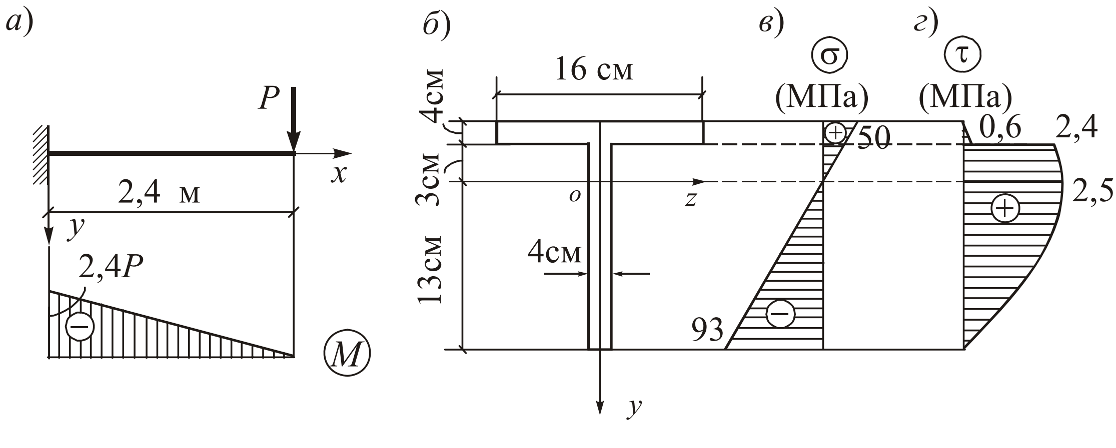

Рис.7.54

Используя вспомогательную ось O_1z_1, определим положение центра тяжести сечения

$$y_c = \frac{S_1}{F} = \frac{16 \cdot 4 \cdot (-2) + 16 \cdot 4 \cdot 8}{16 \cdot 4 + 16 \cdot 4} = \frac{384}{128} = 3 \text{ см} .$$

Вычислим осевой момент инерции относительно нейтральной оси и моменты сопротивления для верхних и нижних волокон:

$$J = J_1 - a^2F = \frac{16\cdot 4^3}{3} + \frac{4\cdot 16^3}{3} - 3^2\cdot 128 = 4650{,}6 \text{ см}^4 ;$$

$$W_в = \frac{J}{h_1} = \frac{4650{,}6}{7} = 664{,}4 \text{ см}^3 ; \qquad W_н = \frac{J}{h_2} = \frac{4650{,}6}{13} = 357{,}7 \text{ см}^3.$$

Вычислим статические моменты половины сечения и полки относительно нейтральной оси:

$$S_{1/2} = 4\cdot 13\cdot 6{,}5 = 338 \text{ см}^3 ; \qquad S_п = 16\cdot 4(2+3) = 320 \text{ см}^3 .$$

Для определения величины наибольшей расчетной силы используем условия прочности при растяжении сжатии в сечении балки, где действует наибольший изгибающий момент:

по зоне растяжения

$$M_{нб} \le \gamma_c R_р W_в = 1{,}0\cdot 5\cdot 664{,}4 = 3320 \text{ кНсм} = 33{,}2 \text{ кНм} ;$$
$$M_р = 2{,}4\, P_р \le M_{нб} = 33{,}2 \text{ кНм} , \qquad P_р \le 13{,}8 \text{ кН} ;$$

по зоне сжатия

$$M_{нб} \le \gamma_c R_с W_н = 1{,}0\cdot 14\cdot 357{,}7 = 5008 \text{ кНсм} = 50{,}08 \text{ кНм} ;$$
$$M_р = 2{,}4\, P_р \le M_{нб} = 50{,}08 \text{ кНм} , \qquad P_р \le 20{,}8 \text{ кН} .$$

Таким образом, величина наибольшей расчетной силы определяется из условия прочности при растяжении и равна $P_р = 13{,}8$ кН.

Вычислим величины нормальных и касательных напряжений в опасном сечении балки от действия расчетной силы.

$$M_р = 33{,}2 \text{ кНм} , \quad Q_p = 13{,}8 \text{ кН} ;$$

$$\sigma_р = \frac{M_р}{W_в} = \frac{33{,}2\cdot 10^2}{664{,}4} = 5 \text{ кН/см}^2 = 50 \text{ МПа} ;$$

$$\sigma_с = -\frac{M_р}{W_н} = -\frac{33{,}2\cdot 10^2}{357{,}7} = -9{,}3 \text{ кН/см}^2 = -93 \text{ МПа} ;$$

$$\tau_1 = \frac{Q_р S_п}{J\, b_1} = \frac{13{,}8\cdot 320}{4650{,}6\cdot 16} = 0{,}06 \text{ кН/см}^2 = 0{,}6 \text{ МПа} ;$$

$$\tau_2 = \frac{Q_р S_п}{J\, b_2} = \frac{13{,}8\cdot 320}{4650{,}6\cdot 4} = 0{,}24 \text{ кН/см}^2 = 2{,}4 \text{ МПа} ;$$

$$\tau_{max} = \frac{Q_р S_{1/2}}{J\, b_2} = \frac{13{,}8\cdot 338}{4650{,}6\cdot 4} = 0{,}25 \text{ кН/см}^2 = 2{,}5 \text{ МПа} .$$

Эпюры напряжений приведены на рис.7.54,*в,г*.