

## § 7.8. Упруго – пластический изгиб балки

Рассмотрим изгиб балки из материала, обладающего свойством пластичности. В целях упрощения задачи примем, что для материала балки можно использовать диаграмму Прандтля (рис.7.55,а). Эта диаграмма имеет два характерных участка – наклонный прямолинейный участок при  $\sigma_x \leq \sigma_T$ , в пределах которого справедлив закон Гука, и горизонтальный участок при  $\sigma_x = \sigma_T$ , соответствующий площадке текучести. Согласно этой диаграмме при напряжениях равных пределу текучести материала  $\sigma_T$  деформации неограниченно возрастают.

Пусть балка, лежащая на двух опорах нагружена в середине сосредоточенной силой  $P$  (рис.7.55,б). Будем считать, что поперечное сечение имеет две оси симметрии (рис.7.55,в), и что материал балки следует диаграмме Прандтля с одинаковыми значениями  $\sigma_T$  в зонах растяжения и сжатия.

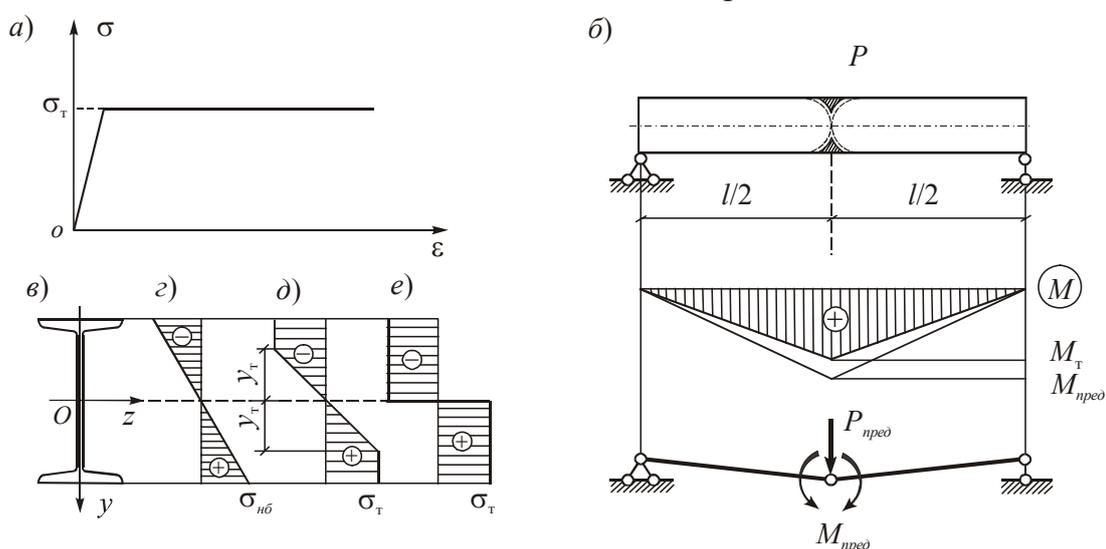


Рис.7.55

При относительно небольших значениях силы  $P$  материал работает в пределах упругости и напряжения в опасном сечении балки (под силой) изменяются по высоте сечения по линейному закону, принимая наибольшие по абсолютной величине значения в крайних волокнах (рис.7.55,з). При постепенном увеличении нагрузки напряжения в крайних волокнах опасного сечения достигнут предела текучести  $\sigma_T$ , при этом  $M = M_T$ . В крайних волокнах начнется пластическая деформация.

При дальнейшем увеличении нагрузки пластические деформации будут охватывать другие волокна балки, напряжения в которых также достигнут предела текучести (рис.7.55,д). При этом волокна внутренних слоев ( $|y| < y_T$ ) находятся в упругом состоянии, а волокна наружных слоев ( $|y| \geq y_T$ ) – в пластическом.

Предельное состояние ( $P = P_{пред}$ ) наступает, когда напряжения во всех волокнах в нижней и верхней частях балки достигают значения  $\sigma_x = \sigma_T$

(рис.7.55,е). Соответствующий этому состоянию изгибающий момент называется *предельным* или *разрушающим* моментом, который можно вычислить по формуле

$$M_{пред} = \iint_F \sigma_T y dF .$$

Представляя этот интеграл как сумму двух интегралов, взятых соответственно по верхней и нижней половинам сечения и вынося из под знака интегралов  $\sigma_T = const$ , получим

$$M_{пред} = 2\sigma_T \iint_{F/2} y dF = 2\sigma_T S_{1/2} , \quad (7.39)$$

где  $S_{1/2}$  – статический момент половины сечения.

Таким образом, при  $P = P_{пред}$  эпюра напряжений  $\sigma_x$  в опасном сечении балки превращается в ступенчатую фигуру, состоящую из двух прямоугольников.

Состояние сечения, когда оно полностью охватывается пластической деформацией, называется *пластическим шарниром* (рис.7.55,б). Формулу для вычисления изгибающего момента, соответствующего образованию пластического шарнира, можно представить в виде

$$M_{пред} = \sigma_T W_T , \quad (7.40)$$

где величина

$$W_T = 2S_{1/2} = 2 \iint_{F/2} y dF \quad (7.41)$$

называется *пластическим моментом сопротивления*.

Вычислив предельный момент, можно определить величину предельной нагрузки (например, силу  $P_{пред}$  для балки на рис.7.55,б). Допускаемая нагрузка на балку будет равна

$$[P] = \frac{P_{пред}}{n} , \quad (7.42)$$

где  $n$  – коэффициент запаса. Для стали марки ВСт3 он принимается равным  $n = 1,5 \div 1,6$ .

**Пример 7.20.** Для консольной двутавровой балки сечением I18 (рис.7.56,а) определим величину предельного момента и установим грузоподъемность, приняв  $\sigma_T = 240 \text{ МПа} = 24 \text{ кН/см}^2$  и  $n = 1,5$ .

Статический момент половины сечения для данного двутавра равен  $S_{1/2} = 81,4 \text{ см}^3$ . Вычислим величину предельного момента:

$$M_{пред} = \sigma_T W_T = \sigma_T \cdot 2S_{1/2} = 24 \cdot 2 \cdot 81,4 = 3907 \text{ кНсм} = 39,07 \text{ кНм} .$$

Из эпюры изгибающих моментов (рис.7.56,б) видно, что опасным является сечение вблизи заделки, где действует наибольший изгибающий момент  $M_{нб} = 2,8 P$ . Приняв этот момент равным предельному моменту, находим

$$M_{нб} = 2,8 P = M_{пред} = 39,07 \text{ кНм}; \quad P_{пред} = \frac{39,07}{2,8} = 13,95 \text{ кН}.$$

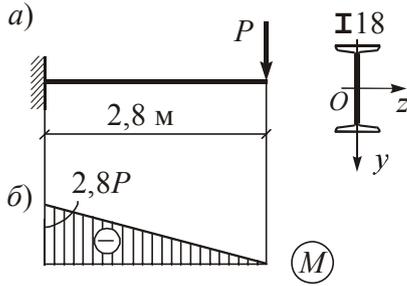


Рис.7.56

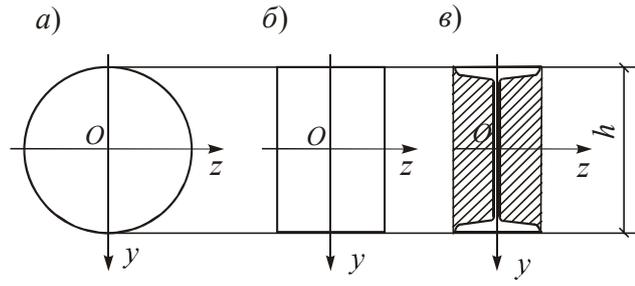


Рис.7.57

Величина допускаемой силы равна

$$[P] = \frac{P_{пред}}{n} = \frac{13,95}{1,5} = 9,3 \text{ кН}.$$

Наибольшие нормальные напряжения в опасном сечении балки от действия этой силы равны

$$\sigma_{нб} = \frac{M}{W} = \frac{9,3 \cdot 280}{143} = 18,2 \text{ кН/см}^2 = 182 \text{ МПа},$$

где значение  $W = 143 \text{ см}^3$  взято из сортамента.

### § 7.9. Рациональные типы поперечных сечений балок

Как видно из формулы (7.37), несущая способность балки при изгибе пропорциональна моменту сопротивления  $W$ , а расход материала – площади поперечного сечения  $F$ . Поэтому рациональными с точки зрения расхода материала являются такие типы сечений, у которых отношение  $W/F$  имеет возможно большее значение. Определим это отношение для некоторых сечений с одинаковой высотой  $h$  (рис.7.57).

Круглое сечение (рис.7.57,а)

$$W = \frac{\pi D^3}{32} = \frac{\pi h^3}{32}, \quad F = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi h^2}{4}, \quad \frac{W}{F} = \frac{h}{8} = 0,125 h.$$

Прямоугольное сечение (рис.7.57,б).

$$W = \frac{bh^2}{6}, \quad F = bh, \quad \frac{W}{F} = \frac{h}{6} = 0,167 h.$$

Прямоугольное сечение является более рациональным, чем круглое.

Из эпюры  $\sigma_x$  (рис.7.35) видно, что волокна в области нейтрального слоя испытывают меньшие напряжения, чем волокна, наиболее удаленные от этого слоя. Отсюда следует, что для повышения рациональности сечений с точки зрения расхода материала желательно располагать большую часть сечения возможно дальше от нейтральной оси, то есть в области действия наибольших нормальных напряжений. Например, образуя из прямоугольного се-

чения двутавровое путем удаления части материала (рис.7.57,в), можно существенно увеличить отношение  $W/F$ . Для прокатных двутавров это отношение изменяется в пределах от  $0,309h$  до  $0,351h$ .

Таким образом, из трех поперечных сечений, показанных на рис.7.57, наиболее выгодным является двутавровое сечение, так как в этом случае требуется меньший расход материала.

Отметим, что выбор типа сечения балки зависит также от конструктивных, технологических и многих других факторов.