§ 13.5. Условие устойчивости и его использование

Рассмотрим условие прочности стержня при центральном сжатии

$$\sigma = \frac{P}{F} \le \gamma_c R\,. \tag{13.27}$$

Выразим коэффициент запаса прочности $n_т$ по отношению к пределу текучести материала $\sigma_т$ через основные коэффициенты, используемые при расчете по методу предельных состояний (см. § 3.7,часть 1): коэффициент надёжности по нагрузке γ_f, коэффициент надёжности по материалу γ_m и коэффициент условии работы γ_c. При этом условие прочности можно переписать в виде

$$\sigma = \frac{P_н \gamma_f}{F} \le \gamma_c \frac{\sigma_т}{\gamma_m}$$

или в виде

$$\sigma_н = \frac{P_н}{F} \le \frac{\sigma_т}{\dfrac{\gamma_f \gamma_m}{\gamma_c}}\,,$$

где $\sigma_н$ представляет собой напряжение от действия нормативной сжимающей силы $P_н$, а

$$\frac{\gamma_f \gamma_m}{\gamma_c} = n_т \tag{13.28}$$

является искомым коэффициентом запаса по пределу текучести.

При продольном изгибе центрально сжатый стержень теряет несущую способность, когда напряжения в его поперечных сечениях от действия нормативного значения продольной силы $P_н$ становится равным критическим. Поэтому коэффициент запаса устойчивости определяется как отношение

$$n_у = \frac{P_{кр}}{P_н} = \frac{\sigma_{кр}}{\sigma_н}\,. \tag{13.29}$$

С учётом (13.39) условие устойчивости можно представить в виде

$$\sigma_н = \frac{P_н}{F} \le \frac{\sigma_{кр}}{n_у}\,. \tag{13.30}$$

Коэффициент запаса устойчивости можно представить как произведение коэффициента запаса прочности $n_т$ на коэффициент n, учитывающий снижение несущей способности стержня за счёт случайных эксцентриситетов приложения сжимающей силы и начального искривления оси

$$n_у = n n_т = n \frac{\gamma_f \gamma_m}{\gamma_c} = n \frac{\gamma_f \sigma_т}{\gamma_c R}\,. \tag{13.31}$$

Величина n зависит от гибкости стержня λ и изменяется в пределах от $n = 1$ при $\lambda = 0$ до $n = 1{,}4$[*].

С учётом (13.31) условие (13.30) запишется в виде

$$\sigma_{\text{н}} = \frac{P_{\text{н}}}{F} \le \frac{\sigma_{\text{кр}}}{n\gamma_f \sigma_{\text{т}}} \gamma_c R \,.$$

Умножив обе части этого неравенства на γ_f, получим условие устойчивости в окончательном виде

$$\sigma = \frac{P}{F} \le \varphi\gamma_c R \,, \qquad (13.32)$$

где величина

$$\varphi = \frac{\sigma_{\text{кр}}}{n\sigma_{\text{т}}} \qquad (13.33)$$

называется *коэффициентом уменьшения расчётного сопротивления при продольном изгибе, или коэффициентом продольного изгиба.* Он меньше единицы и зависит от гибкости λ и материала стержня.

Таблица 13.1

Гибкость λ	Сталь с расчетным сопротивлением по пределу текучести R, МПа							Чугун марки СЧ	Дерево (сосна)
	200	240	280	320	360	400	440		
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
10	0,988	0,987	0,985	0,984	0,983	0,982	0,981	0,970	0,992
20	0,967	0,962	0,959	0,955	0,952	0,949	0,946	0,910	0,968
30	0,939	0,931	0,924	0,917	0,911	0,905	0,900	0,810	0,928
40	0,906	0,894	0,883	0,873	0,863	0,854	0,846	0,690	0,872
50	0,869	0,852	0,836	0,822	0,809	0,796	0,785	0,570	0,800
60	0,827	0,805	0,785	0,766	0,749	0,721	0,696	0,440	0,712
70	0,782	0,754	0,724	0,687	0,654	0,623	0,595	0,340	0,612
80	0,734	0,686	0,641	0,602	0,566	0,532	0,501	0,260	0,469
90	0,665	0,612	0,565	0,522	0,483	0,447	0,413	0,200	0,370
100	0,599	0,542	0,493	0,448	0,408	0,369	0,335	0,160	0,300
110	0,537	0,478	0,427	0,381	0,338	0,306	0,280	–	0,248
120	0,479	0,419	0,366	0,321	0,287	0,260	0,237	–	0,208
130	0,425	0,364	0,313	0,276	0,247	0,223	0,204	–	0,178
140	0,376	0,315	0,272	0,240	0,215	0,195	0,178	–	0,153
150	0,328	0,276	0,239	0,211	0,189	0,171	0,157	–	0,133
160	0,290	0,244	0,212	0,187	0,167	0,152	0,139	–	0,117
170	0,259	0,218	0,189	0,167	0,150	0,136	0,125	–	0,104
180	0,233	0,196	0,170	0,150	0,135	0,123	0,112	–	0,093
190	0,210	0,177	0,154	0,136	0,122	0,111	0,102	–	0,083
200	0,191	0,161	0,140	0,124	0,111	0,101	0,093	–	0,075

==========================

[*] См. Филоненко-Бородич М.М. и др. Курс сопротивления материалов ч. 1, Москва, 1961.

Для некоторых материалов, не имеющих площадки текучести, принимается

$$\varphi = \frac{\sigma_{\text{кр}}}{n\sigma_{\text{в}}}, \tag{13.34}$$

где $\sigma_{\text{в}}$ – временное сопротивление.

Формула (13.34) применяется для деревянных стержней, при этом принимается $n = 1$:

$$\varphi = \frac{\sigma_{\text{кр}}}{\sigma_{\text{в}}}. \tag{13.35}$$

Величины коэффициента φ в зависимости от гибкости λ приводятся в нормах проектирования (для строительных конструкций в соответствующих разделах СНиП). В таблице 13.1 приведены значения коэффициента φ для строительной стали с различными расчётными сопротивлениями, чугуна и дерева.

При расчете сжатых стержней на устойчивость решаются следующие задачи: проверочный расчет на устойчивость; определение несущей способности, то есть величины наибольшей допускаемой нагрузки из условия устойчивости и подбор сечения стержня.

При проверке условия устойчивости определяются моменты инерции J_y и J_z, и радиусы инерции заданного сечения по формулам

$$i_y = \sqrt{\frac{J_y}{F}} \quad , \quad i_z = \sqrt{\frac{J_z}{F}} \; . \tag{13.36}$$

Затем определяются значения гибкости стержня в его главных плоскостях:

$$\lambda_y = \frac{l_{0y}}{i_z} \quad , \quad \lambda_z = \frac{l_{0z}}{i_y} , \tag{13.37}$$

где

$$l_{0y} = \mu_y l \quad , \quad l_{0z} = \mu_z l \tag{13.38}$$

приведенные длины в плоскостях Oxy и Oxz.

Далее по наибольшей из гибкости по таблице 13.1 определяется соответствующий коэффициент продольного изгиба φ и проверяется выполнение условия устойчивости (13.32).

Аналогично решается задача по определению несущей способности стержня, то есть наибольшей допустимой величины силы, при которой условие устойчивости выполняется в форме равенства:

$$P_{\text{нб}} = \varphi\gamma_c RF \; . \tag{13.39}$$

При подборе сечения из условия устойчивости (13.32) получим формулу

$$F \geq \frac{P}{\varphi\gamma_c R} . \tag{13.40}$$

В этой формуле неизвестными являются две величины – площадь поперечного сечения F, и коэффициент продольного изгиба φ. Поэтому при подборе сечения используется метод последовательных приближений. Обычно в первом приближении принимают $\varphi_1 = 0,4 \div 0,6$ и находят последовательно площадь поперечного сечения F, радиус инерции i, гибкость стержня λ и соответствующее ей действительное значение φ'_1. Если величины φ_1 и φ'_1 существенно отличаются друг от друга, то во втором приближении принимают $\varphi_2 = (\varphi_1 + \varphi'_1)/2$. Последующие приближения делаются аналогично. При этом в конце расчёта проверяется выполнение условия устойчивости (13.32) и при необходимости корректируются окончательные размеры сечения.

Пример 13.1. Проверим устойчивость стальной колонны двутаврового сечения I22, нагруженной расчетной сжимающей силой P = 300 кН (рис.13.9). Определим критическую силу, критические напряжения и наибольшую допустимую величину нагрузки из условия устойчивости по методу предельных состояний. Материал колонны – сталь марки ВСт3 с расчетным сопротивлением R = 200 МПа, $\gamma_c = 1$.

Опорные закрепления в главных плоскостях инерции Oxy и Oxz одинаковы, поэтому колонна может потерять устойчивость в плоскости наименьшей жесткости Oxz.

Выпишем из сортамента минимальные значения момента инерции $J_{min} = J_y = 157$ см^4, радиуса инерции $i_{min} = i_y = 2,27$ см и площадь сечения $F =$ $= 30,6$ см^2.

При заданных опорных закреплениях (рис.13.9) коэффициенты приведения длины в обеих главных плоскостях равны $\mu = 0,5$, а приведенная длина стержня $l_0 = \mu l = 0,5 \cdot 500 = 250$ см.

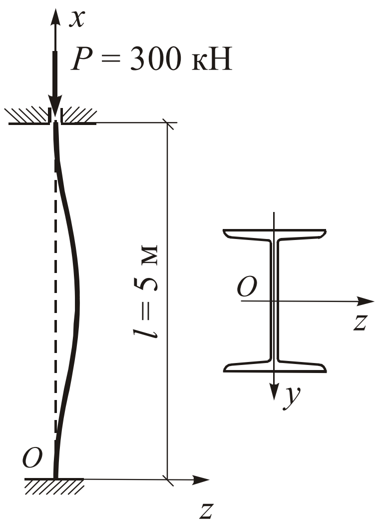

Рис.13.9

Определяем наибольшую гибкость в плоскости Oxz

$$\lambda_z = \frac{l_0}{i_y} = \frac{250}{2,27} = 110.$$

По таблице 13.1 находим значение коэффициента продольного изгиба $\varphi = 0,537$.

По формуле (13.32) производим проверку устойчивости:

$$\sigma = \frac{P}{F} = \frac{300}{30,6} = 9,8 \,\text{кН/см}^2 = 98 \text{ МПа} <$$
$$< \varphi\gamma_c R = 0,537 \cdot 1 \cdot 200 = 107,4 \text{ МПа} .$$

Условие устойчивости выполняется.

Находим наибольшую допустимую величину расчетной силы

$$P_{нб} = \varphi\gamma_c RF = 0,537 \cdot 1 \cdot 200 \cdot 10^{-1} \cdot 30,6 = 328,6 \text{ кН} .$$

Полученное значение гибкости $\lambda = 110$ удовлетворяет условию (13.19). Поэтому критическую силу и критическое напряжение находим с помощью формулы Эйлера (13.11):

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 E J_y}{l_0^2} = \frac{9{,}86 \cdot 2{,}1 \cdot 10^5 \cdot 10^{-1} \cdot 157}{250^2} = 520 кН ;$$

$$\sigma_{кр} = \frac{P_{кр}}{F} = \frac{520}{30{,}6} = 17 кН/см^2 = 170 МПа .$$

Пример 13.2. Определим критическую силу $P_{кр}$, критические напряжения $\sigma_{кр}$ и наибольшую допустимую величину силы из условия устойчивости для колонны, показанной на рис.13.10. Материал колонны – сталь марки ВСт3, $E = 2{,}1 \cdot 10^5$ МПа, $\sigma_{пц} = 200$ МПа, $\sigma_т = 240$ МПа, $R = 200$ МПа, $\gamma_c = 1$. Верхний конец колонны в плоскости Oxz имеет шарнирное опирание, а в плоскости Oxy – может свободно перемещаться. Нижний конец колонны жёстко заделан. Поперечное сечение состоит из двух швеллеров [20, полки которых сварены между собой.

Из сортамента выписываем геометрические характеристики сечения швеллера:

$$F_1 = 23{,}4 \text{ см}^2, \quad J_{z_1} = 1520 \text{ см}^4, \quad J_{y_1} = 113 \text{ см}^4,$$

$$z_0 = 2{,}07 \text{ см}, \quad b = 7{,}6 \text{ см} \quad i_{z_1} = 8{,}07 \text{ см} .$$

Находим моменты инерции и радиусы инерции поперечного сечения:

$$J_y = 2[J_{y_1} + F_1(b - z_0)^2] = 2[113 + 23{,}4(7{,}6 - 2{,}07)^2] = 1657{,}2 \text{ см}^4 ;$$

$$J_z = 2 J_{z_1} = 2 \cdot 1520 = 3040 \text{ см}^4 ;$$

$$i_y = \sqrt{\frac{J_y}{F}} = \sqrt{\frac{1657{,}2}{2 \cdot 23{,}4}} = 5{,}95 \text{ см}, \quad i_z = 8{,}07 \text{ см} .$$

В плоскости Oxy имеем

$$\mu_y = 2, \quad l_0 = 2 \cdot 350 = 700 \text{ см},$$

$$\lambda_y = \frac{l_0}{i_z} = \frac{700}{8{,}07} = 86{,}8.$$

В плоскости Oxz

$$\mu_z = 0{,}7, \quad l_0 = 0{,}7 \cdot 350 = 245 \text{ см},$$

$$\lambda_z = \frac{l_0}{i_y} = \frac{245}{5{,}95} = 41{,}2.$$

Таким образом, колонна может потерять устойчивость в плоскости Oxy, в которой гибкость λ имеет наибольшее значение. Так как гибкость $\lambda_y = 86{,}8$ удовлетворяет условию (13.22), то критические напряжения и критическую силу определяем по формуле (13.24):

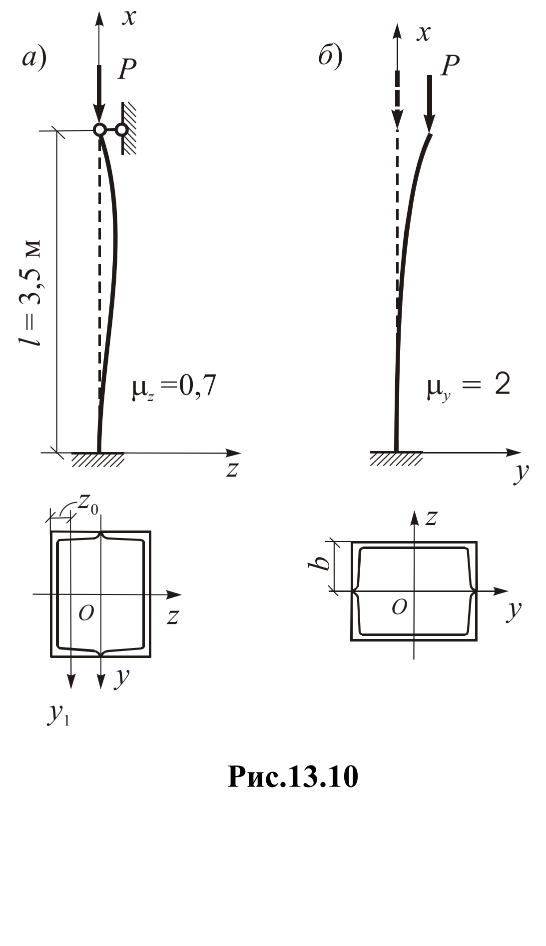

Рис.13.10

$$\sigma_{кр} = \sigma_т - (\sigma_т - \sigma_{пц})\left(\frac{\lambda}{\lambda_1}\right)^2 = 240 - (240 - 200)\left(\frac{86{,}8}{100}\right)^2 = 210 \text{ МПа};$$

$$P_{кр} = \sigma_{кр}F = 210 \cdot 10^{-1} \cdot 46{,}8 = 982{,}8 \text{ кН}.$$

Для $\lambda = 86{,}8$ по таблице 13.1 с помощью линейной интерполяции находим

$$\varphi = 0{,}734 - \frac{0{,}734 - 0{,}665}{10} \cdot 6{,}8 = 0{,}687.$$

Из условия устойчивости (13.32) определяем наибольшую допустимую величину расчетной силы:

$$P_{нб} = \varphi\gamma_c RF = 0{,}687 \cdot 1 \cdot 200 \cdot 10^{-1} \cdot 46{,}8 = 643 \text{ кН}.$$

Пример 13.3. Деревянная стойка квадратного поперечного сечения 150×150 мм заделана на нижнем конце (рис.13.11). Верхний конец может свободно перемещаться в главной плоскости инерции Oxy, а в главной плоскости Oxz имеет подвижную шарнирную опору. Материал стойки – сосна. Модуль упругости $E = 10^4$ МПа; расчетное сопротивление $R = 13$ МПа; коэффициент условий работы $\gamma_c = 1$. Определим критическую силу, критические напряжения и наибольшую допустимую величину расчетной силы.

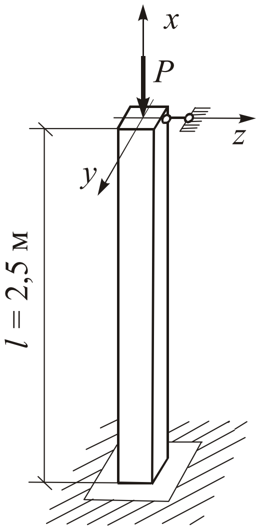

Рис.13.11

Определяем геометрические характеристики поперечного сечения стойки:

$$F = 15 \cdot 15 = 225 \text{ см}^2, \quad J_y = J_z = \frac{15 \cdot 15^3}{12} = 4218{,}8 \text{ см}^4;$$

$$i_y = i_z = \sqrt{\frac{J}{F}} = \sqrt{\frac{4218{,}75}{225}} = 4{,}33 \text{ см}.$$

Вычисляем приведенную длину и гибкость стойки в главной плоскости Oxy

$$l_0 = 2l = 2 \cdot 250 = 500 \text{ см}, \quad \lambda_y = \frac{l_0}{i_z} = \frac{500}{4{,}33} = 115{,}5$$

В главной плоскости Oxz имеем

$$l_0 = 0{,}7l = 0{,}7 \cdot 250 = 175 \text{ см}, \quad \lambda_z = \frac{l_0}{i_y} = \frac{175}{4{,}33} = 40{,}4.$$

Таким образом, стойка может потерять устойчивость в плоскости Oxy, в которой гибкость имеет наибольшее значение.

Так как $\lambda_y = 115{,}5$ больше предельной гибкости $\lambda_1 = 70$ для дерева, то критическую силу определяем по формуле Эйлера

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 EJ_z}{l_0^2} = \frac{3{,}14^2 \cdot 10^4 \cdot 10^{-1} \cdot 4218{,}8}{500^2} = 166{,}4 \text{ кН};$$

$$\sigma_{кр} = \frac{P_{кр}}{F} = \frac{166{,}4}{225} = 0{,}74 \text{ кН/см}^2 = 7{,}4 \text{ МПа}.$$

Для $\lambda = 115{,}5$ по таблице 13.1 находим с помощью линейной интерполяции коэффициент продольного изгиба $\varphi = 0{,}226$. Из условия устойчивости (13.32) определяем наибольшую допустимую величину расчетной силы:

$$P_{\text{нб}} = \varphi\gamma_c RF = 0{,}226 \cdot 1 \cdot 13 \cdot 10^{-1} \cdot 225 = 66{,}1 \text{ кН} .$$

Пример 13.4. Для колонны в виде трубы, показанной на рис.13.12, определим толщину стенки δ из условия устойчивости. Материал колонны – сталь марки ВСт3, $R = 210$ МПа , $\gamma_c = 0{,}95$, $E = 2{,}1 \cdot 10^5$ МПа. Расчётная величина сжимающей силы $P = 330$ кН.

Условия закрепления стержня в главных плоскостях Oxy и Oxz одинаковы. Подбор сечения колонны выполняем по формуле (13.40). Применяем метод последовательных приближений.

Принимая $\varphi = 0{,}5$, находим требуемую площадь поперечного сечения и толщину стенки

$$F \geq \frac{P}{\varphi\gamma_c R} = \frac{330}{0{,}5 \cdot 0{,}95 \cdot 21} = 33{,}08 \text{ см}^2;$$

$$F = \pi[9^2 - (9 - \delta)^2] = 33{,}3 \text{ см}^2 ,\ \ \delta = 0{,}6 \text{ см} .$$

Вычисляем геометрические характеристики сечения

$$F = \pi(9^2 - 8{,}4^2) = 32{,}8 \text{ см}^2 ;$$

$$J = \frac{\pi}{4}(9^4 - 8{,}4^4) = 1242 \text{ см}^4 ;$$

$$i = \sqrt{\frac{1242}{32{,}8}} = 6{,}15 \text{ см} .$$

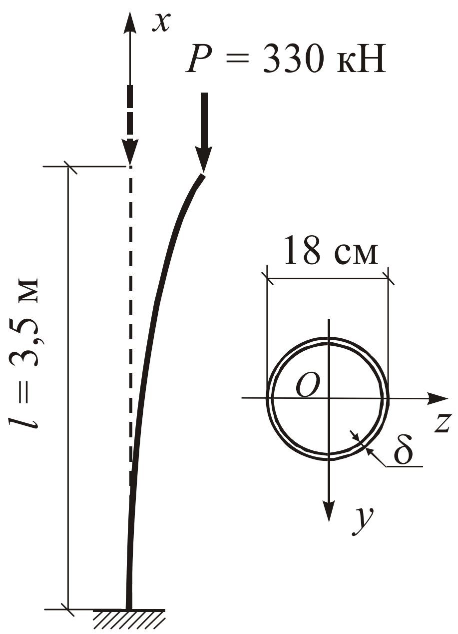

Рис.13.12

Гибкость колонны равна

$$\lambda = \frac{l_0}{i} = \frac{2 \cdot 350}{6{,}15} = 113{,}8.$$

По таблице 13.1 с помощью линейной интерполяции находим $\varphi =$ $= 0{,}559$. Проверяем выполнение условия устойчивости:

$$\sigma = \frac{P}{F} = \frac{330}{32{,}8} = 10{,}07 \text{ кН/см}^2 = 100{,}7 \text{ МПа} <$$

$$< \varphi\gamma_c R = 0{,}559 \cdot 0{,}95 \cdot 210 = 119{,}5 \text{ МПа} .$$

Имеется некоторый запас устойчивости.

Определим критическую силу и критические напряжения. Так как гибкость $\lambda = 113{,}8 > 100$, то в соответствии с условием (13.9) применяем формулу Эйлера (13.11):

$$P_{\text{кр}} = \frac{\pi^2 EJ}{l_0^2} = \frac{3{,}14^2 \cdot 2{,}1 \cdot 10^5 \cdot 10^{-1} \cdot 1242}{700^2} = 524{,}8 \text{ кН} ;$$

$$\sigma_{кр} = \frac{P_{кр}}{F} = \frac{524{,}8}{32{,}78} = 16 \text{ кН/см}^2 = 160 \text{ МПа} .$$

Пример 13.5. Подберём сечение стойки из прокатного двутавра, жёстко заделанной на концах в обеих главных плоскостях и нагруженной расчётной сжимающей силой P = 580 кН (рис.13.13). Материал стойки сталь марки ВСт3, R = 210 МПа, γ_c = 0,95 .

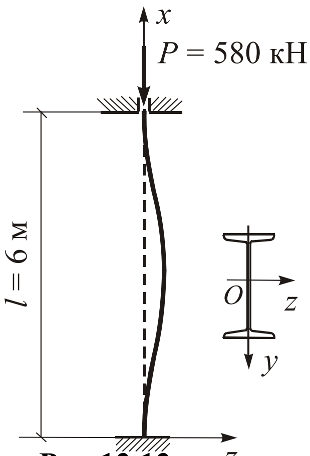

Рис.13.13

Примем в первом приближении φ = 0,5 и по формуле (13.40) определим необходимую площадь поперечного сечения двутавра

$$F \geq \frac{580}{0{,}5 \cdot 0{,}95 \cdot 21} = 58{,}15 \text{ см}^2 .$$

По сортаменту принимаем сечение I36, F = = 61,9 см^2, $i_{min} = i_y$ = 2,89 см. Находим гибкость стойки в плоскости Oxz

$$\lambda_z = \frac{\mu l}{i_y} = \frac{0{,}5 \cdot 600}{2{,}89} = 103{,}8 .$$

По таблице 13.1 с помощью линейной интерполяции находим действительное значение φ = 0,575.

Проверяем условие устойчивости (13.32)

$$\sigma = \frac{P}{F} = \frac{580}{61{,}9} = 9{,}69 \text{ кН/см}^2 = 96{,}9 \text{ МПа} <$$

$$< \varphi\gamma_c R = 0{,}575 \cdot 0{,}95 \cdot 210 = 114{,}7 \text{ МПа} .$$

Имеется некоторый запас устойчивости. Попытаемся уменьшить сечение стойки. Примем I33 , F = 53,8 см^2 , i_y = 2,79 см , λ = 300/2,79 = 107,5 , φ = 0,552.

$$\sigma = \frac{P}{F} = \frac{580}{53{,}8} = 10{,}78 \text{ кН/см}^2 = 107{,}8 \text{ МПа} <$$

$$< \varphi\gamma_c R = 0{,}552 \cdot 0{,}95 \cdot 210 = 110{,}1 \text{ МПа} .$$

Условие устойчивости выполняется. Принимаем двутавр I33.

Пример 13.6. Подберём сечение раскоса стропильной фермы из двух неравнобоких уголков, соединённых большими полками с помощью листа толщиной δ = 6 мм (рис.13.14). Предполагается, что стержни фермы соединены в узлах шарнирно. Материал стержней сталь марки ВСт3, R = 210 МПа , γ_c = 0,9. Расчётное сжимающее усилие в раскосе $N = P$ = 400 кН.

Примем в первом приближении коэффициент продольного изгиба равным φ = 0,5 и по формуле (13.40) найдём необходимую площадь сечения стержня

$$F \geq \frac{400}{0{,}5 \cdot 0{,}9 \cdot 21} = 42{,}33 \text{ см}^2 \ .$$

По сортаменту принимаем сечение

⅃L140×90×10 , $F = 2{\cdot}22{,}2 = 44{,}4$ см^2;

$i_z = 4{,}47$ см , $J_{y_1} = 146 \text{ см}^4$, $z_0 = 2{,}12$ см ;

$J_y = 2[146 + 22{,}2(2{,}12 + 0{,}3)^2] = 552$ см^4 ;

$$i_y = \sqrt{\frac{J_y}{F}} = \sqrt{\frac{552}{44{,}4}} = 3{,}53 \text{ см} \ .$$

$$\lambda_z = \frac{\mu_z l}{i_y} = \frac{1 \cdot 250}{3{,}53} = 70{,}8 \ .$$

$$\lambda_y = \frac{\mu_y l}{i_z} = \frac{1 \cdot 250}{4{,}47} = 55{,}9 \ .$$

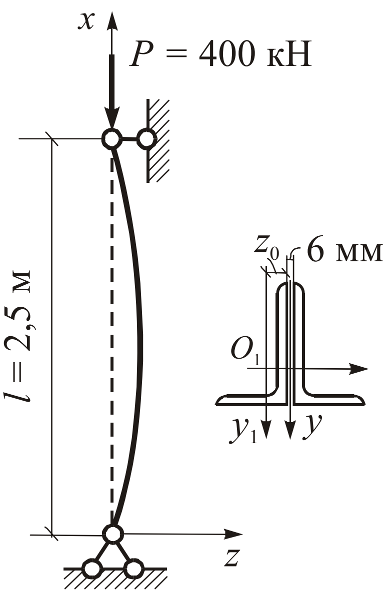

Рис.13.14

Стержень может потерять устойчивость в плоскости Oxz.

По значению $\lambda_z = 70{,}8$ находим по таблице 13.1 действительное значение $\varphi = 0{,}778$.

Проверяем условие устойчивости.

$$\sigma = \frac{P}{F} = \frac{400}{44{,}4} = 9{,}01 \text{ кН/см}^2 = 90{,}1 \text{ МПа} <$$
$$< \varphi\gamma_c R = 0{,}778{\cdot}0{,}9{\cdot}210 = 147 \text{ МПа} \ .$$

Имеется значительный запас устойчивости. Поэтому во втором приближении примем сечение ⅃L125×80×8

$F = 2{\cdot}16 = 32$ см^2 , $i_z = 4{,}0$ см , $J_{y_1} = 83 \text{ см}^4$, $z_0 = 1{,}84$ см ;

$J_y = 2[83 + 16(1{,}84 + 0{,}3)^2] = 312{,}5$ см^4 ;

$$i_y = \sqrt{\frac{312{,}5}{32}} = 3{,}13 \text{ см} \ , \ \lambda_z = \frac{250}{3{,}13} = 80 \ , \ \varphi = 0{,}734 \ .$$

Проверим условие устойчивости

$$\sigma = \frac{P}{F} = \frac{400}{32} = 12{,}5 \text{ кН/см}^2 = 125 \text{ МПа} <$$
$$< \varphi\gamma_c R = 0{,}734{\cdot}0{,}9{\cdot}210 = 138{,}7 \text{ МПа} \ .$$

Условие устойчивости выполняется. Принимаем сечение ⅃L125×80×8.

Пример 13.7. Подберём сечение стойки стропильной фермы из одиночного равнобокого уголка (рис.13.15). Материал стержня сталь марки ВСт3, $R = 210$ МПа , $\gamma_c = 0{,}75$. Расчётное сжимающее усилие в стойке $N = P = 120$ кН.

Примем в первом приближении $\varphi = 0{,}5$.

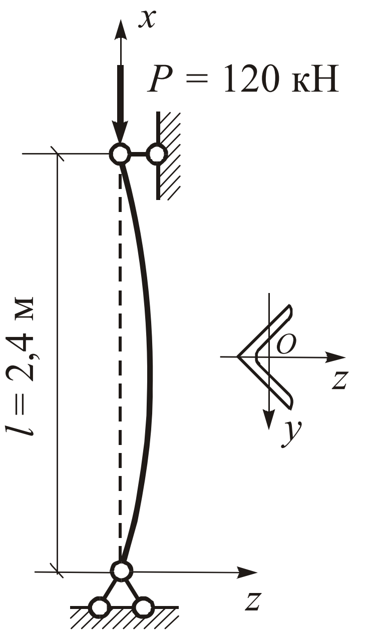

Рис.13.15

Требуемую площадь сечения стойки определяем по формуле (13.40)

$$F \geq \frac{120}{0{,}5 \cdot 0{,}75 \cdot 21} = 15{,}24 \text{ см}^2 .$$

По сортаменту принимаем ∟100×100×8,

$$F = 15{,}6 \text{ см}^2 , \; i_{min} = i_y = 1{,}98 \text{ см} ,$$

$$\lambda_z = \frac{240}{1{,}98} = 121{,}2 , \; \varphi = 0{,}4725.$$

Проверяем условие устойчивости

$$\sigma = \frac{P}{F} = \frac{120}{15{,}6} = 7{,}69 \text{ кН/см}^2 = 76{,}9 \text{ МПа} >$$

$$> \varphi\gamma_c R = 0{,}4725 \cdot 0{,}75 \cdot 210 = 74{,}4 \text{ МПа} .$$

Условие устойчивости не выполняется. Поэтому во втором приближении принимаем сечение ∟110×110×7,

$$F = 15{,}2 \text{ см}^2 , \; i_y = 2{,}19 \text{ см} , \; \lambda_z = \frac{240}{2{,}19} = 109{,}6 , \; \varphi = 0{,}537.$$

Проверяем условие устойчивости

$$\sigma = \frac{P}{F} = \frac{120}{15{,}2} = 7{,}89 \text{ кН/см}^2 = 78{,}9 \text{ МПа} <$$

$$< \varphi\gamma_c R = 0{,}537 \cdot 0{,}75 \cdot 210 = 84{,}6 \text{ МПа} .$$

Условие устойчивости выполняется. Принимаем сечение ∟110×110×7.

Пример 13.8. Подберём сечение деревянной стойки круглого сечения, шарнирно опёртой по концам и сжатой расчётной сжимающей силой $P =$ $= 60$ кН (рис.13.16). Материал стойки – сосна, $R = 13$ МПа , $\gamma_c = 1$.

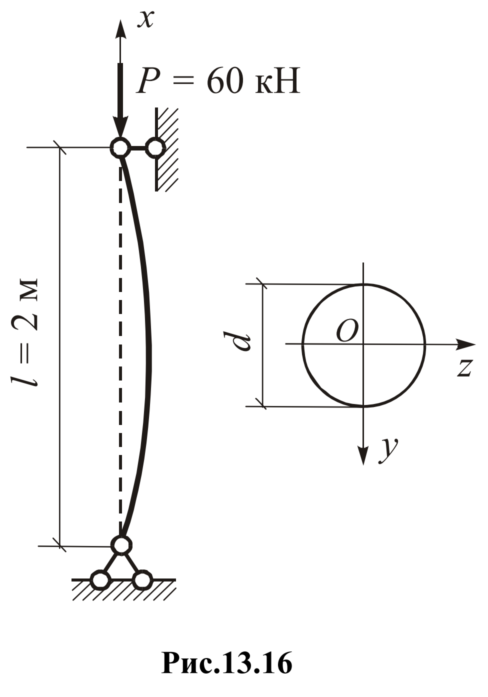

Рис.13.16

Геометрические характеристики сечения стойки

$$F = \frac{\pi d^2}{4} , \quad J = \frac{\pi d^4}{64} , \quad i = \sqrt{\frac{J}{F}} = \frac{d}{4} .$$

Примем в первом приближении $\varphi =$ $= 0{,}5$. Требуемую площадь сечения стойки определяем по формуле (13.40)

$$F \geq \frac{60}{0{,}5 \cdot 1 \cdot 1{,}3} = 92{,}3 \text{ см}^2 ,$$

$$d \geq \sqrt{\frac{4F}{\pi}} = 10{,}84 \text{ см} .$$

Принимая d = 10,84 см, получим

$$i = \frac{d}{4} = 2{,}71\,\text{см}, \qquad \lambda = \frac{200}{2{,}71} = 73{,}8, \qquad \varphi = 0{,}557\,.$$

Проверяем условие устойчивости

$$\sigma = \frac{P}{F} = \frac{60}{92{,}3} = 0{,}65\ \text{кН/см}^2 = 6{,}5\ \text{МПа} <$$

$$< \varphi\gamma_c R = 0{,}557\cdot 1\cdot 13 = 7{,}24\ \text{МПа}\,.$$

Имеется излишний запас устойчивости. Поэтому во втором приближении примем d = 10,6 см.

$$F = \frac{\pi d^2}{4} = 88{,}2\ \text{см}^2, \quad i = \frac{d}{4} = 2{,}65\ \text{см}, \quad \lambda = \frac{200}{2{,}65} = 75{,}5, \quad \varphi = 0{,}533\,.$$

Проверяем условие устойчивости

$$\sigma = \frac{60}{88{,}2} = 0{,}68\ \text{кН/см}^2 = 6{,}8\ \text{МПа} < 0{,}533\cdot 1\cdot 13 = 6{,}93\ \text{МПа}\,.$$

Условие устойчивости выполняется.