

1.48-сурет

3. Ток есептейміз:

$$I_5 = \frac{U_{ab}}{R_{\text{вх}} + R_5} = \frac{120}{20 + 20} = 3 \text{ A.}$$

### Бақылау сұрақтары

1. Электр тізбегін мінездемейтін оның негізгі шамаларына анықтама беріңіз.
2. Вольт амперлік сипаттамасын (ВАС) түсіндіріңіз.
3. Мінсіз көздің, Э.Қ.К көзінің, ток қорегі көзінің ВАС-ың сызыңыз.
4. Электр тоғы, ток тығыздығы, электр әлеуетіне және кернеуге анықтамалар беріңіз.
5. Электр тізбегі дегеніміз не және ол қандай элементерден тұрады?
6. Электр энергиясы, электр қуатына анықтама беріңіз, электр тізбектегі электр балансы дегеніміз не?
7. Ом заңын, Кирхоф заңдарын түсіндіріңіз.
8. Жалғастырып, қатар және аралас қосылған резисторлар тізбектеріне Ом заңын жазыңыз.
9. Кедергі үшбұрышын эквивалентті жұлдызшаға және керісінше айналыстыру әдістерін түсіндіріңіз.
10. Кирхофтың теңдеулер әдісімен электр тізбегін есептеуді түсіндіріңіз.
11. Электр энергиясы қорек көздерінің тізбектеліп және параллель қосылған түрлерін түсіндіріңіз.
12. Пропорционалды шама әдісі дегеніміз не?
13. Контурлы тоқтар әдісін түсіндіріңіз.
14. Түйінді әдісінің ерекшелігін түсіндіріңіз.

15. Түйінді кернеу (екі түйін) әдісі дегеніміз не?
16. Эквиваленті генератор әдісін түсіндіріңіз.
17. Активті және пассивті екіұштықтар дегеніміз не?
18. Өтем теоремасын айтыңыз.
19. Синусойдалды ЭҚК-ны қалай алады? (пайда болады)
20. Синхронды генератордың қандай элементтерден тұратынын айтыңыз және ол қалай жұмыс істейді?
21. Тоқтың, кернеудің ЭҚК-тің лездік, әсерлік және амплитуда мәндері деп нені түсінеді?
22.  $R$ ,  $L$  және  $R$ ,  $C$  тізбектердің лездік, векторлар және энергиялар диаграммаларын сызыңыз?
23. Синусойдалды тоқтың тармақталмаған  $R$ ,  $L$ ,  $C$  тізбегіне Ом заңың лездік түрде жазыңыз және вектор диаграммасын сызыңыз.
24. Синусойдалды ток, тізбегін есептеудің кешенді әдісін түсіндіріңіз.
25. Кешенді түрдегі Ом және Кирхоф заңдарын жазыңыз.
26. Кешенді түрдегі қуаттар және оларды өлшеу.
27. Кешенді әдіспен синусойдалды ток тізбектерін қалай есептейді?
28. Активті, реактивті кедергілердің аралас қосылған тізбектеріне жалпы кедергінің формуласын жазыңыз.
29. Айналмалы ток электр тізбегіндегі кернеу резонансы дегеніміз не, оның ерекшеліктеріне тоқталыңыз.
30. Айнымалы ток электр тізбегіндегі ток резонансы дегеніміз не?
31. Синусойдалды электр ток тізбегінде қуат коэффициентін қалай жоғарлатады?
32. Өзара индуктивті электр тізбегін қалай есептейді?
33. Ауа трансформатырын түсіндіріңіз.
34.  $T$  және  $\Pi$  тәрізді төрт-ұшты алмастыру сұлбалары; олардың теңдеулері.
35.  $T$  тәрізді төрт ұшты алмастыру сұлбасындағы  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ -коэффициенттерін аналитикалық түрде табу керек.
36.  $T$  тәрізді төртұшты алмастыру сұлбасындағы  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ -коэффициенттерін эксперименталды түрде табу керек.

## II ТАРАУ

### 2. СЫЗЫҚТЫ ЭЛЕКТР ТІЗБЕГІНДЕГІ СИНУСОИДАЛДЫ ТОҚ

#### 2.1 Жалпы мәлімет

Іс жүзінде электротехника негізгі мәніне айнымалы ток жатады. Қазіргі кезде барлық электр энергия айнымалы ток түрінде өндіріледі. Ол оның өндіру және тарату артықшылығымен түсіндіріледі.

Айнымалы тоқты тұрақты токпен салыстырғанда негізгі артықшылығы – оңай және энергияны таратқанда кернеуді аз шығынмен өзгертеді. Айнымалы ток генераторы және қозғалтқышы, тұрақты ток машиналарымен салыстырғанда құрылысы жағынан қарапайым және сенімді.

##### 2.1.1. Синусоидалды ток пен кернеудің амплитудасы және фазасы

Қазіргі техникаларда айнымалы токтың неше түрлі формалары кеңінен пайдаланылады: синусоидалды, тікбұрышты, үш бұрышты т.б. (2.1-сурет). Токтың кез келген уақыттағы мәні **лездік** мәні деп аталады. Токтың, ЭҚК-ның кернеудің, лездік мәндері **i**, **u**, **e** әріптерімен белгіленеді. Токтың лездік мәні теңаралық уақытта қайталанса, **периодты** деп аталады, ал толық бір тербеліс жасауға кететін уақыты- уақыт периоды деп аталады.

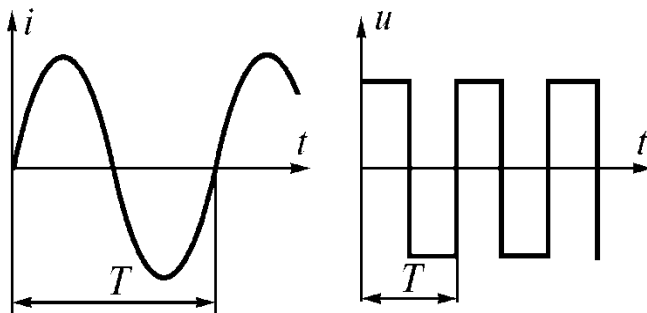
Егерде лездік токтың қисығы синусоида түрінде болса, ток **синусоидалды** деп аталады.

Егерде қисық синусоидтан өзгеше болса, ток синусоидалды емес деп аталады.

Айнымалы токтың электр тізбегіндегі синусоидалды формасы жиі қолданылады, себебі, тоқтардың барлық кернеулігі мен жиілігін синусоидалды уақыты – уақыт функциясы болады. Айнымалы ток генераторларынан уақыты синус заңымен өзгертін ЭҚК алуға тырысады. Тек осылай электр қондырғылардың тиімді жұмыс жасауын қамтамасыз етуге болады.

Барлық синусоидалды уақыт функциясы (мысалы ток) бір түрде жазылады:

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi) \quad (2.1)$$



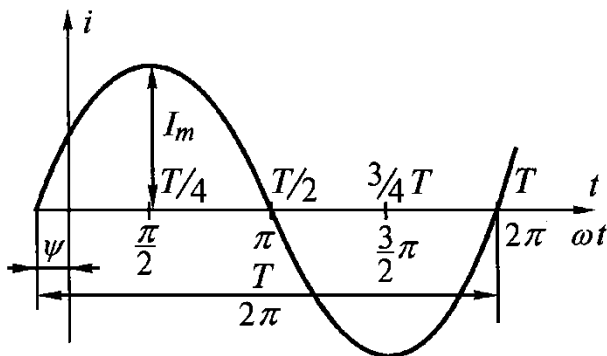
(2.1-сурет)

$i$  – тоқтың лездік мәні;

$I_m$  – тоқтың жоғарғы (амплитудалық) мәні (2.2-сурет);

$\omega$  – бұрыштық жиілік мәні;

$\psi$  – бастапқы фаза;



2.2-сурет

$(\omega t + \psi)$  синус аргументі фаза деп аталады.  $\psi$  бұрыш фазаға тең, бастапқы уақытта  $t=0$  сондықтан оны бастапқы фаза деп атайды.

Фаза уақыт өткен сайын өседі (2.2-сурет)  $2\pi$ -дейін өскесін, тоқтың барлық өзгеру циклі қайталанады. Ағым мезгілі

Т болғанда, фаза  $2\pi$ -ға дейін өседі. Сондықтан  $2\pi/T$  фазаның өзгеру жылдамдығын көрсеткендіктен, ол бұрыштық жиілік деп аталады.

$$\omega = 2\pi/T = 2\pi f; \quad [\omega] = \frac{\text{рад}}{\text{с}} = \text{с}^{-1} \quad (2.2)$$

$$f = \frac{1}{T}; \text{ жиілік, Гц}$$

Стандартты жиілік  $f = 50 \text{ Гц}$  тең болса, бұрышты жиілік

$$\omega = 2\pi \cdot 50 = 314, \text{ с}^{-1}$$

Синусоидалды функция аргументіден-уақыт  $t$  немесе  $\omega t$  бұрышы айтады.

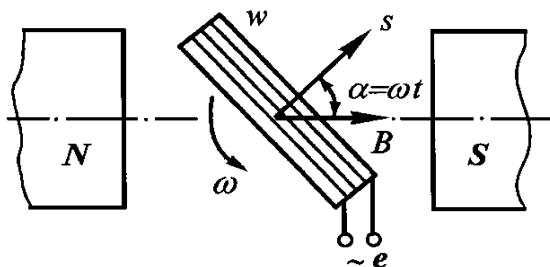
Сондықтан,  $u$  және  $i$  лездік мәндерін табу үшін олардың параметрларын табу керек, олар: амплитуда, бұрыштық жиілік және бастапқы фаза. Қазіргі техникаларда айнымалы тоқ жиілігі, жиіліктің мыңдаған бөлігінен миллиард Герцке дейін кең қолданылады. Біздің елдің электроэнергетикасында және Еуропада стандартты жиілік 50 Гц, АҚШ-та-60 Гц.

### 2.1.2. Синусоидалды ЭҚК алу

Қазіргі заман техникасында синусоидалды ЭҚК-ны түрлі әдістермен алады, электр машиналарда немесе электронды генераторларда, тағыда басқа құрылғыларда. Көрнекті үлгі, айналатын магнит өрісінде жақтаудың электромагниттік индукциясы арқылы ЭҚК әсер ету (2.3-сурет).

Жақтаудың ағымдық ілінісуі мынадай формуламен аңықталады:

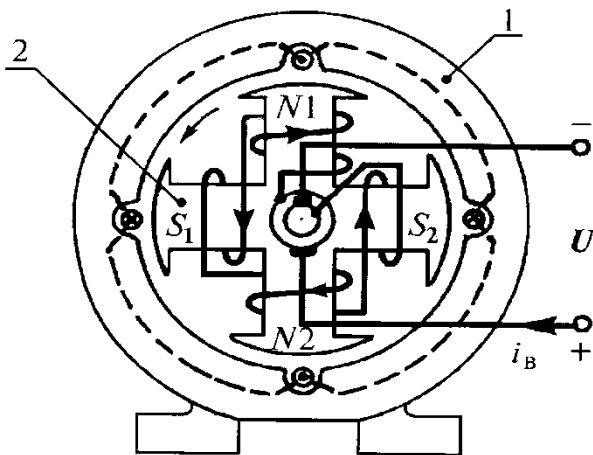
$$\Psi = w\Phi = wBs \cos a = wBs \cos \omega t \quad (2.3)$$



2.3-сурет

Электромагнит индукция заңы бойынша жақтауда ЭҚК пайда болады.

$$e = -\frac{d\Psi}{dt} = wBs\omega \sin \omega t = E_m \sin \omega t \quad (2.4)$$



2.4-сурет

Яғни, ЭҚК синусоида заңымен өзгереді. Қаралған ЭҚК алу әдісі техникада қолданылмайтын көрнекті ескі құрал болып келеді, сондықтан үлкен ауа аралығында күшті біркелкі магнитті өріс алу экономика жағынан тиімсіз.

Өндірісте синусоидалды ЭҚК алу үшін электр машиналар - синхронды генераторлар қолданылады. Айнымалы ток генераторы екі бөліктен тұрады: қозғалмайтын статор 1 және айнымалы ротор 2 (2.4-сурет).

Роторда полюстер орналасқан, яғни электр магниттер, олардың орамалары тұрақты тоқ көзімен қоректенеді және уақытында тұрақты магнитті үздіксіз қоздырғыш жасайды, статор арқылы тұйықталады статорда негізгі орамалар орналасқан онда айнымалы ЭҚК туады. Роторда бір немесе бір неше полюстер болуы мүмкін (2.4-сурет.  $2p=4$ ) Ротор орамаларына тоқ арнайы қоздырғыштың щетка және сақинасы арқылы беріледі. Статор фазасындағы әр орамалар шиыршығында ротор айналғанда

электромагнит заңы, оң қол ережесі бойынша статор орамдарында ЭҚК бағытталады:

$$e = Blv, \quad (2.5)$$

мұнда:  $B$  - сым астындағы магнитті индукция өрісі

$l$  – өткізгіштің активті ұзындығы;

$v$  – ротордың магнитті өрісінің өзгеруінің сызықты жылдамдығы.

$l$  және  $v$  тұрақты болса ЭҚК өзгеруі ауадағы магнитті индукцияның таралуына байланысты.

Полюсті соңы формасын таңдауда, ротор мен статор арасында бүкіл шеңбер магнитті индукциясы синуссоидалдыға жақын өзгеруін алады.

Магнитті индукция ортасына қарсы ең үлкен және полюсті соңы шетіне қарай бірте-бірте азаяды. Ротордың бір айналымында ЭҚК-ның  $p$  толық циклі өзгереді,  $p$ -полюс жұбы саны. Егерде ротордың айналым жиілігі минутына  $n$ -айналымы болса, ЭҚК жиілігі :

$$f = \frac{pn}{60} \quad (2.6)$$

Егерде жиілік  $f=50$ Гц болса, бір жұпты полюсті генератор роторы 3000 айналым/мин жиілікпен айналуы керек, а екі жұпты полюспен -1500 айналым/мин.

(2.4-сурет) Үлкен айналым жылдамдығында ( $v>50$ м/с) полюсті бекіту қиындайды, механикалық мықтылығын қамтамасыздандыру үшін полюстері анықталмаған электр машиналары қолданылады, онда орамалар цилиндрлі ротор фазасына біркелкі емес орналасады, алаң формасы синуссоидалды болу керек.

### 2.1.3. Синуссоидалды тоқтың әрекетілігі және орташа мәні

Айнымалы тоқтың лездік мәні нөлден ең үлкен мағынаға дейін әруақытта өзгеріп тұрады. Айнымалы тоқтың өлшем бөлігі тұрақты ток сияқты ампер. Бұл бекітудің мағынасы неде? «Айнымалы ток» термині нені білдіреді?

Айнымалы тоқты амплитудасымен сипаттауға болар еді. Негізінде олай істеуге болады, іс жүзінде өте ыңғайсыз, себебі айнымалы ток амплитудасын өлшейтін құрал жасау қиын.

Айнымалы тоқты сипаттау үшін тоқтың бағытына байланысты емес қасиеттерін пайдаланған ыңғайлы, ондай қасиетке тоқтың өткізгішті өту барысындағы қыздыратын қабілеттілігі жатады. Біршама өткізгіштен өтетін айнымалы тоқты елестететін, кедергісі  $R$ -ден. Біршама уақытта ток өткізгіште белгілі мөлшер шамасында жылу энергиясын шығарады:

$$W = \int_0^T i^2 R dt. \quad (2.7)$$

Сол өткізгіштен тұрақты ток жібереміз, оны солай сұрыптаймыз, дәл сондай уақытта өткізгіште сондай мөлшер шамасында жылу энергиясын шығару керек:

$$W = I^2 RT. \quad (2.8)$$

Жылу әсерінен екі токта бірдей, сондықтан тұрақты тоқты, жылу санын өткізгіште айнымалы токпен бірдей шығарса, ол айнымалы тоқтың әсерлік мәні деп аталады.

(2.7) мен (2.8) теңестіріп синусоидалды ток әсерлік мәнін табамыз:

$$I^2 RT = \int_0^T i^2 R dt; \quad I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}. \quad (2.9)$$

Сонымен, синусоидалды тоқтың әсерлік мәні кезеңдегі орташа квадратталған болып табылады. Әсерлі  $I$  ток пен синусоидалды ток  $I_m$  амплитудасы араларында мынадай байланыс орынатылады:

$$I^2 = \frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt = \frac{I_m^2}{T} \int_0^T \sin^2(\omega t + \psi) dt =$$

$$\frac{I_m^2}{2T} \int_0^T [1 - \cos(2\omega t + 2\psi)] dt = \frac{I_m^2}{2T} (T - 0) = \frac{I_m^2}{2}$$



$$\text{Демек } I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0,707 I_m \quad (2.10)$$

Синусоидалды токтың әсерлік мәні амплитудасынан  $\sqrt{2}$  рет аз. Осыған ұқсас синусоидалды кернеудің әсерлік мәні анықталады:

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt}; \quad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \quad (2.11)$$

Электротехникалық құрылғылардың номиналды тоғы мен кернеуі, әсерлік мәні арқылы анықталады. Электромагнитті, электро-динамикалық, басқа да жүйелер құралдары, тоқ пен кернеудің әсерлік мәнін көрсетеді.

Синусоидалды шаманың орташа мәнін кезеңнің жартысында есептейді, осы уақытта ол белгісін өзгертпейді. Функция кезеңіндегі орташа мәні уақыттың осіне қатысты симметриялы нөлге тең.

Сондықтан:

$$I_{cp} = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} i dt = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} I_m \sin \omega t dt = -\frac{2I_m}{T\omega} \left| \cos \omega t \right|_0^{T/2} = \\ -\frac{I_m}{\pi} (-1-1) = \frac{2I_m}{\pi} \approx 0,637 I_m. \quad (2.12)$$

$$\text{Ұқсас: } U_{cp} = \frac{2U_m}{\pi}; \quad E_{cp} = \frac{2E_m}{\pi}.$$

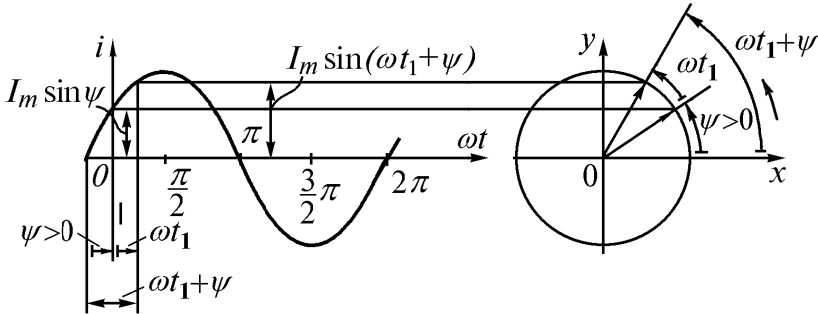
Магнитті электр жүйесінің өлшем құралдары кезеңдегі орташа мәнін көрсетеді.

#### **2.1.4 Синусоидалды шаманың векторлы көрінісі. Вектор диаграммасы**

Математикада белгілі,  $\omega t$  аргумент синусоидалды функциясы, егер ол радиусы  $\omega t$  радианға сағат жүрісіне қарсы

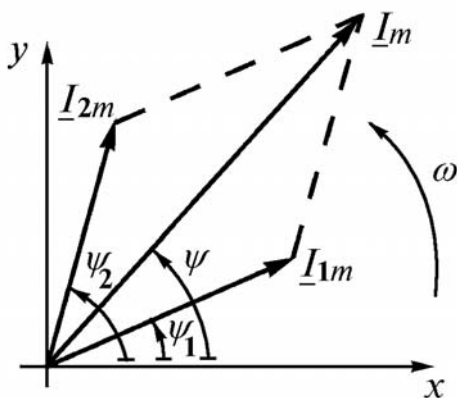
айналса ординат осіне түскен бірлік шама ұзындығының проекциясы ретінде анықталады.

$I$  синусоидалды тоғына,  $I_m$  радиус ұзындығы мен үздіксіз айналым сәйкес келеді, бұрышты жылдамдығы  $\omega = const$  сағат тілінің жүрісіне қарсы. Координаты жазықтықтағы  $(i, \omega t)$  синусоид декарт жүйесінде  $(x, y)$  айналып тұрған вектор түрінде көрсетіледі (2.5-сурет)



2.5-сурет

$\underline{I}_m$  векторын жасау үшін,  $x$  абсцисс осінің дұрыс бағытынан бұрыш ретінде алынады. Дұрыс бастапқы фаза  $x$  осінен сағат тілінің айналымына қарсы жасалынады, ал теріс бастапқы фаза – сағат тілінің жүрісіне сәйкес көрсетіледі.  $\underline{I}_m$  вектордың  $y$  осіне проекциясы токтың демдегі мәніне тең  $\underline{I}_m$ , уақыты  $t=0$ . Мейлі,  $t=0$  тең мезгілінен, вектор  $\underline{I}_m$  координат 0-ден бастап тұрақты бұрышты жылдамдығын дұрыс бағытта (сағат тілінің жүрісіне қарсы) айналады.  $t_1$  уақыт шамасында вектор  $x$  осінде  $(\omega t_1 + \psi)$  бұрышқа бұрылады,  $y$  осіндегі оның проекциясы функцияның демдегі мәніне тең болады  $i(t_1) = I_m \sin(\omega t_1 + \psi)$  Сондықтан,  $\omega$  бұрышты жылдамдықпен айналып жатқан  $\underline{I}_m$  вектордың координат осіндегі проекциясы кез келген уақытта синусоидалды функцияның демдегі мәніне тең  $i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi)$ .



2.6-сурет

Синусоидалды функцияны айналып тұрған вектор түрінде көрсету үшін, бастапқы уақыт шамасында  $x$ ,  $y$  жазықтығында көрсетуге болады (2.6-сурет) Бұл жағдайда, айналып тұрған вектор синусоидты көрсетеді, яғни оның екі айрықша параметрлері туралы мәлімет береді, олар -  $I_m$  амплитудасы және  $\psi$  бастапқы фазасы.

Синусоидтың қосу (алу) есебі қысқарады, егер де вектор түрінде жазықтықта көрсетілсе, функцияны көрсететін векторларды қосады. Мысал ретінде екі тоқты қосайық:

$$i_1 = I_m \sin(\omega t_1 + \psi_1) \text{ мен } i_2 = I_2m \sin(\omega t_2 + \psi_2)$$

(2.6 суретте)  $i_1$  мен  $i_2$  жазықтықта вектор түрінде көрсетілген.  $I_m$  модульді вектор  $x$  өсіне  $\psi$  бұрышымен орналасқан, векторлар қосындысы болады және қосынды синусоидты көрсетеді:

$$i = i_1 + i_2 = I_m \sin(\omega t + \psi).$$

Қолданбалы электротехникада тоқ пен ЭҚК-ның әсерлі мәнін білген жөн.

## 2.2. Синусоидалды тоқ тізбегітегі резистор, индуктивті катушка және конденсатор

Тұрақты тоқ тізбегінен синусоидалық тоқ тізбегінің айырмашылығы элементіне тек қана резистор емес, индуктивті катушка және конденсатор да жатады. Нақты электр тізбегіндегі айнымалы тоқтың зерттеу үдерісін оңайлату үшін бұл тізбек, тұрақты тоқ тізбегі сияқты, осы элементтерден тұратын алмастыру сұлбасы түрінде көрсетіледі. Айнымалы тоқ тізбегінің элементтері жылу түрінде энергия беретін, активті кедергі деп аталады.

Тізбек элементтері, электр және магнит жазықтығында мезгіл-мезгіл энергия сақталса, реактивті деп аталады, ал айнымалы тоқ кедергісі – реактивті кедергі деп аталады.

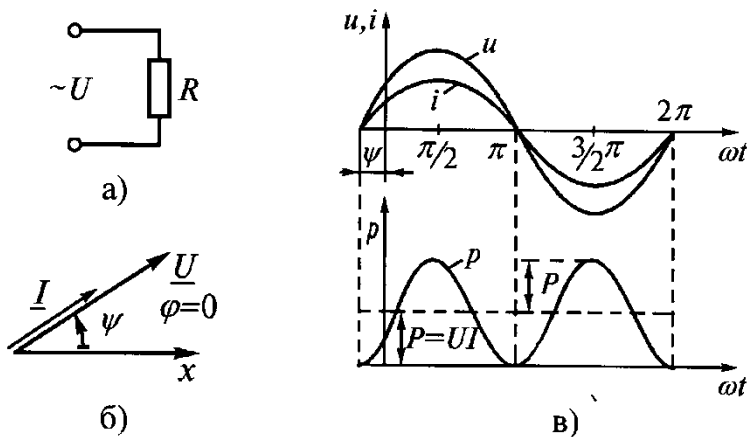
Реактивті кедергімен катушка және конденсатор иемденген. Синусоидалды тоқ тізбегі есебінің негізін білу үшін, жәй тізбектегі тоқ пен кернеудің ара – қатынасын қарастырайық.

### 2.2.1. Синусоидалды тоқ тізбегіндегі резистор

Егер де синусоидалды кернеуді  $u = U_m \sin(\omega t + \psi)$  (2.7 а-сурет) кедергі  $R$  резисторға қоссақ, одан синусоидалды тоқ жүреді:

$$i = \frac{u}{R} = \frac{U_m}{R} \sin(\omega t + \psi) = I_m \sin(\omega t + \psi). \quad (2.13)$$

Демек, қысқыштағы кернеу мен резистордағы токтың бастапқы фазасы бірдей, басқаша айтқанда, фазасы беттеседі: олар бір уақытта амплитуда мәндеріне жетеді және сәйкес бір уақытта нөлден өтеді (2.7-сурет)



2.7-сурет

Жиіліктері бірдей екі синусоиданың бастапқы фазаларының айырымы фазалық ығысу бұрышы деп аталады.

Дәл осы жағдайда, тоқ пен кернеу арасындағы фазалық ығысу бұрышы нөлге тең:

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = 0. \quad (2.14)$$

Тоқ пен кернеудің амплитудалық және әсерлік мәндері Ом заңымен байланысты:

$$I_m = \frac{U_m}{R}; I = \frac{U}{R}. \quad (2.15)$$

Резистордан тоқтың өтуі, оның қорек көзінен энергия алумен жалғасады. Тоқтың түсу жылдамдығы қуатымен сипатталады.

Резистордың пайдаланатын лездік қуаты:

$$p = ui = U_m I_m \sin^2(\omega t + \psi) = UI[1 - \cos(2\omega t + 2\psi)], \quad (2.16)$$

Кернеу мен тоқ жиілігімен салыстырғанда, екі есе бұрыштық жиілікпен өзгереді.

Лездік қуатта тұрақты құраушы  $UI$  болады және құраушы  $UI \cos(2\omega t + 2\psi)$  екі есе  $2\omega$  бұрыштық жиілікпен өзгереді. (2.7-сурет). Егер де  $u$  мен  $i$  фазасы беттессе, оларда бірдей белгі болады, олардың көбейтінділері әр уақытта он, яғни  $p > 0$ .

Кезеңдегі лездік қуаттың орташа мәні:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt \quad (2.17)$$

Бұл активті қуат деп аталады, ватпен өлшенеді. Активті қуат:

$$P = UI = I^2 R, \text{ Вт}. \quad (2.18)$$

Осыдан активті кедергі табылады:

$$R = \frac{P}{I^2}. \quad (2.19)$$

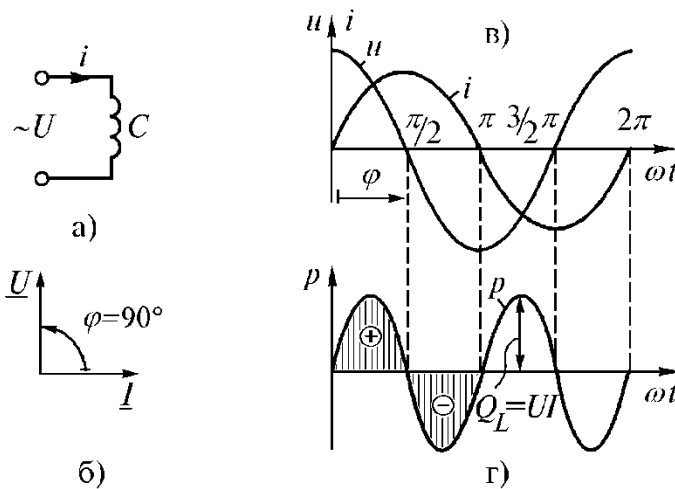
Белгілі, айнымалы тоқ өткізгішінің кедергісі, сыртқы құбылыс әсерінен, құйынды тоқ пен кеңістіктегі электр магнит энергиясының пайда болуынан тұрақты тоққа қарағанда артық.

### 2.2.2. Синусоидалды тоқ тізбегіндегі индуктивті катушка

Индуктивті катушка, нақты тізбектегі синусоидалды тоқ алмастыру сұлбасының элементі түрінде, магниті жазықтықта

индукция құбылысы мен жиналу құбылысын есепке алуға жағдай жасайды.

Айнымалы тоқ тізбегіне (2.8 а-сурет), аз кедергісі бар  $R=0$  индуктивті катушка қосылған тоқтың үздіксіз өзгеріп тұруы ЭҚК катушка иірімінде өз индукциясының пайда болуына әсер етеді. Ленц ережесі бойынша ЭҚК тоқтың өзгеруіне қарсыласады.



2.8-сурет

Мысалы, катушкадағы тоқ синус заңы бойынша өзгереді

$$i = I_m \sin \omega t. \quad (2.20)$$

Бұл жағдайда өз индукциясының ЭҚК-сы

$$e_L = -L \frac{di}{dt} = -\omega L I_m \sin(\omega t + 90^\circ). \quad (2.21)$$

Сондықтан, катушкадағы кернеу

$$u_L = -e_L = \omega L I_m \sin(\omega t + 90^\circ) = U_m \sin(\omega t + 90^\circ). \quad (2.22)$$

(2.20) және (2.22) формулаларды салыстыра отырып, маңызды қорытынды шығарамыз: **Кернеу тоқтан  $\pi/2$  бұрышқа озады**, немесе тоқ фазасы кернеуден  $\pi/2$  бұрышқа қалады деуге болады (2.8 б-сурет). Дәл осы жағдайда **фазаның қозғалу бұрышы** он(озады) (2.8 в-сурет)

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = 90^\circ = \pi/2. \quad (2.23)$$

$X_L = \omega L$  индуктивті кедергі, өлшем бірлігі – Ом. Ол жиілікке байланысты және есеп шамасын көрсетеді, ол арқылы өзара индукция құбылысы анықталады.

Кернеу мен тоқ амплитудасы Ом заңымен байланысты екенін (2.22) формула талдауынан көруге болады.

$$U_m = \omega L I_m = X_L I_m. \quad (2.24)$$

Оның әсерлі мәніде оған ұқсас

$$U = \omega L I = X_L I. \quad (2.25)$$

Катушкасы бар тізбектің лездік қуаты

$$p = ui = U_m I_m \sin(\omega t) \sin(\omega t + 90^\circ) = 2UI \sin \omega t \cos \omega t = UI \sin 2\omega t. \quad (2.26)$$

(2.28 г-сурет) кестесі (2.26) теңдеу арқылы салынған, бұл кезеңнің бірінші ширегінде  $u > 0$  және  $i > 0$  болғанда,  $p$  қисығы мен абсцис осімен шектелген алаңды, магнит өрісін жасау үшін катушканың алатын энергиясын көрсетеді. Кезеңнің екінші ширегінде тоқ ең көп саннан нөлге дейін азаяды, магнитті өріс энергиясы қоректену көзіне беріледі. Бұл кезде лездік қуаты теріс үдеріс қайталанады. Сонымен, катушка мен қорек көзі арасында энергия ауытқуы пайда болады, катушкаға кіретін активті қуат нөлге тең. Тізбектегі лездік қуат амплитудасының ауытқуын реактивті (индуктивті) қуат деп атайды:

$$Q_L = UI = I^2 X_L. \quad (2.27)$$

Реактивті қуаттың активтіден өзгеше өлшем бірлігі – *Var* (вольт-ампер реактивті)

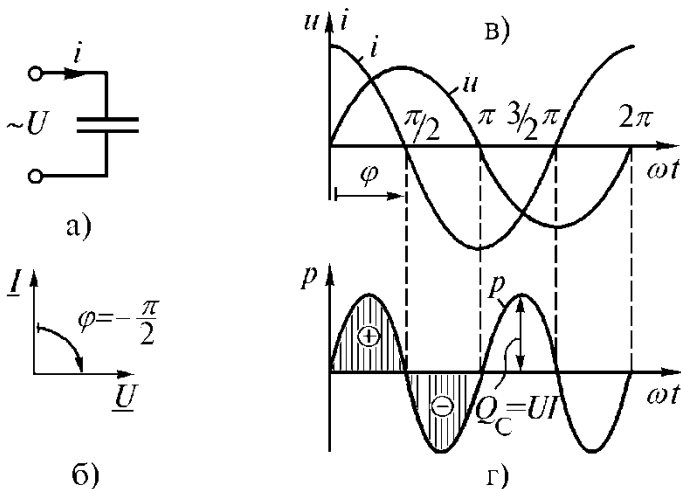
### 2.2.3. Синусоидалды тоқ тізбегіндегі конденсатор

Конденсатордың айнымалы тоқ тізбегіне қосылуы тізбектің үзілуіне әсер етпейді, конденсатордың қуат алуы мен ағын алуы арқылы тоқ тізбекте қуаттанып тұрады, (2.9 а-сурет) бойынша кернеу синус заңымен өзгереді:

$$u = U_m \sin \omega t. \quad (2.28)$$

Онда

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du}{dt} = \omega CU_m \cos \omega t = \frac{U_m}{\frac{1}{\omega C}} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = I_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right). \quad (2.29)$$



2.9-сурет

(2.29) формула  $\pi/2$  бұрышқа салынған кернеуден тоқтың озатынын көрсетеді. (2.9 б, в-сурет) Тоқтың нөл шамасы кернеудің ең үлкен шамасына сәйкес келеді. Физикалық тұрғыдан айтқанда, электр заряды мен кернеу ең үлкен шамасына жеткенде, тоқ нөлге тең болады.

Тоқтың фазалық ығысуы, кернеу мен тоқтың бастапқы фазаларының айырмашылығын көрсетеді:

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = -\pi/2. \quad (2.30)$$

Сонымен катушкасы бар тізбектен ерекшелігі  $\varphi = \pi/2$  км, **конденсаторы бар тізбектің фазасының жылжу бұрышы теріс.**

(2.29) формулада, тоқ пен кернеу амплитудалары Ом заңымен байланысты:



$$I_m = \omega C U_m = \frac{U_m}{X_C}; X_C = \frac{1}{\omega C}, \quad (2.31)$$

Бұнда  $X_C$  -**сыйымдылық кедергі**, Оммен өлшенеді.

Конденсаторға түсетін лездік қуат

$$p = ui = U_m I_m \sin \omega t \sin(\omega t + \pi / 2) = UI \sin 2\omega t, \quad (2.32)$$

Бұрышты жиілігі  $2\omega$  синусоидалды ауытқиды, амплитудасы  $UI$  (2.29 г-сурет). Қорек көзінен түскен энергия конденсатордың электр өрісінде уақытша қамданады, содан кейін, электр өрісі жоқ болғанда, қайтадан қайнар көзіне қайтып келеді. Бұнда да катушкалы тізбектегідей, қайнар көзі мен конденсатор арасында энергия ауытқиды, активті қуат  $P = 0$ .

Конденсаторы бар тізбек қуаты амплитудасының ауытқуын **реактивті (сыйымдылық) қуат** деп аталады.

$$Q_C = UI = X_C I^2, \text{Var}. \quad (2.33)$$

### 2.3. Синусоидалды тоқ тізбегін векторлы диаграмма арқылы талдау

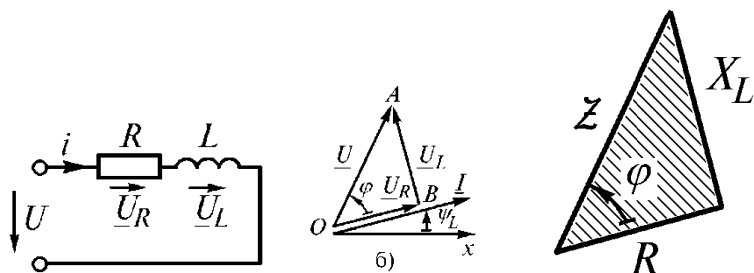
Синусоидалды ЭҚК көрсететін біріктірілген, бір жиіліктегі кернеу мен тоқ, бір-біріне қарасты бағдарын сақтап жазықтықта көрсетілген векторлар, векторлы диаграмма деп аталады. Векторлы диаграмма, синусоидалды тоқ тізбегінің жұмыс режимін талдауда кеңінен қолданылады, тізбек есебін жеңіл және көрнекті жасайды.

#### 2.3.1. Резистор және индуктивті катушкасы бар тізбек

Айнымалы тоқ тізбегіндегі нақты катушка активті жіне индуктивті кедергілерінің өзара байланыстарын көрсетеді. (2.10 а-суретте) индуктивті катушканың алмастыру сұлбасы берілген.

Мысалы, катушкадан синусоидалды тоқ жүреді

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i) \quad (2.34)$$



2.10-сурет

Кирхгофтың екінші заңына сәйкес кернеулердің лездік мәндері

$$u = u_R + u_L = iR + L \frac{di}{dt}, \quad (2.35)$$

$u_R$  - активті кедергідегі кернеу

$u_L$  - индуктивті кедергідегі кернеу.

(2.35) теңдеуді әрекеттегі мәндер бойынша былай жазуға болады:

$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_L. \quad (2.36)$$

(2.36) теңдеуге қарап векторлы диаграмма салынады.  $(x, y)$  координат жүйесіне тоқ векторы  $\underline{I}$  (негізгі вектор) көрсетіледі. (2.10 б-сурет) Бұдан кейін кернеу векторы  $\underline{U}_R$  кедергісінің активті құрамасын жүргіземіз.

Ол тоқ фазасымен сәйкес болады.  $\underline{U}_L$ -кернеу векторы ток векторынан  $90^\circ$  озады. Екі вектор қосындысы қайнар қорек көзінің кернеу векторын береді, ол ток векторынан  $\varphi$  бұрышқа озады.

Вектор диаграммасынан

$$U^2 = U_R^2 + U_L^2 = I^2 R^2 + I^2 X_L^2,$$

$$\text{Бұдан } I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} = \frac{U}{Z} \quad (2.37)$$

$Z$  – тізбектің толық кедергісі, ол берілген кернеуді токқа бөлу арқылы табылады  $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \frac{U}{I}$ .

2.10 б-суреттегі ОАВ үшбұрышы, кернеу үшбұрышы деп аталады. Ток пен бір фазадағы кернеу құрамасы активті кернеу құрамасы деп аталады  $U_a$  :

$$U_a = U_R = U \cos \varphi = IR. \quad (2.38)$$

Ток векторына тігінен түсетін кернеу құрамасы реактивті кернеу құрамасы деп аталады:

$$U_p = U_L = U \sin \varphi = IX_L. \quad (2.39)$$

Егер де, (2.10 б-сурет)кернеу үшбұрышының қабырғасын әрекеттегі ток мәніне бөлсек, кедергі бұрышын табамыз (2.10 в-сурет). Кедергі үшбұрышынан арақатынасы, фазаның жылжу бұрышы мен тізбек параметрлерінің байланысы табылады.

$$R = Z \cos \varphi; \quad X_L = Z \sin \varphi; \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{X_L}{R};$$

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z}; \quad \sin \varphi = \frac{X_L}{Z}; \quad \varphi = \operatorname{arctg} \frac{X_L}{R}. \quad (2.40)$$

Егер де,  $0 < \varphi < \pi/2$  Тізбек индуктивті болады.  $\varphi = 0$  және  $\varphi = \pi/2$  болса таза активті және таза индуктивті күшке сәйкес келеді. Тізбектегі токтың заң бойынша өзгеретіндігіне орай, кернеудің лездік мәнін жазайық (2.34)

$$u_R = I_m R \sin(\omega t + \psi_i) = U_{mR} \sin(\omega t + \psi_i);$$

$$u_L = I_m X_L \sin(\omega t + \psi_i + 90^\circ) = U_{mL} \sin(\omega t + \psi_i + 90^\circ);$$

$$u = I_m Z \sin(\omega t + \psi_i + \varphi) = U_m \sin(\omega t + \psi_i + \varphi). \quad (2.41)$$

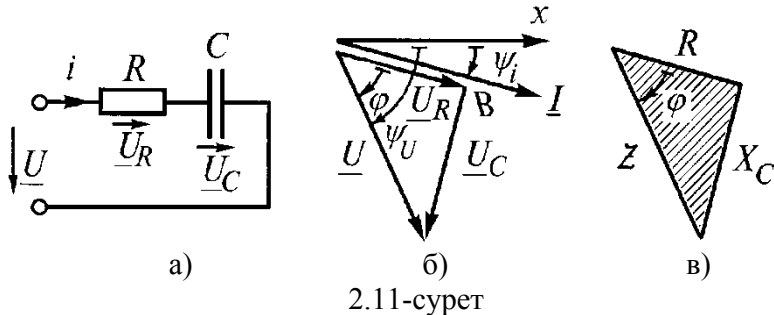
### 2.3.2. Резистор мен конденсаторы бар электр тізбегі

Кирхгофтың екінші заңы бойынша, 2.11 а-суреттегі тізбектің кірісіндегі кернеу, әсерлі мәні келесі теңдеумен табылады.

$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_C. \quad (2.42)$$

Тізбекте мынадай ток  $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$  жүреді және  $\psi_i < 0$  деп, векторлы диаграмма сызамыз.

Тоқ векторын  $x$  осіне  $\psi_i$  бұрышымен теріс бағытта сағат жүрісіне сай жүргіземіз (2.11 б-сурет).



2.11-сурет

Резистор  $\underline{U}_R$  кернеу векторы фазасы мен тоқ векторына дәл келеді, ал конденсатор  $\underline{U}_C$  кернеу векторы, тоқ векторынан  $90^\circ$  қалады. Екі векторды қосқанда (2.42) теңдеу бойынша  $\underline{U}_C$  қорек көзінің кернеу векторын табамыз (2.11 б-сурет).

Векторлы диаграммадан:

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X_C^2}} = \frac{U}{Z}; \quad Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} \quad (2.43)$$

$Z$  -  $R$ ,  $C$  тізбегінің толық кедергісі.

Қорек көзінің кернеу векторы, тоқ векторынан  $\varphi$  бұрышына қалады, сондықтан тізбек сыйымдылық түрде болады:  $-90^\circ < \varphi < 0$

(2.11 б-сурет) кернеу үшбұрышы мен (2.11 в-сурет) кедергі үшбұрышының арақатынасын (2.38), (2.39) (2.40) формулалар бойынша жазуға болады.

Тізбек элементіндегі кернеулердің лездік мәндері былай жазылады:

$$\begin{aligned} u_R &= I_m R \sin(\omega t + \psi_i) = U_{mR} \sin(\omega t + \psi_i); \\ u_C &= I_m X_C \sin(\omega t + \psi_i - 90^\circ) = U_{mC} \sin(\omega t + \psi_i - 90^\circ); \\ u &= I_m Z \sin(\omega t + \psi_i + \varphi) = U_m \sin(\omega t + \psi_i + \varphi). \end{aligned} \quad (2.44)$$

### 2.3.3. Резисторды катушка мен конденсаторды тізбектеп қосу

Синусоидалды токтың  $i = I_m \sin \omega t$  R, L, C элементтерінің тізбектеліп жалғасқан электр тізбегінен өткенде, (2.12 а-сурет) оның қысқышында синусоидалды кернеу пайда болады және ол элементтердің синусоидалды кернеулерінің алгебралық қосындысына тең. (Кирхгоф екінші заңы):

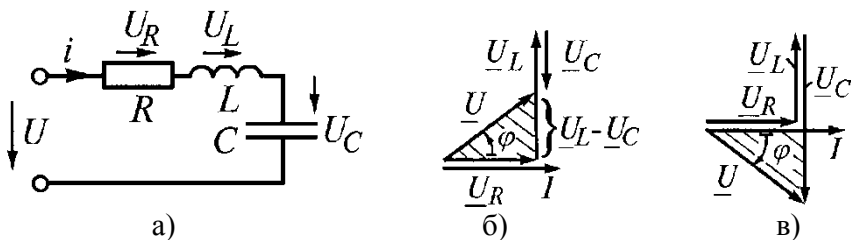
$$u = u_R + u_L + u_C. \quad (2.45)$$

Осы теңдеуді векторлы түрде жазамыз:

$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_L + \underline{U}_C. \quad (2.46)$$

Фазалар ара-қатынастарын ескере отырып векторлы диаграмма сызамыз (2.12 б-сурет)

Резистор кернеу векторы фаза бойынша ток векторымен бір бағытта, конденсатор кернеуі ток векторынан  $90^\circ$  қалады, ал индуктивтегі ток кернеу векторы  $90^\circ$  озады. Тізбек элементтеріндегі үш кернеу векторын қоссақ, қорек көзінің кернеу векторын табамыз.



2.12-сурет

Векторлы диаграммдан кіріс кернеуін табамыз:

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = \sqrt{I^2 R^2 + (IX_L - IX_C)^2},$$

Бұдан, ток пен толық кедергі:

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{U}{Z};$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + X^2} \quad (2.47)$$

$X = X_L - X_C$  – индуктивті және сыйымдылық кедергі айырмашылығы реактивті кедергі деп аталады.

Кернеу үшбұрышынан фаза жылжуын табамыз:

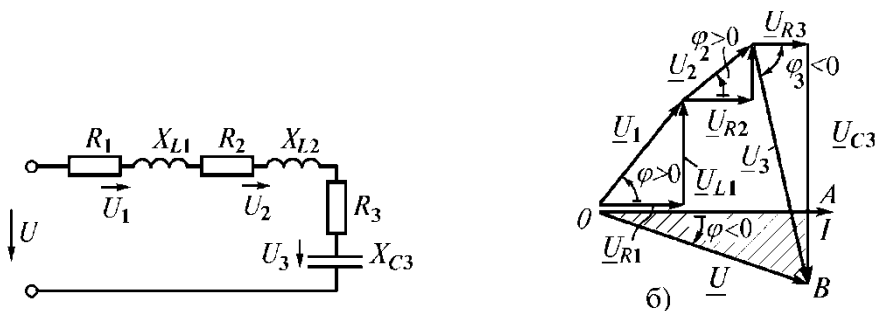
$$\varphi = \arctg \frac{U_L - U_C}{U_R} = \arctg \frac{X_L - X_C}{R} = \arctg \frac{X}{R}. \quad (2.48)$$

Егер де,  $X_L > X_C$  көп болса,  $X > 0$ , онда тізбек индуктивті түрде болады. Бұл жағдайда  $U_L > U_C$  (2.12 б-сурет), Ал фаза жылжуы  $\varphi > 0$ . Егер де  $X_L < X_C$  аз болса,  $X < 0$ , онда тізбек сыйымдылық түрде болады, ал фаза жылжуы  $\varphi < 0$  (2.12 в-сурет). Сонымен, реактивті кедергі  $X$ , оң ( $\varphi > 0$ ) және теріс ( $\varphi < 0$ ) болуы мүмкін.

Егерде,  $X_L = X_C$  болса, реактивті кедергі  $X = X_L - X_C = 0$ . Бұл жағдайда тізбек активті түрде болады, ал фаза жылжуы  $\varphi = 0$ . Бұл режим **кернеу резонансы** деп аталады.

### 2.3.4. Синусоидалды тоқтың тармақталмаған тізбегі

Тізбектеліп қосылған үш тоқ қабылдағыш электр тізбегін қарастырайық (2.13 а-сурет) алдыңғы екеуі активті-индуктивті түрде, үшіншісі тізбектеліп қосылған резистор мен конденсатор. Векторлы диаграмма бойынша тізбек талдауын жасайық.



2.13-сурет

Барлық векторлар диаграммаларының базасы болатын еркін тоқ векторын құрастырамыз. Кирхгоф заңы бойынша теңдеу құрамыз:

$$\underline{U} = \underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_3,$$

Мұнда  $\underline{U}_1 = \underline{U}_{R1} + \underline{U}_{L1}$ ;  $\underline{U}_2 = \underline{I}R_2 + \underline{I}X_{L2}$ ;  $\underline{U}_3 = \underline{I}R_3 + \underline{I}X_{C3}$ . Векторлар құрамасын жасаймыз, модулдері Ом заңы бойынша табылады. Вектор қосындысын көп бұрыш ережесі бойынша жасаймыз.

Тізбектің активті кедергісіндегі кернеу векторы фазасымен тоқ векторына дәл келеді,  $\underline{U}_L$  векторы тоқ векторынан  $90^\circ$  озады, ал  $\underline{U}_C$  векторы одан  $90^\circ$  қалады (2.13 б-сурет). Көрек көзінің әрекеттегі кернеу мәні ( $\underline{U}$  вектор модулі) диаграмма бойынша ОАВ кернеу үшбұрышынан былай табылады.

$$U = \sqrt{I^2(R_1 + R_2 + R_3)^2 + I^2(X_{L1} + X_{L2} - X_{C3})^2} = I\sqrt{R^2 + X^2} = IZ. \quad (2.49)$$

(2.49) формула бойынша  $R = R_1 + R_2 + R_3$  тізбектің активті кедергісі тізбектеп жалғасқан резисторлардың кедергілері олардың арифметикалық қосындысына тең.

Тізбектеген  $n$  қабылдағыштың жалпы жағдайы мынадай:

$$R = \sum_{K=1}^n R_K. \quad (2.50)$$

$X = X_{L1} + X_{L2} - X_{C3}$  тізбектің реактивті кедергісі болады, тізбектеліп қосылған элементтер кедергілерінің арифметикалық қосындысына тең.

Жалпы келгенде:

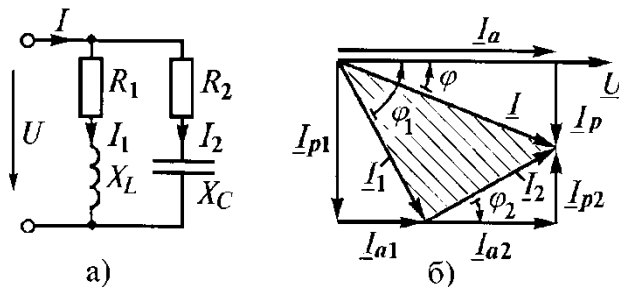
$$X = \sum_{K=1}^n (X_{LK} - X_{CK}) = \sum_{K=1}^n X_K. \quad (2.51)$$

Біздің сұлбада индуктивті кернеу векторлары конденсатордағы кернеу векторынан аз, сондықтан  $X < 0$ , бұндай жағдайда реактивті кедергі сыйымдылық түрінде болады. (2.49) формула Ом заңы бойынша  $U$  мен  $I$  әрекеттегі мәнінің арасындағы байланысты көрсетеді.

### 2.3.5. Резисторды, катушка мен конденсаторды қатар қосу

Қатар қосылған екі тармағы бар тізбекті қарастырайық. Мысалы, кернеу көзі мен сұлба параметрлері белгілі. Қорек көзінен алатын  $I$  тоқ пен тізбек кірісіндегі  $\varphi$  жылжу бұрышын табу керек. Есепті қатынасын табу үшін тоқтың векторлы диаграммасын жасаймыз. Қатар тармақтағы тоқты және берілген кернеуге қатысты бұрыштың ығусуын есептейміз. Бірінші тармақ үшін жүктемелеу сипаттамасы индуктивті тоқ  $I$  дан  $0 < \varphi < \pi/2$  бұрышқа қалады:

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_L^2}; I_1 = \frac{U}{Z_1}; \varphi_1 = \arctg \frac{X_L}{R_1} > 0.$$



2.14-сурет

Екінші тармақ жүктеме сыйымдылық сипаттамада:

$I_2$  вектор  $U$  дан-  $\pi/2 < \varphi < 0$  бұрышына озады.

$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + X_C^2}; I_2 = \frac{U}{Z_2}; \varphi_2 = -\arctg \frac{X_C}{R_2} < 0.$$

Қатар тармақтардың негізі болатын, негізгі вектор ретінде  $\underline{U}$  қорек көзі кернеудің векторы алынады. (2.14 б-сурет) Осыған байланысты  $\underline{I}_1$ ,  $\underline{I}_2$  тоқ векторларын бағыттау қиын емес.

Тоқтың екінші тармағын бағыттағанда  $\varphi_2$  бұрышын вектор  $\underline{I}_2$ ,  $\underline{U}$  векторына қатар жүргіземіз, себебі векторлар басының бір біріне қатысы жоқ. Кирхгофтың бірінші заңына сәйкес  $\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2$  кіріс тоғын табамыз. Әрі қарай векторлы диаграммадан барлық есеп қатынасын табамыз. Ол үшін, әр вектор проекциясы оске өзара тігінен (взаимоперпендикулярны)



түсті дейік. Вектор проекциясынан кернеу векторына бағытталған тоқты  $\underline{I}_p$  токтың активті құрамасы деп атаймыз, ал өзара тігінен бағытталған проекция -  $\underline{I}_p$  токтың реактивті құрамасы болады (2.14 б-сурет), бұл құрамалар барлық векторларда көрсетілген.  $\underline{I}_a$  және  $\underline{I}_p$  ток құрамасы физикалық түрде жоқ, тек есепті түрінде қаралуы керек. Диаграмма бойынша кірме токтың активті құрамасы, қатар жүрген тармақтағы тоқтардың активті құрамасының қосындысы түрінде анықталады:

$$I_a = I_{a1} + I_{a2} = I_1 \cos \varphi_1 + I_2 \cos \varphi_2 = \frac{U R_1}{Z_1 Z_1} + \frac{U R_2}{Z_2 Z_2} = U \left( \frac{R_1}{Z_1^2} + \frac{R_2}{Z_2^2} \right) = U(g_1 + g_2) = Ug \quad (2.52)$$

$g$  - тізбектің активті өткізгіштілігі, жеке тармақтар активті өткізгіштіліктің арифметикалық қосындысына тең.

$$g = g_1 + g_2; \quad g = \sum_{K=1}^n g_k \quad (2.53)$$

$$g_k = \frac{R_K}{Z_k^2} - k \text{ тармақтың активті өткізгіштілігі.}$$

Тек кейбір жағдайда, егер де тармақ таза активті кедергісі  $Z_K = R_K$  түрінде көрсетілсе, оның активті өткізгіштілігі, активті кедергіге керісінше болады.

Кірме токтың реактивті құрамасы, қатар жүрген тармақтар тоғының реактивті құрамасының алгебралық қосындысы ретінде анықталады. Индуктивті тармақтағы реактивті құраманы оң деп санайды, ал сыйымдықтағыны – теріс дейді. Белгілері, сәйкес мәндері қойылғанда есептеледі:

$$I_p = I_{p1} + I_{p2} = I_1 \sin \varphi_1 + I_2 \sin \varphi_2 = \frac{U X_1}{Z_1 Z_1} + \frac{U X_2}{Z_2 Z_2} = U \left( \frac{X_{L1}}{Z_1^2} - \frac{X_{C2}}{Z_2^2} \right) = U(b_{L1} - b_{C2}) = Ub, \quad (2.54)$$

$b = b_{L1} - b_{C2}$  – тізбек өткізгіштігінің реактивті құрамасы кейбір тармақтардың реактивті өткізгіштілігінің алгебралық қосындысына тең.

Жалпы жағдайда

$$b = \sum_{k=1}^n b_k$$

$b_k$ - кейбір  $K$  тармақтардың реактивті өткізгіштігі;

$$b_k = \frac{X_k}{z_k^2}, \quad (2.55)$$

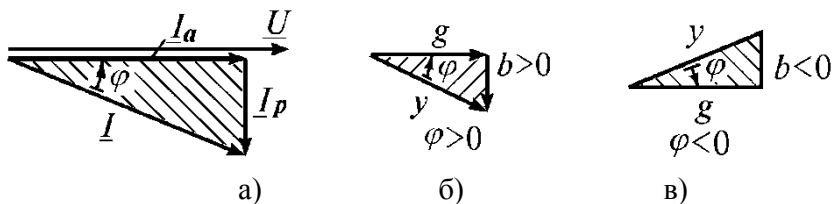
Егер де, қарастырылатын тармақ таза реактивті болса:  $Z_k = X_k$  өткізгіштілік реактивті кернеуге керісінше болады. Тізбек кірмесіндегі ток (2.14 б-сурет)

$$I = \sqrt{I_a^2 + I_p^2} = \sqrt{U^2 g^2 + U^2 b^2} = U \sqrt{g^2 + b^2} = Uy, \quad (2.56)$$

$y = \sqrt{g^2 + b^2}$  тізбектің толық өткізгіштілігі активті және реактивті өткізгіштілік геометриялық қосындысына тең.

$\varphi$  фаза бұрышының ығысуы векторлы диаграммадан анықталады.

(2.15 а-суретте)  $\underline{I}$  кірме тоғының векторлы диаграммасы көрсетілген, оның құрамасы  $\underline{I}_a$  мен  $\underline{I}_p$  және  $\underline{U}$  қорек көзінің кернеуі үшбұрыш, ток векторымен және оның  $\underline{I}$ ,  $\underline{I}_a$  мен  $\underline{I}_p$  проекциясымен жасалған **тоқ үшбұрышы** деп аталады (2.15 а-сурет). Егерде, үшбұрыш векторын  $U$  кернеуге бөлсек, үшбұрыш болады, ток үшбұрышына ұқсас, **сондықтан өткізгіштік үшбұрышы** болады. Ол  $b, g, y$  өткізгіштілік пен жасалған, модулдері сәйкес өткізгіштілікке тең, ал қабырғалары ток үшбұрышының  $\underline{I}, \underline{I}_a, \underline{I}_p$ -мен тура келеді (2.15 б-сурет)



2.15-сурет

2.15-суретте  $\varphi < 0$  кезіндегі өткізгіштілік үшбұрышы көрсетілген. Бұл суреттен параметрлер ара қатынасын және фаза бұрышының ығысу формуласын табамыз.

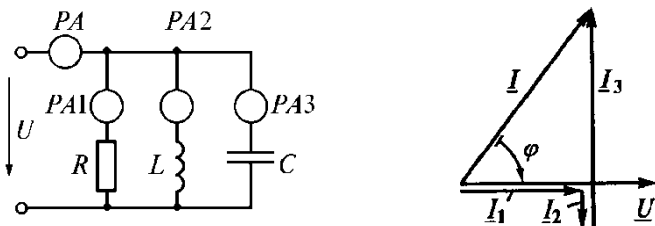
$$g = y \cos \varphi; \quad b = y \sin \varphi; \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{b}{g}; \quad \sin \varphi = \frac{b}{y};$$

$$\cos \varphi = \frac{g}{y}; \quad \varphi = \operatorname{arctg} \frac{b}{g}. \quad (2.57)$$

Белгісін есепке алып  $\varphi$  табу үшін,  $\operatorname{tg}$  және  $\sin$  формуласын қолдану керек.

**Мысалы.** Әсерлік кірме тоғының мәнін табуымыз керек, қатар жүрген тармақтағы тоқтар белгісі (2.16 а-сурет):

$$I_1 = 3 \text{ A}; \quad I_2 = 1 \text{ A}; \quad I_3 = 5 \text{ A}.$$



2.16-сурет

Есебін Кирхгофтың бірінші заңы бойынша табамыз:

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3$$

Осыған сәйкес векторлы диаграмма жасаймыз.

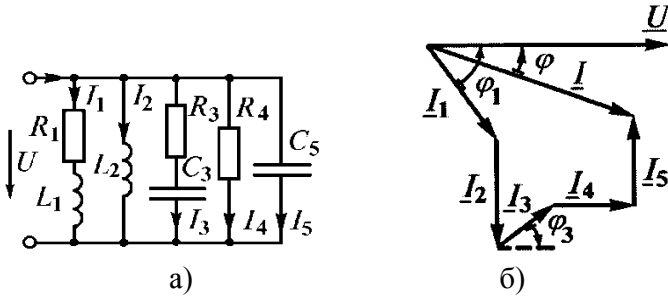
Үш тоқ қосындысы  $\underline{I}$  вектор  $\underline{U}$ -ға қатысты алынған (2.16 б-сурет) диаграммасынан берілген мәні бойынша тоқты табамыз:

$$I = \sqrt{I_1^2 + (I_2 - I_3)^2} = \sqrt{3^2 + (1-5)^2} = 5A.$$

**Мысалы:** (2.17 а-суреттегі) сұлбада берілген:

$I = 10 A$ ,  $R_1 = 6 \text{ Ом}$ ,  $X_{L1} = 8 \text{ Ом}$ ,  $X_{L2} = 10 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 16 \text{ Ом}$ ,  
 $X_{C3} = 12 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 20 \text{ Ом}$ ,  $X_{C5} = 20 \text{ Ом}$ .

Қорек көзінің кернеуін тауып, векторлы диаграмма жасау керек.



2.17-сурет

Есебі. (2.53) және (2.55) формулалар бойынша схемадағы бастапқы өткізгіштілікті табамыз.

$$g_1 = \frac{R_1}{R_1^2 + X_{L1}^2} = \frac{6}{6^2 + 8^2} = 0,06 \text{ См};$$

$$b_1 = \frac{X_{L1}}{R_1^2 + X_{L1}^2} = \frac{8}{6^2 + 8^2} = 0,08 \text{ См};$$

$$g_2 = 0; \quad b_2 = \frac{1}{X_{L2}} = \frac{1}{10} = 0,1 \text{ См};$$

$$b_3 = -\frac{X_{C3}}{R_3^2 + X_{C3}^2} = -\frac{12}{12^2 + 16^2} = -0,03 \text{ См};$$

$$g_4 = \frac{1}{R_4} = \frac{1}{20} = 0,05 \text{ См}; \quad b_4 = 0; \quad g_5 = 0;$$

$$b_5 = -\frac{1}{X_{C5}} = -\frac{1}{20} = -0,05 \text{ См}$$

Барлық тізбектің активті және реактивті өткізгіштілігі:

$$g = g_1 + g_2 + g_3 = 0,06 + 0,04 + 0,05 = 0,15 \quad \text{См};$$

$$b = b_1 + b_2 + b_3 + b_5 = 0,08 + 0,1 - 0,03 - 0,05 = 0,1 \quad \text{См}$$

Қорек көзінің кернеуі:

$$U = \frac{I}{y} = \frac{I}{\sqrt{g^2 + b^2}} = \frac{10}{\sqrt{0,15^2 + 0,1^2}} = 61 \text{ В}$$

Кирхгофтың бірінші заңы бойынша векторлы диаграмма жасаймыз

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 + \underline{I}_4 + \underline{I}_5$$

Бірінші тармақтағы тоқ векторы, кернеу векторынан  $\varphi_1$  бұрышына қалады

$$\varphi_1 = \arctg \frac{X_{L1}}{R_1}.$$

екінші тармақтағы тоқ векторы кернеу векторынан  $90^\circ$  бұрышқа қалады, себебі тармаққа тек катушка қосылған.

Үшінші тармақтағы тоқ векторы кернеу векторынан  $\varphi_3$  бұрышқа озады:

$$\varphi_3 = -\arctg \frac{X_{C3}}{R_3}$$

Төртінші тармақтағы тоқ векторы фаза бойынша кернеу векторына тура келеді, ал бесінші тармақтағы тоқ векторы кернеу векторынан  $90^\circ$  бұрышқа озады.

### 2.3.6. Синусодалды тоқ тізбегінің қуаты

Кейбір элементтердің  $R$ ,  $L$ ,  $C$  энергетикалық арақатынасы өткен тақырыпта қаралды. Электр тізбегінің бір бөлігін қарайық, бұл жерде кернеу  $u = U_m \sin \omega t$ , ал ток  $i = I_m \sin(\omega t - \varphi)$

Лездік қуатты табамыз:

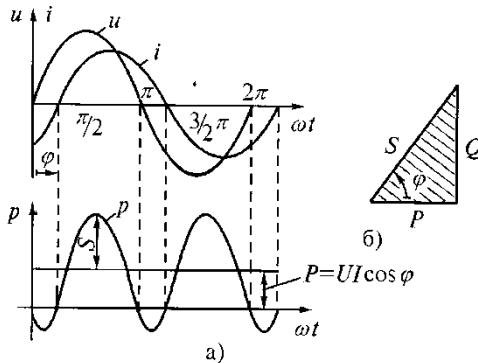
$$p = ui = U_m I_m \sin \omega t \sin(\omega t - \varphi) = UI [\cos \varphi - \cos(2\omega t - \varphi)]$$

Шығарылған теңдеудің екі құрамасы бар, тұрақты және синусоидалды, ток және кедергі жиілігімен салыстырғанда, екі есе жиілігі бар. Ток, кернеу және қуаттың лездік мәндері, тізбектің индуктивті түрінде ( $\varphi > 0$ ) 2.18 а-суретте көрсетілген.

U мен i бірдей белгісі бар аралық уақытында лездік қуат оң болса, энергия қорек көзінен қабылдағышқа түседі, резистор пайдаланады және катушканың магнит қрісінде қорланады.

U мен i түрлі белгісі бар аралық уақытында, лездік қуат теріс болса, энергия қабылдағыштан жартылай қорек көзіне оралады. Қабылдағышқа түсетін активті қуат, сол кезеңдегі лездік қуаттың орташа мәніне тең.

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = UI \cos \varphi \quad (2.58)$$



2.18-сурет

$\cos \varphi$  көбейтіндісі қуат коэффициенті деп аталады. (2.58) формуласынан көруге болады, активті қуат кедергі мен ток әсерлік мәнін қуат коэффициентіне көбейтумен тең.  $\varphi$  бұрышы неғұрлым нөлге жақын болса,  $\cos \varphi$  бірге жақын болады, сондықтан кернеу мен токтың берілген мәнінен көп активті қуат қорек көзінен жүктемеге беріледі.

Активті қуат формуласын бұрынғы арақатынастарды есепке ала отырып, былай жазуға болады:

$$P = UI \cos \varphi = UI_a = U_a I = I^2 R = g U^2, \text{ Вт.} \quad (2.59)$$

Тізбек кірмесіндегі тоқ пен кернеудің әсерлік мәнінің көбейтіндісі **толық қуат** деп аталады вольт-ампер мен (ВА) өлшенеді:

$$S = UI \quad (2.60)$$

Кестеа түрінде, толық қуат лездік қуаттың орташа қуатқа қатысты амплитудасының тербелісін сипаттайды. (2.18-сурет). Толық қуат, электр қондырғылардың (трансформатор, генератор, т.б.) есепті қуаты болады, оларға номиналды түрде көрсетіледі, мысалы, генератордың номиналды (толық) қуаты ең көп активті қуатына тең,  $\cos\varphi=1$  болғанда табуға болады. Бірақ көп тұтынушыларға  $\cos\varphi < 1$  қажет. Сондықтан кернеу мен тоқтың номиналды мәнінде, қорек көзінің энергетикалық мүмкіндігі толық пайдаланылмайды, себебі  $P < S_{\text{ном}}$ . Электр тізбегі есебінде және электр жабдықтарын пайдалануда **реактивті қуат** түсінігі қолданылады, ол мына формуламен есептеледі:

$$Q = UI \sin \varphi, \text{ Вар.} \quad (2.61)$$

Реактивті қуат генератор мен қабылдағыш аралығында ауысатын энергияны сипаттайды. Ол қуаттың ең үлкен мәнімен анықталады, реактивті элементтері бар тізбек бөлігінде:

$$Q = U_p I = I^2 X = U^2 b = I_p U$$

Тізбектегі реактивті қуат оң немесе теріс болуы мүмкін  $\varphi$  бұрыш белгісіне байланысты. Кірме кедергінің ( $\varphi > 0$ ) индуктивті түрінде реактивті қуат оң болады, ал сыйымдылық түрінде ( $\varphi < 0$ ) теріс болады.

(2.59...2.61) формулаларды салыстыра отырып, активті, реактивті және толық қуаттардың арақатынасын көрсетуге болады:

$$S^2 = U^2 I^2 = (UI \cos \varphi)^2 + (UI \sin \varphi)^2 = P^2 + Q^2;$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}. \quad (2.62)$$

(2.62) формуласы арақатынасын, қуаттың тікбұрышты үшбұрыш түрінде көрсетейік (2.18 б-сурет), ол кернеу үшбұрышын тоқ қабырғаларына көбейту арқылы табылады. Қуат

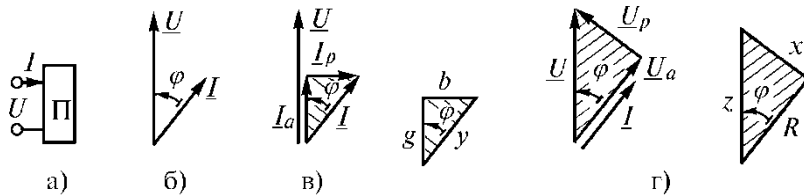
үшбұрышынан есептегенде кеңінен қолданылатын арақатынас бар:

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2}; \quad \operatorname{tg}\varphi = \frac{Q}{P}; \quad \cos\varphi = \frac{P}{S}. \quad (2.63)$$

Қабылдағыштың пайдаланатын активті қуаты теріс болмайды, себебі барлық уақыт  $\cos\varphi > 0$  яғни тізбек шығысында  $-90^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$ . Активті қуат жасалған жұмысты немесе бір уақытта берілетін энергияны көрсетеді.

### 2.3.7. Синусоидалды тоқты сызықты электр тізбегіндегі түрлендіру

Кірме кедергісі мен пассивті екіұшты өткізгіштілік аралығындағы байланысты қарастырайық (2.19 а-сурет) Екіұшты кірме кедергісі дегеніміз – кірме кернеудің кірістегі тоққа арақатынасы, кірме өткізгіштілік – кері арақатынасы.



2.19-сурет

$\varphi > 0$  деп, векторлы диаграмма тұрғызамыз (2.19 б-сурет). Тоқ векторы мен проекциясы арқылы тоқ үшбұрышын тұрғызамыз (2.19 в-сурет) ал кернеу векторы мен оның активті және реактивті құрамасы бойынша кернеу үшбұрышын (2.19 г-сурет) және осыларға сәйкес кедергі мен өткізгіштілік үшбұрышын тұрғызамыз.

Тізбек кірмесіндегі тоқ пен кернеудің әсерліктегі мәнін Ом заңы бойынша екі түрде жазуға болады:

$$I = Uy \quad \text{немесе} \quad I = \frac{U}{Z}$$

Сондықтан, толық кедергі мен толық өткізгіштілік арасында байланыс бар:



$$y = \frac{1}{Z} \quad (2.64)$$

Өткізгіштілік үшбұрыш пен кедергі үшбұрышынан, бір режимге сәйкес мынаны көреміз:

$$\cos \varphi = \frac{g}{y}; \quad \cos \varphi = \frac{R}{z}$$

Бұдан  $gZ = Ry$ , (2.64) теңдеуін есепке ала отырып, табамыз:

$$g = \frac{R}{Z^2} = \frac{R}{R^2 + X^2}; \quad R = \frac{g}{g^2 + b^2} \quad (2.65)$$

Реактивті параметр аралығындағы байланысты  $\sin \varphi$  арқылы табамыз:

$$\sin \varphi = \frac{b}{y}; \quad \sin \varphi = \frac{X}{z}$$

Сонда  $bZ = Xy$  (2.64) формуласын есепке ала отырып табамыз:

$$b = \frac{X}{Z^2} = \frac{X}{R^2 + X^2}; \quad R = \frac{b}{y^2} = \frac{b}{g^2 + b^2} \quad (2.66)$$

(2.65, 2.66) формулалар арақатынасы бойынша энергияның бір қорек көзімен, тізбектеліп және қатар қосылған элементті тізбекті табуға болады.

### 2.3.8. Түрлендіру әдісінен тармақталған айнымалы тоқ тізбегін есептеу

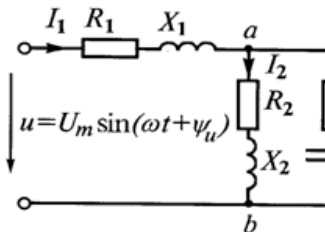
Әдісті (2.20 а-суреттегі) схема бойынша қарстырайық, мұнда барлық тармақтағы тоқты табуымыз керек, егер де кернеудің қорек көзі мен тізбек параметрлары белгілі болса, тоқ пен кернеудің векторлы диаграммасын салу.

Екінші және үшінші тармақтағы қатар жалғасқан қажет өткізгіштіктерді (2.65, 2.66) формулалар бойынша түрлендіреміз (2.20-б-сурет)

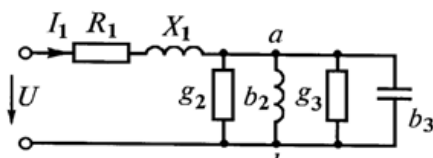
$$g_2 = \frac{R_2}{R_2^2 + X_2^2}; \quad g_3 = \frac{R_3}{R_3^2 + X_3^2};$$

$$b_2 = \frac{X_2}{R_2^2 + X_2^2}; \quad b_3 = \frac{X_3}{R_3^2 + X_3^2}.$$

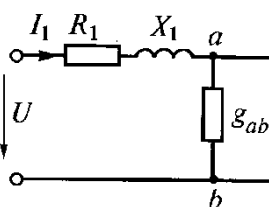
Біртекті қатар жалғанған өткізгіштерді қосамыз (2.20 в-сурет)



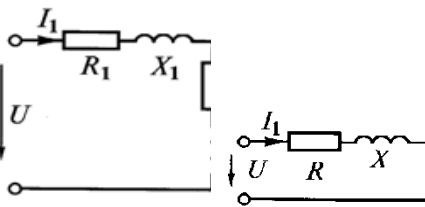
а)



б)



в)



г)

д)

2.20-сурет

Реактивті өткізгішіліктің белгісі индуктивтілерге оң болады, ал сыйымдылықтарға – теріс болады. Қаралатын мысалда  $b_{ab} > 0$  дейміз.  $b_{ab}$ ,  $g_{ab}$  параметрлы қатар сұлбаны, эквиваленті бірізді  $R_{ab}$ ,  $X_{ab}$  сұлбаға түрлендіреміз (2.20 г-сурет) формула бойынша:

$$R_{ab} = \frac{g_{ab}}{g_{ab}^2 + b_{ab}^2}; \quad X_{ab} = \frac{b_{ab}}{g_{ab}^2 + b_{ab}^2};$$

$$Z_{ab} = \sqrt{R_{ab}^2 + X_{ab}^2}.$$

Біртектес кедергілерді қоссақ 2.20 д-суреттегі сұлба шығады:

$$R = R_1 + R_{ab}; \quad X = X_1 + X_{ab}; \quad Z = \sqrt{R^2 + X^2}.$$

Тоқтың әсерлік мәнін табамыз:

$$I_1 = \frac{U}{z}; I_2 = \frac{U_{ab}}{z_2}; I_3 = \frac{U_{ab}}{z_3},$$

мұнда  $U_{ab} = I_1 Z_{ab}$ .

Тоқ пен кернеу векторлары арасындағы сәйкес фазалардың ығысуы:

$$\varphi = \arctg \frac{X}{R}; \varphi_2 = \arctg \frac{X_2}{R_2}; \varphi_3 = \arctg \frac{X_3}{R_3};$$

$$\varphi_{ab} = \arctg \frac{X_{ab}}{R_{ab}}.$$

Лездік тоқ мәні:

$$u_{ab} = U_{ab} \sqrt{2} \sin(\omega t + \psi_{u_{ab}}) = U_{ab} \sqrt{2} \sin(\omega t + \psi_{i_1} + \varphi_{ab});$$

$$i_1 = I_1 \sqrt{2} \sin(\omega t + \psi_{i_1}) = I_1 \sqrt{2} \sin(\omega t + \psi_u - \varphi);$$

$$i_2 = I_2 \sqrt{2} \sin(\omega t + \psi_{u_{ab}} - \varphi_2);$$

$$i_3 = I_3 \sqrt{2} \sin(\omega t + \psi_{u_{ab}} - \varphi_3).$$

Берілген тізбек векторлы диаграммасын салу үшін, кернеу мен тоқ векторларының әсерлік мәніне Кирхгофтың заңы бойынша теңдеу жүйесін жазамыз:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_2 + \underline{I}_3; \underline{U} = \underline{U}_1 + \underline{U}_{ab}; \underline{U}_1 = \underline{U}_{R1} + \underline{U}_{X1};$$

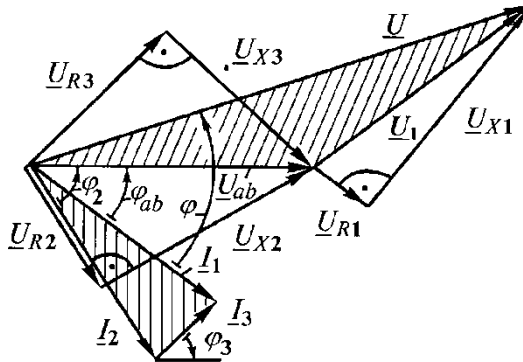
$$\underline{U}_{ab} = \underline{U}_{R2} + \underline{U}_{X2}; \underline{U}_{ab} = \underline{U}_{R3} + \underline{U}_{X3}. \quad (2.67)$$

Диаграмма тұрғызғанда  $\underline{U}_{ab}$  вектордан бастаймыз, ол екі қатар тармаққа ортақ. Бұл векторды өз еркімізбен, координаты жүйеден тыс бағыттаймыз.

Екінші тармақ активті-индуктивті, сондықтан  $\underline{I}_2$  тоқ векторы фаза бойынша  $\underline{U}_{ab}$ -дан  $\varphi_2 > 0$  бұрышына қалады. Үшінші тармақ активті-сыйымдылықты, вектор  $\underline{I}_3$  фаза бойынша  $\underline{U}_{ab}$  кернеу векторынан  $\varphi_3 < 0$  бұрышына озады.  $\underline{I}_2$  соңынан шығатын  $\underline{I}_3$

тұрғызу үшін  $\varphi_3$  бұрышын вектор  $\underline{I}_3$  пен  $\underline{U}_{ab}$  кернеу векторына қатар түзу сызық арасынан есептейді. Вектор  $\underline{I}_1$  токтың қатар жүрген векторлардың геометриялық қосындысы болады.

$\underline{I}_1 = \underline{I}_2 + \underline{I}_3$ . Табылған токтың көпбұрыш, көрнекті болу үшін штрихталған (2.21-сурет)



2.21-сурет

Табылған  $\underline{I}_1$  кернеу векторы  $\underline{U}_1$  саламыз, екі қосындыдан тұратын:

$\underline{U}_{R1}$  және  $\underline{U}_{X1}$  векторы фаза бойынша ток векторы  $\underline{I}_1$  бірдей, ал катушкадағы кернеу векторы  $\underline{U}_{X1}$  ток векторынан  $90^\circ$  озады.

Кернеу көпбұрышы (2.67), теңдеу жүйесімен сәйкес салынған, көрнекті болу үшін (2.21-суретте) штрихталған. Енді  $\underline{U}_{ab}$  кернеу құрамасын көрсетейік. Екінші тармақ жағынан, активті  $R_2$  кернеу мен индуктивті  $X_2$  кедергі қосындысы болады. Осы векторларды салу үшін  $\underline{U}_{ab}$  векторды  $\underline{I}_2$  ток векторы бағыттап жобалаймыз (табамыз  $\underline{U}_{R2}$ ), ал оны перпендикулярлы бағытында  $\underline{U}_{X2}$  табамыз. Үшінші тармаққа  $\underline{U}_{R3}$  және  $\underline{U}_{X3}$  векторларын саламыз. Тұрғызылған диаграмма электр тізбегінің жұмыс режимі туралы толық мәлімет береді.

Қорытындысына кейбір кепілдеме келтірейік, олардың атқарылуы, диаграмма тұрғызудың системалық әдісінің орындалуын тудырады:

1) Берілген тізбектің векторлы диаграммасы Кирхгоф теңдеуінің кестеаралық суреті болады.

2) Векторлардың қосуын паралелограм ережесімен емес, векторлы көпбұрыш ережесімен жасау керек, бұл векторлардың қайталануын талап ететін қосымша салуды жояды.

3) Диаграмма салуды, схеманың бірнеше элементіне ортақ болатын  $U$  немесе  $I$  вектордан бастау керек. Бастапқы векторға қатысты сәйкес бұрыштың ығысуын білсе, бірнеше жалғас векторларды салуға болады.

Векторлы диаграмма салу үдерісі токқа байланысты, бастапқы вектордың сәтті алынғанына байланысты. Векторлы диаграмманы дербес салу үдерісінде қате жібермеу үшін анық айқындау керек. Бұл ток пен кернеудің әртүрлі элементе және электр тізбегінің бөлігінде қалай болатынынан туындайды.

## **2.4. Синусоидалды ток тізбегін есептеудің кешенді әдісі**

Синусоидалды ток тізбегін есептеудің кешенді әдісі практика жүзінде кеңінен таралған. Әдіс маңызы мынада, синусоидалды ток, кернеу және ЭҚК ЭҚК кешенді сандармен бейнеленген, ал векторларды геометриялық операциясы алгебралық операциясымен кешенді сандармен алмастырылады.

Бұл әдіс синусоидалды ток тізбегін алгебралық есептеуіге жағдай туғызады, тұрақты ток тізбегіне ұқсас.

### **2.4.1. Кешенді жазықтықтағы синусоидалды шамаларды векторлы суреттеу**

Айналып тұрған векторды, синусоидалды функцияны көрсететін перпендикулярлы ось жүйесінде кешенді жазықтықта орнатуға болады:

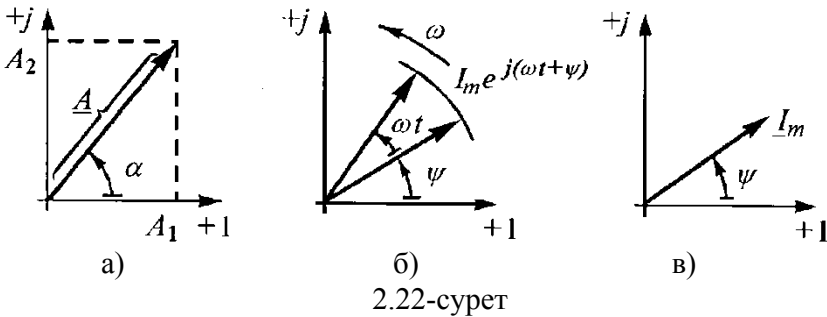
$x$  -нақты бөлік,

$y$  -нақты сандар осі

Кешенді жазықтықтағы остің оң бағыты индекспен белгіленеді:

+1-нақты сандар осі,

$+j$  жорамал сандар осі, мұнда  $j = \sqrt{-1}$  -жорамал (мнимая) шамасы (2.22-сурет)



Кешенді жазықтағы координат нүктесі сол нүктедегі радиус векторымен анықталады, яғни вектор бастамасы координат бастамасымен тура келеді, ал аяғындағы нүкте берілген кешенді санға сәйкес келеді (2.22 а-сурет). Жазу формасы былай көрсетіледі:

$$\underline{A} = A e^{j\alpha}, \quad (2.68)$$

$A$  - модуль

$\alpha$  - аргумент немесе фаза, ось+1 ден сағат тіліне қарсы есептеледі.

Эйлер формуласын қолдана отырып, кешенді сандардың тригонометриялық және сәйкес алгебралық жазу формасын табуға болады:

$$\underline{A} = A \cos \alpha + jA \sin \alpha = A_1 + jA_2$$

мұнда  $A_1 = A \cos \alpha$ ;  $A_2 = A \sin \alpha$ .

Сонымен  $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$ ;  $\alpha = \arctg \frac{A_2}{A_1}$ .

(2.68) теңдеуде  $A$ -ны  $I_m$ -ге ауыстырсақ,  $\alpha$  -ны  $(\omega t + \psi)$ -ге ауыстырсақ, кешенді ток табамыз:

$$\underline{i} = I_m e^{j(\omega t + \psi)} \quad (2.69)$$

Бұл теңдеу  $i$  функциясының кешенді бейнеленуі, **тоқтың лездегі мәнінің кешені** деп аталады. Кешендер өз әріптермен олардың анық түрнұсқасы сияқты, тек сызығы төмен қарай белгіленеді. Кешеннің лездік мәні  $i$  модулі, синусоидалды ток  $I_m$  амплитудасына тең, ал айнымалы аргументі  $(\omega t + \psi)$  суреттегі синусоида аргументі болады (2.22 б-сурет). (2.69) теңдеу тригонометриялық формада:

$$\underline{i} = I_m e^{j(\omega t + \psi)} = I_m \cos(\omega t + \psi) + j I_m \sin(\omega t + \psi)$$

Түрнұсқа функциясын табуға болады:

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi) = \text{Im}[\underline{i}] = \text{Im}\left[I_m e^{j(\omega t + \psi)}\right] \quad (2.70)$$

Тоқтың лездік мәні, кешен тоғының лездік мәнінің кілтимае (мнимай) бөлігіне тең. (2.69) формуласын былай көрсетуге болады:

$$\underline{i} = I_m e^{j(\omega t + \psi)} = I_m e^{j\psi} e^{j\omega t} = \underline{I}_m e^{j\omega t}$$

Бұл жерде  $\underline{I}_m = I_m e^{j\psi}$  басқа символ, амплитуда мәнінің кешені деп аталады. Ал вектор бағыты мен Кешенді жазығы +1 осінің арасындағы бұрыш бастапқы фазасы  $\psi$ -ге тең (2.22 в-сурет).

(2.22 в-суреттегі) көрініс **әрекеттегі мәнінің кешені** деп аталады.

$$\underline{I} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} e^{j\psi} = I e^{j\psi}$$

**1-мысалы:** Егерде ток пен кернеудің лездік мәндері мына теңдеулермен берілсе, олардың кешендік әсерлік мәндері былай жазылады:

$$u = 282 \sin(314t - 120^\circ), B; i = 20 \sin(314t - 60^\circ), A.$$

Есептелуі: Кернеудің әсерлік мәні  $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 200 B$ , бастапқы фазасы  $\psi_u = -120^\circ$ . Берілген мәндері бойынша, кернеудің әсерлік мәнінің кешені:

$$\underline{U} = U e^{j\psi_u} = 200 e^{-j120^\circ}$$

Ток  $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 14,1 \text{ A}$ , бастапқы фазасы  $\psi_i = -60^\circ$ , ток кешені

$$\underline{I} = Ie^{j\psi_i} = 14,1e^{-j60^\circ}$$

**2-мысалы:** Кернеудің әсерлік мәнінің кешенді  $\underline{U} = -120 + j160 \text{ В}$ , оның лездік мәнін жазу керек.

Есептелуі: алгебралық формадан көрсеткіш түріне өтеміз:

$$\underline{U} = Ue^{j\psi} = 200e^{j127^\circ}, \text{ В},$$

Бұнда  $U = \sqrt{120^2 + 160^2} = 200 \text{ В}$ ;  $\psi = 180^\circ - \arctg \frac{160}{120} = 127^\circ$ .

Кешен, кешенді жазықтықтың екінші ширегінде болады.

Онда кернеудің лездік мәні  $u = 200\sqrt{2} \sin(\omega t + 127^\circ)$ , В.

Корытынды қаралып жатқан сұрақтың келесі теңдеулерін меңгеру керек:

$$j = \sqrt{-1}; \quad j^2 = -1; \quad j^3 = -j \dots$$

$$e^{j90^\circ} = \cos 90^\circ + j \sin 90^\circ = j;$$

$$e^{-j90^\circ} = \cos 90^\circ - j \sin 90^\circ = -j.$$

Ескерейік, оператор  $j$  көбейткенде, вектордың  $90^\circ$  сағат тіліне қарсы бұрылғанын, ал  $-j$ -ге көбейткенде, вектордың  $90^\circ$  сағат тілімен тура бұрылғанын көрсетеді.

#### 2.4.2. Кешенді түрдегі Ом және Кирхгоф заңдары

Синусоидалды ток тізбегінің кешенді әдіс есебінің негізі, лездік дифференциалды мәнінің теңдеуінен алгебралық теңдеуге көшу, ток пен кернеу кешендерінен құралған. Мысалы, (2.23) суреттен лездік мәндерінің теңдеуі, Кирхгофтың екінші заңы бойынша былай болады:

$$u_R + u_L + u_C = e$$

немесе

$$iR + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int idt = e, \quad (2.71)$$



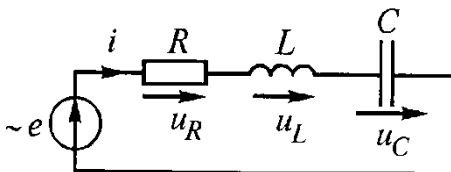
Мұнда

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i); \quad (2.72)$$

$$u_R = RI_m \sin(\omega t + \psi_i); \quad (2.73)$$

$$u_L = \omega LI_m \sin(\omega t + \psi_i + 90^\circ); \quad (2.74)$$

$$u_C = \frac{1}{\omega C} I_m \sin(\omega t + \psi_i - 90^\circ). \quad (2.75)$$



2.23-сурет

Кернеудің лездік мәнін жазғанда,  $U_R$  кернеуі фаза бойынша токпен тура бір бағытта болады,  $U_L$  кернеуі токтан  $90^\circ$  озады, ал  $U_C$  токқа  $90^\circ$  қалады (2.71...2.75) тендеулерді кешенді түрде жазайық:

$$\underline{I}_m = I_m e^{j\psi_i}; \quad (2.76)$$

$$\underline{U}_{Rm} = I_m R e^{j\psi_i} = R \underline{I}_m; \quad (2.77)$$

$$\underline{U}_{Lm} = \omega L I_m e^{j(\psi_i + 90^\circ)} = \omega L I_m e^{j\psi_i} e^{j90^\circ} = j\omega L \underline{I}_m; \quad (2.78)$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_{Cm} &= \frac{1}{\omega C} I_m e^{j(\psi_i - 90^\circ)} = \frac{1}{\omega C} I_m e^{j\psi_i} e^{-j90^\circ} = \\ &= -j \frac{1}{\omega C} I_m = \frac{1}{j\omega C} \underline{I}_m. \end{aligned} \quad (2.79)$$

$u_L$  және  $u_C$  лездегі мәндері тендеулермен  $\underline{U}_{Lm}$ ,  $\underline{U}_{Cm}$  кешенді амплитудаларымен салыстыра отырып, синусоидалды туынды мен интегралды функциялардан олардың кешенді бейне шамаларына көшу ережелерін жасауға болады. Дифференциалдау  $j\omega$  көбейтумен алмасады, ал интегралдау осы функцияның  $j\omega$  кешеніне бөлінеді.

(2.71) арақатынасы

$$\underline{U}_{Rm} + \underline{U}_{Lm} + \underline{U}_{Cm} = \underline{E}_m \quad (2.80)$$

Кирхгофтың екінші заңы бойынша, кешенді формадағы тендеуді көрсетеді. Әсерлік мәндері үшін:

$\underline{U}_R + \underline{U}_L + \underline{U}_C = \underline{E}$  (2.77.....2.79) теңдеулерді (2,80) теңдеуге қоямыз:

$$RI_m + j\omega LI_m - j\frac{1}{\omega C}I_m = \underline{U}_m$$

Осы теңдеуден 
$$\underline{I}_m = \frac{\underline{U}_m}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} = \frac{\underline{U}_m}{\underline{Z}}. \quad (2.81)$$

Табылған арақатынас **кешенді формадағы Ом заңы** деп аталады. Кернеу кешенінің тоқ кешеніне қатынасы, тізбектің толық кедергі кешені деп аталады:

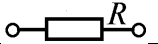
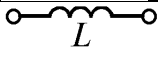
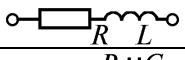
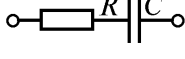
$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}_m}{\underline{I}} = \frac{U}{I} = \frac{Ue^{j\psi_u}}{Ie^{j\psi_i}} = Ze^{j\varphi} \quad (2.82)$$

Кешенді кедергі модулі, толық кедергі  $Z = \frac{U}{I}$  тең, оның аргументі бұрышының ығыстыру -  $\varphi$  фазасына тең.

Кешенді кедергі алгебралық формада, мынадай болады:

$$\underline{Z} = Z \cos \varphi + jZ \sin \varphi = R + jX \quad (2.83)$$

Сондықтан активті кедергі нақты бөлігі болады, ал реактивті кедергі тізбектің жорамал бөлігі болады. Дербес жағдайдағы (2,83) формулалар 2.1-кестеде берілген:

Электр тізбегінің бөлімі	Кешенді кедергі
	$\underline{Z} = R$
	$\underline{Z} = j\omega L = jX_L = X_L e^{j90^\circ}$
	$\underline{Z} = -j\frac{1}{\omega C} = -jX_C = X_C e^{-j90^\circ}$
	$\underline{Z} = R + jX_L = R + j\omega L$
	$\underline{Z} = R - jX_C = R - j\frac{1}{\omega C}$

Толық кедергінің кешеніне кері берілген шама толық өткізгіштілік кешені деп аталады:

$$Y = 1/Z. \quad (2,84)$$

$Y$ -толық,  $q$ -активті;  $b$ -реактивті тізбек өткізгіштіліктері. Синусондалды тоқ тізбегіне Кирхгоф заңы осылайша тұжырымдалады, тұрақты тоқ тізбегіндегідей, тек тоқ пен кернеу ғана кешенді мәніне. Кирхгофтың бірінші заңы: түйіндегі Кешендік тоқтардың алгебралық қосындысы нөлге тең.

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0 \quad (2,85)$$

Кирхгоф екінші заңы: Электр тізбегінің тұйықты контурындағы кешенді ЭҚК алгебралық қосындысы сол контурдың барлық пассивті элементіндегі Кешенді кернеудің алгебралық қосындысына тең.

$$\sum_{k=1}^n \underline{E}_k = \sum_{k=1}^n \underline{I}_k \underline{Z}_k \quad (2,86)$$

2.24-суреттегі сұлбаға Кирхгоф теңдеу жүйесін жасайық, тоқ тармақтары мен контур айналысын оң бағытта деп аламыз:

$$\underline{I}_1 + \underline{I}_3 - \underline{I}_4 = 0; \quad \underline{I}_2 + \underline{I}_4 - \underline{I}_5 = 0; \quad \underline{I}_6 - \underline{I}_1 - \underline{I}_2 = 0;$$

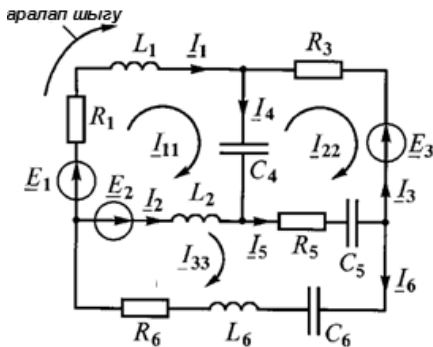
$$\underline{I}_1 R_1 + j\omega L_1 \underline{I}_1 - j \frac{\underline{I}_4}{\omega C_4} - j\omega L_2 \underline{I}_2 = \underline{E}_1 - \underline{E}_2;$$

$$j \frac{1}{\omega C_4} \underline{I}_4 - \underline{I}_3 R_3 + j \frac{1}{\omega C_5} \underline{I}_5 - \underline{I}_5 R_5 = -\underline{E}_3;$$

$$j\omega L_2 \underline{I}_2 + \underline{I}_5 R_5 - j \frac{1}{\omega C_5} \underline{I}_5 - j \frac{1}{\omega C_6} \underline{I}_6 + j\omega L_6 \underline{I}_6 + \underline{I}_6 R_6 = \underline{E}_2.$$

Сонымен, тұрақты тоқ күрделі тізбегі есебі әдісінің барлық параметрлерін кешенді түрде елестетсек, Ом және Кирхгоф заңдарымен негізделген (контурлы тоқтар, түйіндік әлеуеттер,

эквивалентті генератор, өзгерісі, т.б), синусоидалды ток тізбектерін есептеуге қолдануға болады.



2.24-сурет

### 2.4.3 Кешенді түрдегі қуаттар

Жоғарыда толық, активті және реактивті қуаттарды анықтайтын формулаларды көрсеттік:

$$S = UI; P = UI \cos \varphi; Q = UI \sin \varphi.$$

Кешенді кернеу мен тоқтан, реактивті және активті қуаттарды табатын оңай әдісті қарастырайық. Ол үшін кешенді кернеуді қарсы тоқ кешеніне көбейтеміз:

$$\underline{S} = \underline{UI}^* = Ue^{j\psi_u} Ie^{-j\psi_i} = UIe^{j(\psi_u - \psi_i)} = UIe^{j\varphi} = Se^{j\varphi} = UI \cos \varphi + jUI \sin \varphi = P + jQ \quad (2.87)$$

(Қарсы  $I$  дегеніміз  $\Psi_i$ -дің орнына  $\Psi_u$ -ты аламыз) оны  $I$  деп белгілейді.

$\underline{S}$  теңдеуін кешендік толық қуат деп атайды. (2.87) теңдеуден көруге болады: кешен қуатының затты бөлігі активті қуатқа, ал кілтіме бөлігі реактивті қуатқа тен:

$$P = \operatorname{Re} \left\{ \underline{UI}^* \right\} = \operatorname{Re} \left\{ \underline{S} \right\}; Q = \operatorname{Im} \left\{ \underline{UI}^* \right\} = \operatorname{Im} \left\{ \underline{S} \right\}. \quad (2.88)$$

Мысалы: егер де ток пен кернеу лездегі мәндері тендеулермен мына түрде берілсе, активті, реактивті және толық қуатты табу керек:

$$u = 141 \sin(314t + 60^\circ), \text{ В}; \quad i = 7,07 \sin(314t + 30^\circ), \text{ А}.$$

Есептелуі: ток пен кернеудің әсерлік мәнінің кешенін жазайық

$$\underline{U} = \frac{141}{\sqrt{2}} e^{j60^\circ} = 100 e^{j60^\circ}, \text{ В}; \quad \underline{I} = \frac{7,07}{\sqrt{2}} e^{j30^\circ} = 5 e^{j30^\circ}, \text{ А}.$$

Толық қуат кешені

$$\underline{S} = \underline{U} \underline{I}^* = 100 e^{j60^\circ} \cdot 5 e^{-j30^\circ} = 500 e^{j30^\circ} = 500 \cos 30^\circ + j500 \sin 30^\circ = 433 + j250, \text{ ВА}.$$

Сонымен,  $S = 500 \text{ ВА}$ ,  $P = 433 \text{ Вт}$ ,  $Q = 250 \text{ Вар}$ .

#### 2.4.4 Қуат теңгерімі. Қуаттың ваттметрмен өлшенуі

Энергияның сақталу заңынан активті қуат теңгерімі барлық тізбекте сақталынуы керек; активті қуат қорек көзінен берілетін, барлық қабылдағыштардың активті қуаттарына тең:

$$\sum_{k=1}^m P_{ki} = \sum_{k=1}^n I_k^2 R_k = \sum_{k=1}^n P_k, \quad (2.89)$$

$m$ -қорек көздерінің сандары;

$n$ -энергия қабылдағыштар саны;

Берілетін реактивті қуат жиыны, катушка мен конденсатордың қабылдайтын реактивті қуат жиынына тең:

$$\sum_{k=1}^m Q_{ki} = \sum_{k=1}^n I_k^2 X_k.$$

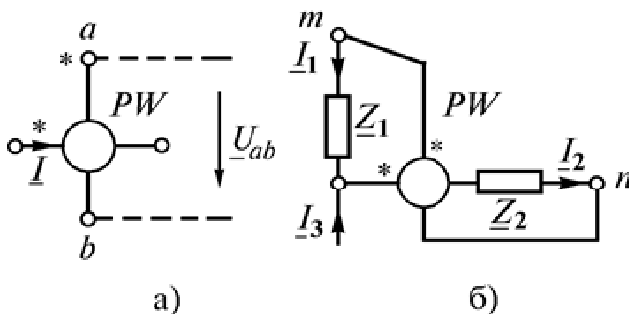
Кешенді қуат теңгерімі:

$$\sum_{k=1}^m \underline{S}_{ki} = \sum_{k=1}^n \underline{S}_k. \quad (2.90)$$

Кешенді параметрлер қосындылары тепе-тең болғанмен, модульдер қосындысы тең болмауға тиіс. Сондықтан толық теңгерімі S сақталмауы мүмкін:

$$\sum_{k=1}^m S_{ki} \neq \sum_{k=1}^n S_k.$$

Активті қуат ваттметрмен өлшенеді, оның 2-орамасы бар 1 ток және кернеу орамалары. 2.25 б-суреттегі сұлбада ваттметр төрт қысқышы бар шеңбер түрінде көрсетілген. Қысқыштың бір жұбы тізбектей катушкаға жалғанады, (тоқтың) ал екінші жұбы қатар катушкаға жалғанады (кернеу).



2.25-сурет

Бір жұпты қысқыш (мысалы, катушка басында) жұлдыз нүктесімен белгіленеді. Ваттметр солай орналасқан, оның көрсеткіші пропорционалды

$$P = U_{ab} I \cos(\widehat{U_{ab}; I}),$$

$\underline{U}_{ab}$ ,  $\underline{I}$ - әсерлік кернеу мен ток, ваттметрге қосылған, ал аргументі, векторлар арасындағы фаза бұрышының ығысуының косинусына тең. Қатарланған катушка кернеуі, қысқыш аралық әлеуеттің айырымына тең, (а) жұлдызымен және жұлдыз белгісі жоқ (в) қысқышпен белгіленген. I тоғы жалғасқан орама қысқышқа кіреді, жұлдызбен белгіленген. Ваттметр көрсеткішін формула бойынша есептеуге болады:

$$P = \operatorname{Re} \left[ \underline{U}_{ab} \underline{I}^* \right].$$

Ваттметр бөлігінің бағасы:  $\Pi = \frac{U_{\text{НОМ}} I_{\text{НОМ}}}{N}$ , *Вт/дел*,

*N*-шәкіл бөлігінің саны.

**Мысалы:** 2.25 б-суреттегі сұлбаның ваттметр көрсеткішін анықтайық, егерде:

$$\underline{I}_1 = 10e^{j37^\circ}, A; \underline{I}_3 = 8e^{-j15^\circ}, A; \underline{Z}_1 = 2 \text{ Ом}; \underline{Z}_2 = 1,8e^{-j44^\circ} \text{ Ом}.$$

Есебі: Ваттметрден өтетін ток:

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_1 + \underline{I}_3 = 8e^{-j15^\circ} + 10e^{j37^\circ} = 16,2e^{j14^\circ}, A.$$

Ваттметрдің қатарласқан катушка кернеуі:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{mn} &= \underline{I}_1 \underline{Z}_1 + \underline{I}_2 \underline{Z}_2 = 10e^{j37^\circ} \cdot 2 + 16,2e^{j14^\circ} \cdot 1,8e^{-j44^\circ} = \\ &= 41 - j2,5 = 41e^{-j3,5^\circ}, B. \end{aligned}$$

Ваттметр көрсеткіші:

$$\begin{aligned} P &= \operatorname{Re} \left| \underline{U}_{mn} \underline{I}_2^* \right| = \operatorname{Re} \left| 41e^{-j3,5^\circ} \cdot 16,2e^{-j14^\circ} \right| = \operatorname{Re} \left| 665e^{-j17,5^\circ} \right| = \\ &= 665 \cos 17,5^\circ = 634 \text{ Вт} . \end{aligned}$$

## 2.4.5 Кешенді әдіспен синусоидалды ток тізбегін есептеу

Тұрақты және синусоидалды ток тізбектер есебінің ортақтық әдісіне қарамай, синусоидалды ток тізбегінің есебі қыйындау және өз ерекшеліктері бар. Тізбек есебінің ерекшелігін кешенді әдіс бойынша нақты мысалда көрсетейік.

Тармақталмаған тізбек есебі. Кернеудің топографиялық векторлы диаграммасы. 2.26 а-сурет бойынша, тізбек есебін жасаймыз, кешенді кедергілері  $\underline{Z}_1, \underline{Z}_2, \underline{Z}_3$  бірізді жалғасып қосылған. Қорек көзінің кернеуі мен қабылдағыш параметрлері берілген деп есептейміз.

Тізбектегі толық кедергі кешені:

$$\underline{Z} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 = R_1 - jX_{C1} + R_2 + jX_{L2} + R_3 + jX_{L3} = R + jX = Ze^{j\varphi},$$

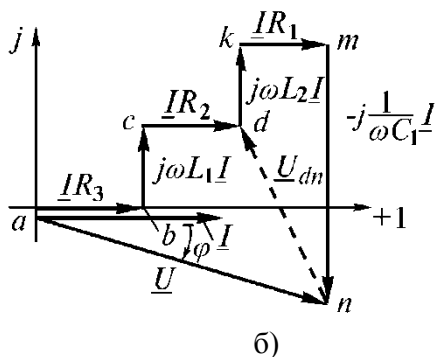
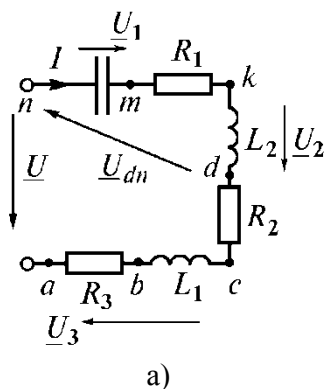
бұнда:  $R = R_1 + R_2 + R_3; X = -X_{C1} + X_{L2} + X_{L3};$

$$\varphi = \arctg \frac{X}{R}.$$

Тізбек саласында Ом заңы бойынша тоқ пен кернеу кешені:

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}}; \underline{U}_1 = \underline{IZ}_1 = \underline{I}(R_1 - jX_{C1});$$

$$\underline{U}_2 = \underline{IZ}_2 = \underline{I}(R_2 + jX_{L2}); \underline{U}_3 = \underline{IZ}_3 = \underline{I}(R_3 + jX_{L3}).$$



2.26-сурет

Қуаттар:  $\underline{S} = \underline{UI}^* = P + jQ = \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{S}_3 = \underline{U}_1 \underline{I}^* + \underline{U}_2 \underline{I}^* + \underline{U}_3 \underline{I}^*;$

$$P = \operatorname{Re}|\underline{S}| = \sum_{k=1}^n I^2 R_k = \sum_{k=1}^n P_k = P_1 + P_2 + P_3;$$

$$Q = \operatorname{Im}|\underline{S}| = \sum_{k=1}^n I^2 X_k = \sum_{k=1}^n Q_k = Q_2 + Q_3 - Q_1.$$

2.26 б-суретті кесте түрінде көрсету үшін тізбекте кернеудің векторлы диаграммасы берілген. Бұл векторлы диаграммада, кез-келген векторды жазықтықтың кез-келген жеріне өзіне қатарластырып жылжытуға болады. Кирхгофтың екінші заңын векторлы түрде қарасақ, векторларды бір нүктеден шығарып



немесе біріне бірін жалғастырып салуға болады. Кернеудің топографиялық векторлы диаграммасы деп кернеу векторларының бір-біріне қосылуы тізбек элементтерінің қосылуына тең векторлы диаграмманы айтады. Бұл жағдайда, кернеу векторлы диаграммасы топологиясы, тізбек топологиясымен бірдей, векторлы диаграммадағы векторлар қосылған нүктесі тізбектегі теңдескен элементтердің бір бірімен қосылған нүктесіне сәйкес болады.

Кернеудің векторлы диаграмма қағидатын кешенді жазықтықтағы векторлы диаграммасының әлеуетті өрісімен сәйкес келген кезде қарастыруға болады. Тізбектегі әр нүкте қосылған жерінде, кешенді электр әлеуетімен сипатталады. Мысалы: (2.26 а-сурет) сұлбасында а нүктесі полюс дейік:  $\underline{\varphi}_a = 0$

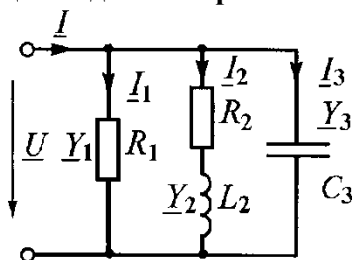
(2.26 б-суретте) кешенді жазықтықта  $a, b, c, d, k, m, n$  нүктелерді белгілейік, координаттары сұлбадағы сәйкес нүктелер әлеуетімен анықталады:

$$\begin{aligned} \underline{\varphi}_b &= \underline{\varphi}_a + \underline{I}R_3; & \underline{\varphi}_c &= \underline{\varphi}_b + j\omega L_3 \underline{I}; & \underline{\varphi}_d &= \underline{\varphi}_c + \underline{I}R_2; \\ \underline{\varphi}_k &= \underline{\varphi}_d + j\omega L_2 \underline{I}; & \underline{\varphi}_m &= \underline{\varphi}_k + \underline{I}R_1; & \underline{\varphi}_n &= \underline{\varphi}_m - j\frac{1}{\omega C} \underline{I}. \end{aligned}$$

(2.26 б-сурет) нақты саны бар осіне тоқ векторын жүргіземіз. Диаграммадағы кернеу векторларын салу тәртібі, сұлбадағы тізбек элементтерінің қосылу тәртібіне сәйкес болу керек. Кернеу векторының соңы кейінгі элементтегі, алдағы элементтегі кернеу векторының басына қосылады.

Топографиялық диаграммдан тізбектің кез келген нүкте арасындағы кернеуді оңай табуға болады. Ол үшін топографиялық диаграммадағы сәйкес нүктелерді тіке сызықпен қосу бағытын көрсету керек. Мысалы, (2.26 б-суретте)  $\underline{U}_{dn}$  кернеу векторы,  $d$  және  $n$  нүкте арасында тік сызықпен берілген, бағыты  $n$  нен  $d$ -ға қарай. Егерде, схемада  $\underline{U}_{dn}$  кернеуі  $d$  нүктеден, электр тізбегінің  $n$  нүктесіне бағытталса, топографиялық диаграммада сол кернеуді  $n$  нүктесінен  $d$  нүктесіне бағытталған вектор ретінде көрсетеді.

Қатар қосылған қабылдағыштар тізбегін есептеу.



2.27-сурет

Бірнеше тармақтар қатар қосылса, мысалы, үшеуі  $\underline{Y}_1, \underline{Y}_2, \underline{Y}_3$  өткізгіштілігімен (2.27-сурет) тізбек кірмесіндегі барлық ток, бөлек тармақтар тоғының жиынына тең. Кернеуді барлық учаскеде бірдей деп санаса, жазуға болады:

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = \underline{Y}_1 \underline{U} + \underline{Y}_2 \underline{U} + \underline{Y}_3 \underline{U} = \underline{U}(\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3) = \underline{U} \underline{Y}.$$

Сондықтан, барлық тізбектің қатар қосылғандағы кешенді өткізгіштігі, тізбектің әр учаскесінің кешенді өткізгіштілігінің алгебралық жиынына тең:

$$\underline{Y} = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3 = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + j\omega L_2} + j\omega C_3.$$

Барлық тізбектің кешенді өткізгіштілігін тауып, берілген  $\underline{U}$  кернеу болса кешенді  $\underline{I}$  тоғын есептеу оңай.

Тізбектің эквивалентті немесе толық кедергісі мына формуламен табылады:

$$\underline{Z} = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 + \underline{Z}_1 \underline{Z}_3 + \underline{Z}_2 \underline{Z}_3}.$$

Екі қатар тармақтарда  $\underline{Z} = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}$ .

Қатар тармақтардағы тоқтар:

$$\underline{I}_1 = \underline{I} \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}; \quad \underline{I}_2 = \underline{I} \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2},$$

Екі қатар тармақтың біреуінің тоғы тоқ қосындысына тең, келесі тармақ кедергісіне көбейтілген және екі тармақтар кедергілерінің қосындысына бөлінген.

Тізбектің кешенді қуаты барлық тармақтың кешенді қуаттарының қосындыларына тең:

$$\underline{S} = \underline{UI} = \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{S}_3 = \underline{UI}_1 + \underline{UI}_2 + \underline{UI}_3 = P + jQ,$$

Бұнда активті және реактивті қуаттар:

$$P = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2; \quad Q = I_2^2 X_{L1} - I_3^2 X_{C3}.$$

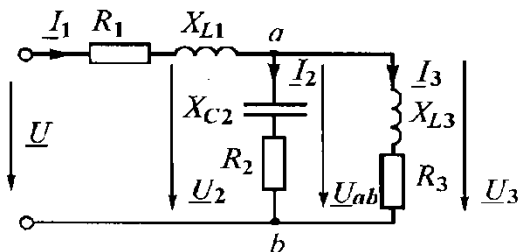
### Қабылдағыштардың аралас қосылған тізбегін есептеу.

Синусоидалды тоқ тізбегінің аралас қосылуында толық кедергінің есептелуі, тұрақты тоқ тізбегіндегімен бірдей: алдымен – қатар қосылған тармақтар эквиваленті кедергісі есептеледі, одан кейін, қатар тармақтарды эквиваленті кедергі элементімен ауыстырғасын, тізбектеліп қосылған кедергісін табамыз. Мысал ретінде (2.28-суреттегі) сұлбаны қарастырайық. Екі қатар тармақтың кешенді эквиваленті кедергісін табамыз, **a** және **b** түйіндер арасына қосылған:

$$\underline{Z}_{ab} = \frac{\underline{Z}_2 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = Z_{ab} e^{j\varphi_{ab}} = R_{ab} + jX_{ab},$$

$\underline{Z}_2 = R_2 - jX_{C2}$ ;  $\underline{Z}_3 = R_3 + jX_{L2}$  - қатарласқан тармақтардың кешенді кедергілері.

Барлық тізбектердің толық кедергі кешені:  $\underline{Z} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_{ab}$ ,  
 $\underline{Z}_1 = R_1 + jX_{L1}$



2.28-сурет

Тізбектің ажырамаған бөлігіндегі кешенді ток пен **ab** бөліміндегі кешенді кернеу:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}}; \underline{U}_{ab} = \underline{U}_2 = \underline{U}_3 = \underline{I}_1 \underline{Z}_{ab}; \underline{U}_1 = \underline{Z}_1 \underline{I}_1.$$

Ом заңын пайдаланып, қатарлас тармақтардың кешенді тоқтар табамыз:

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_{ab}}{\underline{Z}_2}; \underline{I}_3 = \frac{\underline{U}_{ab}}{\underline{Z}_3}.$$

Барлық тізбектердің кешенді толық қуаты барлық тармақтардың кешенді қуаттарының қосындыларына тең:

$$\underline{S} = \underline{U} \underline{I}_1^* = \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{S}_3 = \underline{U}_1 \underline{I}_1^* + \underline{U}_{ab} \underline{I}_2^* + \underline{U}_{ab} \underline{I}_3^*,$$

Бұнда активті және реактивті қуаттар

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3;$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = I_1^2 X_{L1} - I_2^2 X_{C2} + I_3^2 X_{L3}.$$

**Тізбекті түйінді кернеу әдісімен есептеу.**

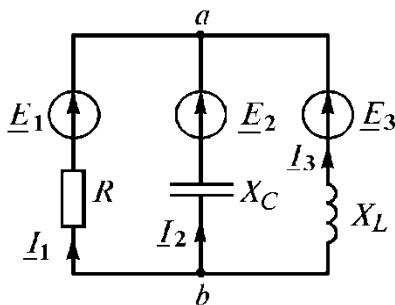
Түйінді кернеу әдісі, екі түйіні бар сұлбаны есептеуге қолданылады, тұрақты ток тізбегіне пайдаланғандай, тек есебі кешенді түрде жасалады:

**Мысалы:** (2.29-сурет) Электр тізбегінде тармақтар тоғын табу керек, егер де  $\underline{E}_1 = 120 \text{ В}$ ;  $\underline{E}_2 = 120e^{j120^\circ} \text{ В}$ ;  $\underline{E}_3 = 120e^{-j240^\circ} \text{ В}$ ;

$$R = X_L = X_C = 10 \text{ Ом}.$$

Есебі: тармақтардың кешенді өткізгіштілігін табамыз:

$$\underline{Y}_1 = \frac{1}{R} = 0,1 \text{ См}; \underline{Y}_2 = \frac{1}{-jX_C} = j \cdot 0,1 \text{ См}; \underline{Y}_3 = \frac{1}{jX_L} = -j \cdot 0,1 \text{ См}.$$



2.29-сурет

Сосын, екі түйінше арасындағы кешенді кернеуді табамыз:

$$\underline{U}_{ab} = \frac{\underline{E}_1 \underline{Y}_1 + \underline{E}_2 \underline{Y}_2 + \underline{E}_3 \underline{Y}_3}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3} =$$

$$= \frac{120 \cdot 0,1 + 120 e^{-j120^\circ} j \cdot 0,1 + 120 e^{-j240^\circ} (-j \cdot 0,1)}{0,1 + j \cdot 0,1 - j \cdot 0,1} = 328 \text{ B.}$$

Ом заңы бойынша тармақтар тоғы:

$$\underline{I}_1 = (\underline{E}_1 - \underline{U}_{ab}) \underline{Y}_1 = (120 - 328) \cdot 0,1 = -20,8 \text{ A;}$$

$$\underline{I}_2 = (-\underline{E}_2 + \underline{U}_{ab}) \underline{Y}_2 = \left( -120 e^{-j120^\circ} + 328 \right) \cdot j \cdot 0,1 = 40 e^{j105^\circ} \text{ A;}$$

$$\underline{I}_3 = (\underline{E}_3 - \underline{U}_{ab}) \underline{Y}_3 = \left( 120 e^{-j240^\circ} - 328 \right) \cdot (-j \cdot 0,1) = 40 e^{j75^\circ} \text{ A.}$$

### Тізбекті контурлы тоқ әдісімен есептеу.

2.24-суреттегі тізбекті мысалға алайық. Теңдеу құрмастан бұрын контурлы тоқтарды  $\underline{I}_{11}$ ,  $\underline{I}_{22}$ ,  $\underline{I}_{33}$  көрсетейік және тармақтар кедергілерін кешенді түрде берейік:

$$\underline{Z}_1 = R_1 + j\omega L_1; \underline{Z}_2 = j\omega L_2; \underline{Z}_3 = R_3; \underline{Z}_4 = -j \frac{1}{\omega C_4};$$

$$\underline{Z}_5 = R_5 - j \frac{1}{\omega C_5}; \underline{Z}_6 = R_6 + j\omega L_6 - j \frac{1}{\omega C_6}.$$

Тізбекте, үш тәуелсіз контурлар бар, контурлы тоқтар әдісімен олардың теңдеу жүйелерінің түрлері былай:

$$\underline{I}_{11}(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_4) - \underline{I}_{22} \underline{Z}_4 - \underline{I}_{33} \underline{Z}_2 = \underline{E}_1 - \underline{E}_2;$$

$$- \underline{I}_{11} \underline{Z}_4 + \underline{I}_{22}(\underline{Z}_3 + \underline{Z}_4 + \underline{Z}_5) - \underline{I}_{33} \underline{Z}_5 = -\underline{E}_3;$$

$$- \underline{I}_{11} \underline{Z}_2 - \underline{I}_{22} \underline{Z}_5 + \underline{I}_{33}(\underline{Z}_2 + \underline{Z}_5 + \underline{Z}_6) = \underline{E}_2.$$

Тармақтардағы әсерлік тоғы, контурлы тоқтардың алгебралық қосындысы арқылы табылады:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{11}; \underline{I}_2 = \underline{I}_{33} - \underline{I}_{11}; \underline{I}_3 = -\underline{I}_{22};$$

$$\underline{I}_4 = \underline{I}_{11} - \underline{I}_{22}; \underline{I}_5 = \underline{I}_{33} - \underline{I}_{22}; \underline{I}_6 = \underline{I}_{33}.$$

Кирхгоф теңдеу және қуат теңгерімі арқылы, есептің дәлме-дәлдігін тексереді. Еске сақтау керек, өткізгіштік пен қуат

кешенді кедергілерінің әрекеттегі саласы бойынша теріс болмайды. ( $R, g, P$  - әр уақытта оң болады). Сондықтан кешенді шамасы  $\underline{Z}, \underline{Y}, \underline{S}$   $-90^\circ < \alpha < 90^\circ$  болады.

Күрделі тармақталған тізбектің тиімді есептеу әдісін таңдау, сұлба ерекшелігі мен қойылған мақсатқа байланысты. Тұрақты ток тізбегіне қолданылған есептеу әдістері синусоидалды ток тізбегіне де жарайды.

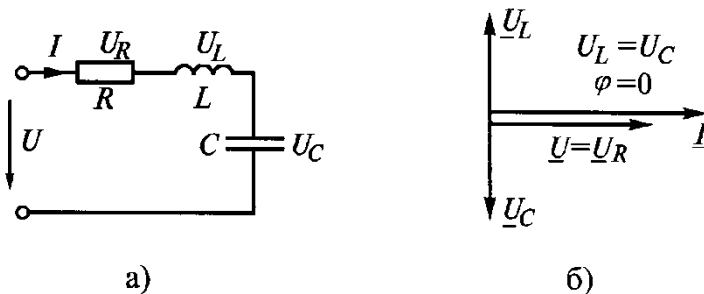
## 2.5 Электр тізбегіндегі резонанс

Резонанс дегеніміз пассивті электр тізбегінің режимі, индуктивті катушка мен конденсаторы бар тізбектің кірме реактивті кедергісі немесе кірме реактивті өткізгіштігі нөлге тең. Резонанста тізбектегі кірме ток фаза бойынша кернеумен бір бағытта келеді. Резонансты құбылыстар, электр және радиотехника автоматталған құрылғыларда телемеханика, байланыс, өлшем техникаларында кеңінен қолданылады.

### 2.5.1 Кернеу резонансы

Тізбектеліп жалғасқан резистор, катушка және конденсаторды қарастырайық (2.30 а-сурет). Резонанс кезінде кедергінің индуктивтілік құраушысы, сыйымдылық құраушы кедергісіне өтем жасайды. Реактивті кедергі мен реактивті қуат, тізбек кірмесінде нөлге тең:

$$X = X_L - X_C = 0; X_L = X_C; \omega L = \frac{1}{\omega C}. \quad (2.91)$$



2.30-сурет

$X_L = X_C$  болғанда, катушка мен конденсатор кернеулері фаза бойынша қарама-қарсы болса да, тең болады, сондықтан, қаралатын тізбекте **кернеу резонансы** пайда болады. (2.91) тендеуде кернеу резонансы, оны қорек көзінің кернеу жиілігін немесе катушка индуктивтігін және конденсатор сыйымдығын өзгертіп табуға болатынын көрсетеді. Тізбекте резонанс болатын кездегі, бұрыштың жиілігі, резонансты бұрыштық жиілігі деп аталады.

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (2.92)$$

Тізбек толық кедергісі, резонанс кезінде активті кедергіге тең және ең аз мәнді болады:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = R.$$

Бірақ тізбектегі ток мәні ең үлкен болады

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{R}.$$

Резистордағы кернеу қорек көзінің кернеуіне тең.  
 $U_R = IR = U$

Резонанс кезіндегі индуктивті немесе сыйымдылық кедергілер, резонанс контурының **сипаттамалық (толқынды) кедергісі** деп аталады:

$$\rho = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (2.93)$$

$\rho \gg R$  реактивті элементтегі кернеу кірмедегі кернеуден неғұрлым көп болады. Резонанс кезіндегі, катушка мен конденсатор кернеуінің, қор көзінің кернеуіне қатынасы контур сапалығы деп аталады:

$$Q = \frac{U_L}{U} = \frac{U_C}{U} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{\rho}{R}. \quad (2.94)$$

Бұл өлшемсіз параметр. Ол резонанс кезіндегі реактивті элементтер кернеуінің кірмедегіден неше есе көп екенін көрсетеді.

Параметр  $d$ , контур сапалығына керісінше, контур сөнген деп аталады.

$$d = \frac{1}{Q} = \frac{R}{\omega_0 L} = \frac{R}{\rho}. \quad (2.95)$$

Резонанс кезіндегі энергетикалық қарым-қатынастың да өз ерекшеліктері бар. Контурдағы ток  $i = I_m \sin \omega_0 t$  болсын, онда конденсатордағы кернеу  $u_C = U_{cm} \sin(\omega_0 t - 90^\circ) = -U_{cm} \cos \omega_0 t$  болады.

Электр және магнит өрісітері қосындысы энергиясы:

$$W = \frac{Li^2}{2} + \frac{Cu_C^2}{2} = \frac{LI_m^2}{2} \sin^2 \omega_0 t + \frac{CU_{cm}^2}{2} \cos^2 \omega_0 t =$$

$$\frac{LI_m^2}{2} + \frac{CU_{cm}^2}{2} = \text{const};$$

Ал:  $\frac{CU_{cm}^2}{2} = \frac{LI_m^2}{2}. \quad (2.96)$

Сондықтан магнит және электр өрістерінің барлық энергиясы уақыт өткен сайын өзгермейді. Электр өрісінің энергиясы азайса, магнитті өріс энергиясы өседі және керісінше. Конденсатор мен катушка арасында толығымен энергия ауысады. Қорек көзінің энергиясы, тізбекті қоректендіретін, катушка мен конденсатордың активті кедергісінің жоғалтуын жабады. Қорек көзінен тізбекке түсетін энергия, көрінген уақытта толығымен жылуға айналады. Сондықтан қорек көзіндегі барлық тізбек активті кедергіге эквивалентті.

## 2.5.2 Тізбектелген контурдың жиілік сипаттамалары

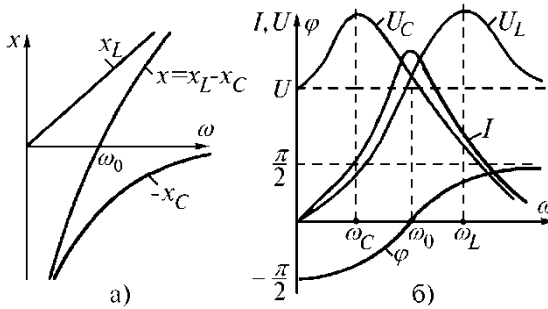
2.30 а-суреттегі тізбекке синусоидалды кернеу берілген, амплитудасы өзгермейді, ал жиілігі  $\omega$   $0 \dots \infty$  шамаға өзгереді. Жиіліктің өзгеруі тізбек параметрлерін өзгертеді:

$$X_L = \omega L; \quad X_C = \frac{1}{\omega C}; \quad X = X_L - X_C; \quad Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}.$$

Бұл жағдайда, индуктивті және сыйымдылық кедергілері өзгереді, онымен бірге, реактивті мен толық кедергілер және фаза  $\varphi$  ығысу бұрышы да өзгереді. (2.31 а-суретте)  $X_L$ ,  $X_C$ ,  $X$  жиілікке байланысты кестелері көрсетілген, ол тізбектің жиілік



сипаттамасы деп аталады. Егер,  $\omega = 0$  болса, тізбектегі кернеу өзгермейді, сондықтан ток жоқ болады.



2.31-сурет

Жиілік 0 ден  $\omega_0$ -ге дейін өзгерсе реактивті кедергіде сыйымдылық сипаттама болады және ол  $-\infty$  ден 0-ге дейін өзгереді. Сол себептен, ток нөлден ең көп  $U/R$  max мәніне өседі, ал кернеу мен ток векторлары аралығындағы фазаның ығысу бұрышы  $-90^\circ$  тан 0-ге дейін өзгереді.

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}; U_L = \omega LI; U_C = \frac{I}{\omega C}.$$

Жиілік  $\omega_0$ -ден  $\infty$ -ке дейін өзгерсе, қорытынды реактивті кедергі нөлден шексізге дейін өседі де, индуктивті сипаттамада болады. Осы себептен, ток ең үлкен мәнінен нөлге дейін азаяды, ал бұрыш  $\varphi$  нөлден  $90^\circ$  дейін өседі.  $\omega=0$  болғанда, катушка кернеуі нөлге тең, ток тез азайғанша  $\omega$  өсуіне қарай өседі көбейеді. Бұдан кейін  $U_L$  қорек көзінің кернеуі  $U$  дейін тез азаяды. Конденсатор кернеуі  $U_C$ ,  $\omega=0$  болса, қорек көзінің кернеуі  $U$ -ға тең, ток көбейгенше өседі, содан кейін  $U_C$  нөлге дейін азаяды.

(2.31 б-суретте) ток пен кернеудің әсерлік мәндері жиілікке байланысты, резонансты қисық деп аталады. Қисықтардан,  $U_C$  пен  $U_L$  кернеулігінің ең үлкен мәндері, жиілік резонансқа тең болмаған кезінде  $U_L$  үлкен мәнінің жиілік  $\omega_L > \omega_0$  болатыны,  $U_C$  үлкен мәні  $\omega_C < \omega_0$  болатыны көрініп тұр.

$\frac{dU_L}{d\omega} = 0; \frac{dU_C}{d\omega} = 0;$  теңдеулерден,  $U_C$  пен  $U_L$  кернеулердің ең үлкен мәндері болатын жиіліктерді табуға болады:

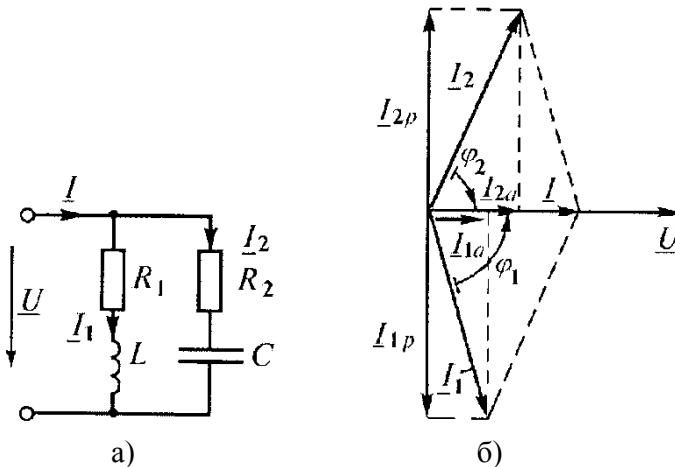
$$\omega_L = \omega_0 \sqrt{\frac{2}{2-d^2}}; \quad \omega_C = \omega_0 \sqrt{\frac{2-d^2}{2}}. \quad (2.97)$$

Тоқтың жиілікке қатысты кестесінен көруге болады, қаралып жатқан тізбектің таңдаулы қасиеттері бар. Тізбек тоққа ең аз кедергімен иемделген, жиілігі резонансқа жақын. Тізбектің таңдаулы қасиеттері электрбайланысы мен радиотехникада кеңінен қолданылады. Тізбекті резонанс режимінде пайдаланады. Кейбір жағдайда, электр тізбегінде резонанс құбылысы ескерілмесе, қолайсыз жағдайларға әкеліп соғады, оның ішінде оқшауламаға қауіпті асқын кернеу әкеліп соғуы мүмкін.

### 2.5.3 Тоқ резонансы

2.32.а-суреттен екі қатарлас тармағы бар сұлбаны қарастырайық, біріншісінде – резистор мен конденсаторы бар, екіншісінде - резистор мен катушқасы бар. Егер де жалпы тоқ  $I$ , фаза бойынша кернеуге сәйкес болса, ал кірме реактивті өткізгіштілік тізбекте резонанс құбылысы болуы мүмкін

$$b = b_C - b_L = 0 \text{ тең болса, немесе } b_L = b_C. \quad (2.98)$$



2.32-сурет

Егер  $b_L = b_C$  болса, тоқтардың фаза бойынша қарама-қарсы реактивті құрамалары тең болса (2.32 б-сурет), оны тізбек резонансы, тоқ резонансы деп атайды.

Векторлы диаграммадан, резонанс кезінде тоқ  $I$  фаза бойынша кернеумен сәйкес келетіні, тармақтағы тоқтан аз болатыны көрініп тұр.

(2.98) теңдеуге  $b_L$  мен  $b_C$  мәнін қойып, тізбек пен жиілік параметрлері арқылы мынаны табамыз:

$$\frac{\omega L}{R_1^2 + \omega^2 L^2} = \frac{1}{R_2^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}. \quad (2.99)$$

Тоқ резонансын тоқ тармақтарын  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $L, C$  немесе  $\omega$  жиілігін өзгертіп табуға болады. Төрт берілген параметрлер мен бесіншісін (2.99) теңдеуден тапқанда, жиілік кешенді немесе жорамал болуы мүмкін. Мұндай параметрлер сәйкестігінде, тоқ резонансы болмайтынын дәлелдейді.

(2.99) теңдеуді есептеп,  $\omega$  жиілікке қатысты резонанстық жиілікті табамыз:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{\frac{R_1^2 - \frac{L}{C}}{R_2^2 - \frac{L}{C}}}. \quad (2.100)$$

Егер де түбір астындағы бөлшек (2.100) теңдеуде, оң белгі болса, резонанс құбылысы пайда болады себебі жиілік жорамал санмен көрсетілмейді. Резонансты жиілік, бірізді жалғас контурының резонансты жиілігімен тең болады, егер де:

$$R_1 = R_2; \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

$$R_1 = R_2 = \sqrt{\frac{L}{C}} \text{ резонансты жиілік түсініксіз түрде } \omega_0 = \frac{0}{0}.$$

болса, бұл кез-келген жиілікте тізбекте резонанс болатынын көрсетеді. Бұл кезде тізбектің кірме кедергісі активті жиілікке бағынышты емес.

$$\underline{Z} = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = \frac{(R + j\omega L) \left( R - j \frac{1}{\omega C} \right)}{R + j\omega L + R - j \frac{1}{\omega C}} = R$$

Мінсіз жағдайда  $R_1 = R_2 = 0$ , тізбек кірме кедергісі резонанс кезінде үлкен, ал ток нөлге тең, яғни энергия қорек көзінен контурға түспейді.

Ал катушка мен конденсатор арасында энергиялары ауысады.

Электржабдықтау жүйесінің құрылғыларының ток резонансы  $\cos \varphi$  мәнін жоғарылату үшін қолданылады, ол үшін индуктивті жүктемеге қатарлас конденсаторлар батареясын қосу керек.

### 2.5.4. Синусоидалды ток тізбегінде қуат коэффициентін жоғарылату

Қазіргі электр энергиясының тұтынушыларының көбі индуктивті кедергілер, тоғы, фаза бойынша қорек көзінің кернеуінен қалады. Бұндай тұтынушылардың активті қуаты, ток пен кернеудің берілген мәндері  $\cos \varphi$ -ке бағынышты:

$$P = UI \cos \varphi; \quad I = \frac{P}{U \cos \varphi}.$$

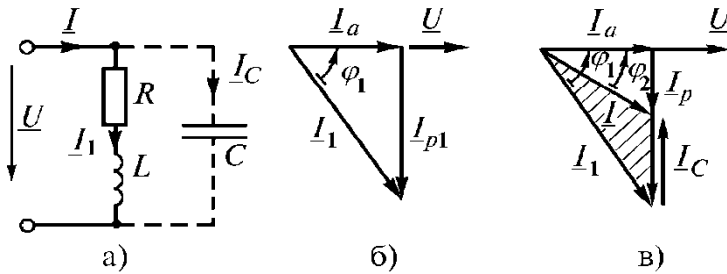
Сондықтан қуат коэффициентінің  $\cos \varphi$  көбейтсе ток азаяды.

Осылайша, тұтынушы  $\cos \varphi$  көп болса, қуат жойылуы азаяды, электр энергиясы арзандайды. Қуат коэффициенті, қорек көзінің номиналды қуатының қалай пайдаланылатынын көрсетеді. 1000 кВт қабылдағышты,  $\cos \varphi = 0,5$  тең қоректендіру үшін, генератор қуаты осындай болу керек:

$$S = \frac{P}{\cos \varphi} = \frac{1000}{0,5} = 2000 \text{ кВА},$$

Ал  $\cos \varphi = 1$   $S = 1000 \text{ кВА}$ .

Демек,  $\cos \varphi$  өсуі, генератор қуатының пайдалануын өсіреді. Энергетика қондырғыларының тиімділігін өсіру үшін,  $\cos \varphi$ -ті өсіру керек; индуктивті жүктемеге параллель қосылған конденсатор батареясы қолданылады. (2.33 а-сурет)



2.33-сурет

Конденсатор сыйымдылығы,  $\cos \varphi$ -ті берілген  $\cos \varphi_1$  мәнінен, керекті  $\cos \varphi_2$  өсіруге қажет. (2.33 б, в-суреттегі) диаграммдан табуға болады. Векторлы диаграмма жасағанда, бастапқы вектор ретінде берілген кернеу векторы алынады. Егерде, жүктеме индуктивті болса, ток вектор  $\underline{I}_1$  кернеу векторынан  $\varphi_1$  бұрышқа қалады.  $\underline{I}_a$  тоғының активті құрамасы, бағыты бойынша кернеумен теңеседі,  $\underline{I}_{p1}$  тоғының реактивті құрамасы  $90^\circ$  қалады. (2.33 б-суреті.). Тұтынушыға конденсатор батареясы  $C$  қоссақ,  $\underline{I}$  тоғы векторлар  $\underline{I}_1$  мен  $\underline{I}_c$  геометриялық сомасы ретінде табылады. Сыйымдылық ток  $\underline{I}_c$  векторы, кернеу векторынан  $90^\circ$  озады (2.33 в-сурет). Векторлы диаграммдан көрінеді.  $\varphi_2 < \varphi_1$ , яғни конденсаторды қосқаннан кейін, қуат коэффициенті  $\cos \varphi_1$ -ден  $\cos \varphi_2$  дейін өседі. Конденсатордың керекті сыйымдылығын тоқтық векторлы диаграммасы арқылы табуға болады (2.33 в-сурет):

$$I_c = I_{p1} - I_p = I_a \operatorname{tg} \varphi_1 - I_a \operatorname{tg} \varphi_2 = \omega C U$$

$P = UI_a$  деп, конденсатор сыйымдылығын табамыз:

$$C = \frac{I_a}{\omega U} (\operatorname{tg} \varphi_1 - \operatorname{tg} \varphi_2) = \frac{P}{\omega U^2} (\operatorname{tg} \varphi_1 - \operatorname{tg} \varphi_2)$$

Көп жағдайда, қуат коэффициентін 1,0 дейін емес, 0,9...0,95 өсіреді, толық өтем үшін қосымша конденсатор қою керек, бұл тиімсіз.

## 2.6. Өзара индуктивті электр тізбегі

### 2.6.1. Жалпы мәлімет

Синусоидалы тоқ тізбегін қарастырғанда өзіндукция құбылысы есептеледі, яғни ЭҚК-ны электр тізбекке бағыттау өзіндукциясы өзгергенде, осы тізбектегі токпен себептенген. ЭҚК-ның контурдың бірінде пайда болуын екіншісінде токтың өзгеруін қарастырайық. ЭҚК өзара индукциясымен бағытталған тізбек, индуктивті байланысты тізбек деп аталады. Екі контурды қарастырайық бір-бірінен алыстаған (2.34-сурет) контурлар, тегіс жіңішке катушка  $\omega_1$  мен  $\omega_2$  иірім саны түрінде көрсетілген. Өзіндік индукция ағымды  $\Phi_{1L}$  ток  $I$ , пайда болған, ыдырау ағымы  $\Phi_{ip}$  екінші контурдан өтетін түрде көрсетілуі мүмкін:

$$\Phi_{1L} = \Phi_{1p} + \Phi_{1p}. \quad (2.102)$$

Осыған сәйкес екінші контурдың өзіндукция ағымын табамыз:

$$\Phi_{2L} = \Phi_{2p} + \Phi_{12}. \quad (2.103)$$

$\Phi_{21}$  мен  $\Phi_{12}$  ағымдарды, өзара индукция ағымы деп аталады. Оларды екі индексмен белгілейміз: бірінші индекс ағымның қай контурға ілінетінін көрсетеді, екіншісі – осы ағымды пайда қылған тоқ номерін көрсетеді. Мысалы:  $\Phi_{12}$  ағымы  $i_1$  тоғымен пайда болған бірінші контурға ілінеді. Егеде, өзара индукция ағымының бағыты осы контурдың өзіндукция ағымының бағыты мен сәйкес келсе, онда контурлар магнитті ағымы мен ток бағыттарын келісті дейді. Бағыттары керісінше болса, ағымдардың қарама-қарсы бағыты дейді. Бірінші мен екінші контурдан өтетін ағым қосындысы:

$$\Phi_1 = \Phi_{1L} \pm \Phi_{12}; \quad \Phi_2 = \Phi_{2L} \pm \Phi_{21}, \quad (2.104)$$

+ ағымның келісті бағытына сәйкес;

- қарама-қарсы бағытта;

Бірінші мен екінші контурдың толық ағым жалғасы.

$$\psi_1 = w_1 \Phi_1 = w_1 (\Phi_{1L} \pm \Phi_{12}) = w_1 \Phi_{1L} \pm w_1 \Phi_{12} = L_{11} i_1 \pm M_{12} i_2; \quad (2.105)$$

$$\psi_2 = w_2 \Phi_2 = w_2 (\Phi_{2L} \pm \Phi_{21}) = w_2 \Phi_{2L} \pm w_2 \Phi_{21} = L_{22} i_2 \pm M_{21} i_1. \quad (2.106)$$

Бір тізбектің өзара индукция ағым жалғасының басқа тізбектегі токқа қатынасы, өзара индуктивтігі деп аталады:

$$M_{12} = \frac{\psi_{12}}{i_2} = \frac{w_1 \Phi_{12}}{i_2}; \quad M_{21} = \frac{\psi_{21}}{i_1} = \frac{w_2 \Phi_{21}}{i_1}. \quad (2.107)$$

Сызықты электр тізбегінде әр уақытта теңдік болады:

$$M_{12} = M_{21} = M, \quad (2.108)$$

Сондықтан өзара индуктивтік индексін қалдырып кетуге болады. Осы теңдеу әділдігін (2.35-суреттегі) сақиналық ферромагнитті емес магнит өткізгіш мысалында көруге болады, көлденең кесінді ауданы  $S$  екі катушкасы бар.

Ток  $i_1 = 0$

$$M_{12} = \frac{\Psi_{12}}{i_2} = \frac{w_1 \Phi_{12}}{i_2} = \frac{w_1 B S w_2}{H l} = \frac{w_1 w_2 \mu S}{l}, \quad (2.109)$$

$B, H$  – магнитті индукция мен магнит өрісінің кернеуі, ток  $i_2$  – мен пайда болған.

( $i_1 = 0$ )

$l$  - орташа магнитті сызық ұзындығы;

$\mu_a = B/H$  - ортаның абсолютті магнитті өтімділігі;

Ток  $i_2 = 0$  болса, бірінші мен екінші катушка өзара индуктивтігі

$$M_{21} = \frac{\Psi_{21}}{i_1} = \frac{w_2 \Phi_{21}}{i_1} = \frac{w_2 B S w_1}{H l} = \frac{w_1 w_2 \mu_a S}{l} \quad (2.110)$$

(2.109) бен (2.110) теңдеулерін салыстырғанда,  $M_{12} = M_{21}$  тең екенін көрсетеді. Сонымен (2.108) теңдеу дәлелденеді. Бұдан басқа, екі катушканың өзара индуктивтігі, иірім санына, магнитөткізгіштің геометриялық шамасына және катушкалардың өзара қатынасы мен ортаның абсолютті магнитті өтімділігіне бағынышты. Екі катушканың индуктивті байланысын байланыс коэффициенті деп аталады.

$$K = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \quad (2.111)$$

Бұл коэффициент бірден аз, себебі, өзара индукция магнитті ағым өзіндік индукция ағымынан аз, оны екі сымды катушканың ажыратқан ағымын азайтса немесе жоғары абсолютті магнитті өтімділігі бар магнит өткізгішті пайдаланса көбейтуге болады.

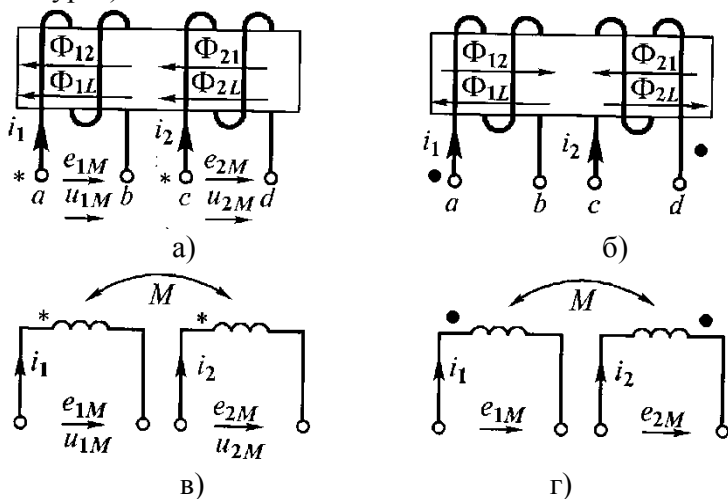
## 2.6.2. Өзара индукция ЭҚК

Бірінші мен екінші контурдағы индуктірленген ЭҚК (2.105, 2.106)-ны есепке алып, мына түрде жазуға болады:

$$e_1 = -\frac{d\psi_1}{dt} = -L_1 \frac{di_1}{dt} \mp M \frac{di_2}{dt} = e_{1L} \mp e_{1M}; \quad (2.112)$$

$$e_2 = -\frac{d\psi_2}{dt} = -L_2 \frac{di_2}{dt} \mp M \frac{di_1}{dt} = e_{2L} \mp e_{2M}. \quad (2.113)$$

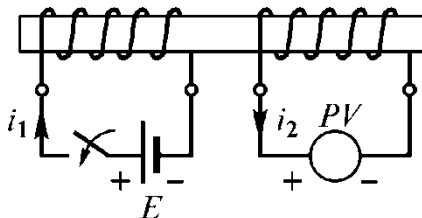
Осылайша, әр катушка ЭҚК, өзіндік индукция мен өзара индукция ЭҚК алгебралық жиынымен табылады. Өзара индукция ЭҚК белгісін табу үшін тізбектегі индуктивті қосылған элементтер қысқышын белгілейді. Екі қысқышты егер де ток бағыты қысқышқа қатысты, бірдей болса, өзіндік индукция магнитті ағымы мен өзара индукциясы қосылса, аттас деп атайды. Бұндай тұжырымды сұлбада бірдей шартты белгімен белгілейді, мысалы: нүктемен немесе жұлдызбен (2,36 а, б-сурет). Бір бағыттағы ток  $i_1$  мен  $i_2$  (2.36 а-сурет) А мен С қысқышқа қатысты, өзіндік индукция ағымдары  $\Phi_{1L}$  ( $\Phi_{2L}$ ) мен өзара индукция  $\Phi_{12}$  ( $\Phi_{21}$ ) бағыттарын беттестіреді. Сонымен, А мен С қысқыштары аттас.  $b$  мен  $d$  қысқыштары да аттас, бірақ шартты белгімен біратты бір жұп тұжырымын белгілейді, мысалы  $a$  мен  $c$  (2,36 а-сурет).



2.36-сурет



Егерде  $i_1$  мен  $i_2$  тоғы аттас қысқышқа қатысты бір бағытта болмаса (2,23 б-сурет), онда өзіндік индукция мен өзара индукция ағымдарын қарама-қарсы бағыттауға душар етеді. Сұлбада, магнит өткізгіші көрсетілмейді, тек аттас қысқыштар белгіленеді (2.36 в-сурет).



2.37-сурет

Аттас қысқыштарды тәжірибе жолымен табуға болады. Ол үшін, бір катушка тұрақты ток қайнар көзінің тізбегіне қосылған, екіншісіне тұрақты ток вольтметрі қосылған. (2.37-сурет). Егер де, қайнар көзінің тізбегі тұйықталғанда өлшем құралының тілі қисайса, индуктивті қосылған катушка қысқышы қайнар көзінің оң полюсіне қосылса және өлшем құралдың оң қысқышына қосылса, аттас болады.

ЭҚК мен өзара индукция кернеуінің белгілерін анықтайық. Мысалы, (2.36 а-сурет) бірінші катушка ажыраған, екіншісінен  $i_2$  тоғы өтеді.  $e_{1M}$ ,  $u_{1M} < i_2$  оң бағыттарын таңдайық, аттас қысқыштарға қатысты. ЭҚК мен өзара индукция кернеуі тең, белгісі бойынша қайшы келеді.  $e_{1M} > 0$  болса  $i_2$  қысқыш әлеуеті а қысқыш әлеуетінен көп, сондықтан  $u_{1M} < 0$ .

Ленц ережесі бойынша  $e_{1M}$  мен  $\frac{di_2}{dt}$  белгілер әруақытта қарама-қарсы, сондықтан:  $u_{1M} = -e_{1M} = M \frac{di_2}{dt}$

Кешенді түрінде, мынадай:

$$\underline{U}_{1M} = -\underline{E}_{1M} = j\omega M I_2 = \underline{Z}_M I_2. \quad (2.114)$$

Катушкаларды қарама-қарсы қосқанда (2,37 б-сурет).

$$\underline{U}_{1M} = -\underline{E}_{1M} = -j\omega M I_2 = -\underline{Z}_M I_2. \quad (2.115)$$

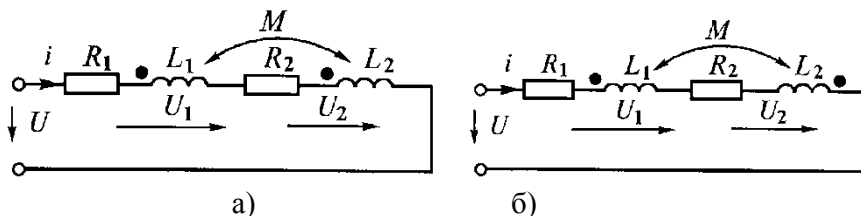
(2,114) пен (2,115) көруге болады, өзара индуктивтік кернеу векторы  $\underline{U}_{1M}$ , ток векторына  $\underline{I}_2$  фаза бойынша қатысты  $\pm 90^\circ$  бұрышқа жылжыған.

$X_M = \omega M$  кедергісі өзара индуктивті кедергі, ал  $\underline{Z}_M = j\omega M$  – кешенді кедергі деп аталады. Сонымен, ток бағыты келісті болса, өзара индуктивтік кернеу құлауы «плюс» белгісімен, қарама-қарсы бағытта болса, «минус» белгісімен көрсетіледі.

### 2.6.3. Индуктивті байланысты екі катушканың тізбектеліп қосылуы

Тізбектеліп қосылған екі катушканы қарайық, активті кедергілері

$R_1, R_2$ , индуктивтілігі  $L_1, L_2$ , өзара индуктивтігі  $M$  екі түрде қосылды дейік, (2,38 а-сурет) келісті және (2.38 б-сурет) қарама-қарсы.



2.38-сурет

Келісті қосылғанда, ток екі катушкада бір бағытта атас қысқышқа қатысты, сондықтан өзара индуктивтілік кернеу құлауын Кирхгоф теңдеуінің лездік мәнінде «плюс» белгісімен жазамыз:

$$u_1 = iR_1 + L_1 \frac{di}{dt} + M \frac{di}{dt}; \quad u_2 = iR_2 + L_2 \frac{di}{dt} + M \frac{di}{dt};$$

$$u = u_1 + u_2 = i(R_1 + R_2) + (L_1 + L_2 + 2M) \frac{di}{dt}.$$

Осы теңдеулер кешенді түрде:

$$\underline{U}_1 = \underline{I}R_1 + j\omega L_1 \underline{I} + j\omega M \underline{I}; \quad \underline{U}_2 = \underline{I}R_2 + j\omega L_2 \underline{I} + j\omega M \underline{I};$$

$$\begin{aligned} \underline{U} &= \underline{U}_1 + \underline{U}_2 = \underline{I}(R_1 + R_2) + \\ j\omega \underline{I}(L_1 + L_2 + 2M) &= \underline{I}Z_{\text{согл}}. \end{aligned} \quad (2.116)$$

Келісті (соласком) қосылғандағы тізбектің толық кедергісі:

$$\underline{Z}_{\text{согл}} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = R_1 + R_2 + j\omega(L_1 + L_2 + 2M). \quad (2.117)$$

Қарсы қосылғанда (2.38 б-сурет) екі катушкадағы тоқ аттас қысқышқа қатысты қарама-қарсы бағытта, сондықтан өзара индуктивтілік кернеуін «минус» белгісімен жазамыз. Бұл жағдайда, Кирхгоф теңдеуінің комплексті түрі, мынадай:

$$\underline{U}_1 = \underline{I}R_1 + j\omega L_1 \underline{I} - j\omega M \underline{I}; \quad \underline{U}_2 = \underline{I}R_2 + j\omega L_2 \underline{I} - j\omega M \underline{I};$$

$$\underline{U} = \underline{U}_1 + \underline{U}_2 = \underline{I}(R_1 + R_2) +$$

$$j\omega \underline{I}(L_1 + L_2 - 2M) = \underline{I}Z_{\text{қарама қарсы}} \quad (2.118)$$

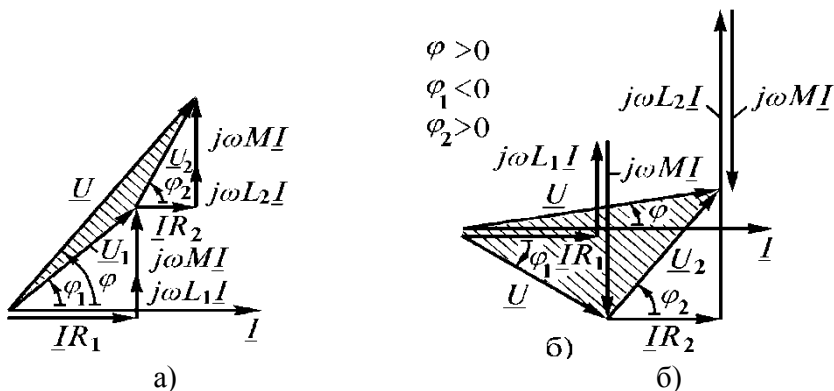
Қарсы қосылған тізбек толық кедергісі:

$$\underline{Z}_{\text{қарама қарсы}} = R_1 + R_2 + j\omega(L_1 + L_2 - 2M). \quad (2.119)$$

Тізбектің толық кедергісі келісті қосылғанда қарсыға қарағанда көп. Бұны индуктивті байланысты катушканың аттас қысқышын тәжірибе жолымен табуда пайдалануға болады.

(2,39 суретте) келісті және қарсы қосылған катушканың векторлы диаграммасы көрсетілген. Тоқ векторының бастапқы фазасы тізбектің барлық элементінің біріккен түрінде, нөлге тең деп алынады. Тоқ векторына қарай  $\underline{U}_1$  мен  $\underline{U}_2$  кернеу қосындысы жазылған. (2.116, 2.118)

Векторлар бағытын таңдауды жеңілдетеді, кешеннің  $\pm j$  көбейтіндісі  $\pm 90^\circ$  бұрылысына сәйкес. Вектор көп бұрыштары  $\underline{U}_1$ ,  $\underline{U}_2$ ,  $\underline{U}$ , диаграммада салынған Кирхгоф заңына сәйкес, керекті болу үшін штрихталған:



2.39-сурет

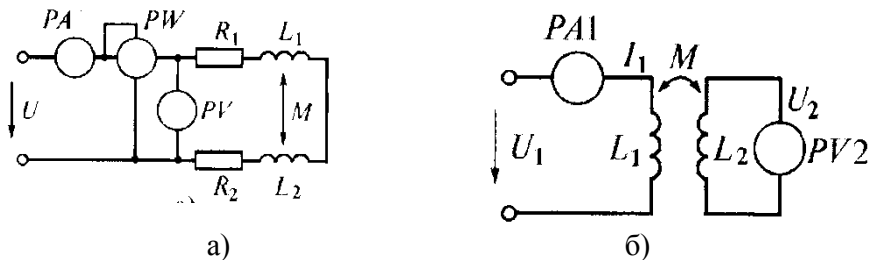
2.39 б-суреттегі қарсы қосылған катушка векторлы диаграммасы  $L_1 < M < L_2$  кезінде салынған. Бұндай параметрлер қатынасында бірінші катушкадағы сыйымдылық тиімдірек көрінеді, кернеу  $\underline{U}_1$  ток  $\underline{I}_1$  қалады. Тізбекке конденсатор жоқ, бірінші катушка индуктивтілігі  $L'_1 = L_1 - M$  теріс, конденсатор қосылуына эквивалентті болады. Бірақ тізбек барлық уақытта индуктивті сипатта, тоқ векторы кірмеде кернеу векторынан қалады,  $(L_1 + L_2 - 2M) > 0$

Катушканың келісті қосылуында сыйымдылық тиімділігі болмайды.

#### 2.6.4. Өзара индуктивтікті эксперименталды жолымен анықтау

Индуктивті байланысты катушкалардың тізбектеліп қосылуы өзара  $M$  индуктивтілікті тәжірибе мен анықтауда қолданылады. 2.40 а-сурет. Ол үшін екі тәжірибе өткіземіз. Бірінші тәжірибеде катушкалар бірізді жалғас және келісті қосамыз. Тоқ  $I_{\text{согл}}$ ,  $U$  кедергісін және активті қуатты  $P_{\text{согл}}$  өлшейміз. Тәжірибе қорытындысында, тізбектің активті, толық және реактивті кедергісін табамыз.

$$R_{\text{сәйкес}} = \frac{P_{\text{сәйкес}}}{I_{\text{сәйкес}}^2}; \quad Z_{\text{сәйкес}} = \frac{U}{I_{\text{сәйкес}}}; \quad X_{\text{сәйкес}} = \sqrt{Z_{\text{сәйкес}}^2 - R_{\text{сәйкес}}^2}.$$



2.40-сурет

Бір катушканың қысқыш орындарын ауыстырып сол кернеудің өлшеуін қайталаймыз. Тәжірибе қорытындысында тізбектегі қарсы қосылған катушка кедергісін анықтаймыз:

$$M = \frac{X_{\text{сәйкес}} - X_{\text{қарама қарсы}}}{4\omega}. \quad (2.120)$$

Өзара индуктивтілікті жай тәсілмен табуға болады. Бірінші катушканы амперметр арқылы көрек көзіне қосамыз 2.40 б-сурет, екінші катушка қысқышына үлкен ішкі кедергісі бар вольтметр қосамыз.

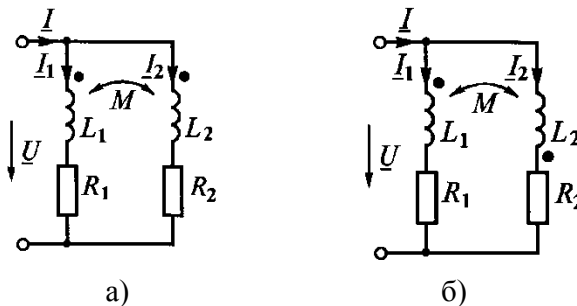
Тоқ  $I_1$  мен  $U_2$  кернеуін өлшейміз.  $u_2 = M \frac{di_1}{dt}$  болғанда әсерлі мәні  $U_2 = \omega MI_1$ , сондықтан:

$$M = \frac{U_2}{\omega I_1}. \quad (2.121)$$

### 2.6.5. Индуктивті байланысты катушкалардың жапсарлас қосылуы

Екі катушка кедергілері  $R_1, R_2$ , индуктивтілігі  $L_1, L_2$  және өзара индуктивтілігі  $M$  жапсарлас қосылған. Екі түрлі қосылуы

мүмкін – аттас қысқышты бір түйіншікке қосу (2.41 б-сурет) және әртүрлі түйіншікке қосу (2.41. а сурет)



(2.41-сурет)

Тоқты оң бағытта алғанда, бірінші сұлба келісті қосуға сәйкес, екіншісі – қарсы қосылғанда сәйкес. Кирхгофтың екінші заңы бойынша теңдеулер құрамыз, әр қатарлы тармақтарға кешенді түрде:

$$\left. \begin{aligned} R_1 \underline{I}_1 + j\omega L_1 \underline{I}_1 \pm j\omega M \underline{I}_2 &= \underline{U} \\ R_2 \underline{I}_2 + j\omega L_2 \underline{I}_2 \pm j\omega M \underline{I}_1 &= \underline{U} \end{aligned} \right\}. \quad (2.122)$$

$\underline{Z}_1 = R_1 + j\omega L_1$ ;  $\underline{Z}_2 = R_2 + j\omega L_2$ ;  $\underline{Z}_m = j\omega M$  белгілеп, теңдеулер жүйесін табамыз:

$$\left. \begin{aligned} \underline{Z}_1 \underline{I}_1 \pm \underline{Z}_M \underline{I}_2 &= \underline{U} \\ \pm \underline{Z}_M \underline{I}_1 + \underline{Z}_2 \underline{I}_2 &= \underline{U} \end{aligned} \right\}, \quad (2.123)$$

Мұндағы «плюс» белгісі катушканың келісті қосылуына сәйкес (2.41 а сурет), «минус» белгісі – қарсыға сәйкес (2.41 б-сурет)

Тоқтарға қатысты теңдеу жүйесін шешеміз:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{A}_1}{\Delta} = \frac{\underline{Z}_2 \mp \underline{Z}_M}{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 - \underline{Z}_M^2} \underline{U}; \quad \underline{I}_2 = \frac{\underline{A}_2}{\Delta} = \frac{\underline{Z}_1 \mp \underline{Z}_M}{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 - \underline{Z}_M^2} \underline{U}.$$

Кирхгофтың бірінші заңы бойынша ток тізбектің тармақталмаған бөлігінде:

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = \frac{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 \mp 2\underline{Z}_M}{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 - \underline{Z}_M^2} \underline{U}, \quad (2.124)$$

Тізбек кірме кедергісі

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 - \underline{Z}_M^2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 \mp 2\underline{Z}_M}, \quad (2.125)$$

«алу» - келісті қосуға жатады.

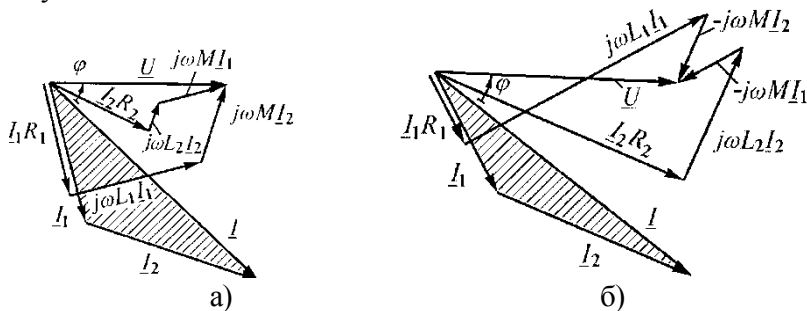
«қосу» - қарсы қосуға жатады.

$\underline{Z}_M = 0$ , яғни тармақтар аралығында индуктивті байланыс жоқ болғанда, (2.125) формуланы белгілі түрде жазамыз.

$$\underline{Z} = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}.$$

2.42 суретте тізбектің векторлы диаграммалар көрсетілген (2.41-суретте) катушкалар (2.122) мен (2.123) теңдеулеріне сәйкес келісті және қарсы қосылған. Көрек көзінің кернеуі  $\underline{U}$  векторының бастапқы фазасы нөлге тең.

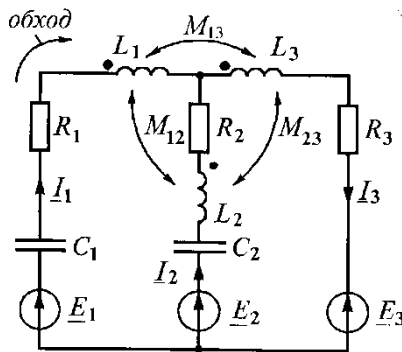
Кирхгофтың бірінші заңы бойынша тоқтың көпбұрышын салып (2.124) жазықтықта кернеудің барлық векторларын салуға болады. (2.122) бірінші теңдеу жүйесімен  $\underline{U}$  векторлар құрамаларын салуды қарастырайық, катушкаларды келісті қосқандағы (2.42 а-сурет)  $\underline{I}_1 R_1$  векторларды  $\underline{I}_1$  ток векторларына, жапсарлас жүргіземіз. Вектор  $\underline{I}_1 R_1$  аяғынан, индуктивтілікте  $j\omega L_1 \underline{I}_1$  кернеу векторын жүргіземіз, ток,  $90^\circ$ -қа озады. Үшінші векторды  $j\omega M \underline{I}_2$  екіншісінің аяғынан саламыз. Ол ток  $\underline{I}_2$   $90^\circ$  бұрышына озады,  $\underline{I}_2$  көбейтумен  $j$  табамыз, оның  $90^\circ$  оң бағытқа бұрылатынын көрсетеді. Екінші теңдеу жүйесі (2.122) мен вектор  $\underline{U}$  құрамасын қарсы қосылған катушкаға саламыз.



2.42-сурет

## 2.6.6 Күрделі индуктивті байланысқан тізбегін есептеу

Тармақталған тізбек есебін Кирхгоф теңдеуі мен контурлы тоқ әдісімен жүргізуге болады. Кирхгофтың екінші заңымен теңдеу құрағанда, өзара индуктивтілік кернеу белгісін табу үшін келесі ережелерді ескеру керек: егер де бір контурда айналым бағыты мен тоқтың оң бағыты басқа контурда аттас қысымдыққа қатысты, тең келсе, өзара индуктивтілік кернеуі «плюс» белгімен алынады. Егер де, осы бағыттар аттас тұжырыммен сәйкес келмесе, «минус» белгісімен жазылады. Кирхгоф заңымен сұлбаға теңдеу жазамыз.



2.43-сурет.

Тармақтағы тоқ бағытын және контурдың айналу бағытын оң деп аламыз:

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0;$$

$$-jI_1 \frac{1}{\omega C_1} + I_1 R_1 + j\omega L_1 I_1 - j\omega M_{12} I_2 + j\omega M_{13} I_3 - I_2 R_2 -$$

$$-j\omega L_2 I_2 + j \frac{1}{\omega C_2} I_2 + j\omega M_{12} I_1 + j\omega M_{23} I_3 = \underline{E}_1 - \underline{E}_2;$$

$$-jI_2 \frac{1}{\omega C_2} + j\omega L_2 I_2 + I_2 R_2 - j\omega M_{12} I_1 - j\omega M_{23} I_3 +$$

$$+ j\omega L_3 I_3 + I_3 R_3 + j\omega M_{13} I_1 - j\omega M_{23} I_2 = \underline{E}_2 - \underline{E}_3.$$

Белгілі тоқ параметр теңдеу жүйесін шығарып, тармақтағы тоқты табамыз. Бұндай теңдеуді табу үшін, эквивалентті



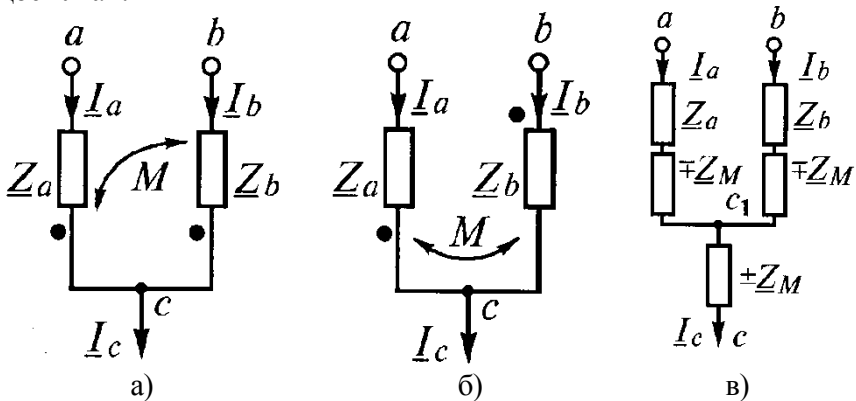
генератор әдісі қолданылады, егер де қаралатын тармақтың сол тізбек бөлігінде индуктивті байланысы болмаса, активті екішты құрамына кіреді. Кедергі үшбұрышын эквивалентті жұлдызға немесе керісінше өзгертуді пайдалануға болмайды. Түйіннің әлеует әдісін бұл жағдайда пайдалануға болмайды, себебі тармақтағы тоқтар түйіншек арасындағы кернеуге бағышты, бұнда осы тармақтар қосылған, басқа тармақтар да тоқпен қосылған.

Олармен өзара индуктивтілік арқылы қосылған. Есептеу әдісін таңдауда, тізбектің есептелетін сұлбасында индуктивті байланысты алып тастау керек.

### 2.6.7. Индуктивті байланысты эквивалентті ауыстыру

Электр тізбегінің есебін электр байланысы бар сұлба бөлігін, индуктивті байланысы жоқ эквивалентті сұлбамен алмастырсақ жеңілдетуге болады. Бұл тәсілді эквивалентті алмастыру немесе индуктивті байланыс шешімі дейді.

Индуктивті байланысы жоқ сұлбаны қарастырайық,  $Z_a$  мен  $Z_b$  тізбектің екі индуктивті байланысты элементтеріне эквивалентті, ортақ түйіншікке  $c$  қосылған (2.44 а, б-сурет). Екі жағдайды қарастырайық, түйіншек  $C$  тізбек элементтері аттас (2.44 а-сурет) және түрлі атты қысқыштармен (2.44 б-сурет) қосылған.



2.44-сурет

Тізбектің индуктивті элементінің кернеуі:

$$\underline{U}_{ac} = \underline{I}_a \underline{Z}_a \pm \underline{I}_b \underline{Z}_M; \quad \underline{U}_{bc} = \underline{I}_b \underline{Z}_b \pm \underline{I}_a \underline{Z}_M.$$

Кирхгоф теңдеуін  $\underline{I}_a + \underline{I}_b - \underline{I}_c = 0$  пайдалана отырып, бірінші теңдеуден  $\underline{I}_b$  тоғын, ал екінші теңдеуден  $\underline{I}_a$  тоғын алып тастаймыз:

$$\underline{U}_{ac} = (\underline{Z}_a \mp \underline{Z}_M) \underline{I}_a \pm \underline{Z}_M \underline{I}_c; \quad \underline{U}_{bc} = (\underline{Z}_b \mp \underline{Z}_M) \underline{I}_b \pm \underline{I}_c \underline{Z}_M.$$

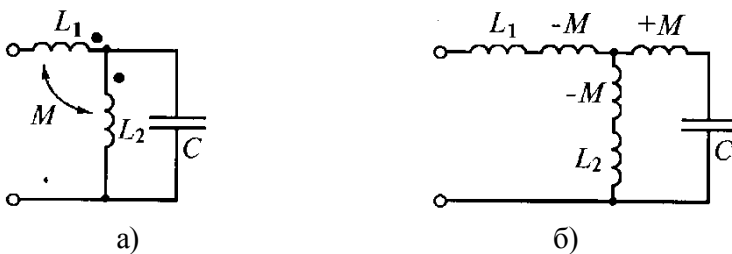
Бұл теңдеу, эквивалентті сұлбаның индуктивті байланысы жоғын ауыстыруын қанағаттандырады (2.44 в-сурет).

«Минус» белгісі  $\underline{Z}_M$  кедергінің біратты қысқышы бар тармақтармен қосылғанына сәйкес (2.44 в-сурет)  $c$  түйіншек нүктесі  $c_1$  нүктеге ауысты дейік. Екі нүкте арасында қосымша кедергі  $\pm \underline{Z}_M$  бар.

Мысал: (2.45 а-суретте) тізбектің кірме кедергісін табу керек,  $X_{L1} = 10 \text{ Ом}$ ,  $X_{L2} = 5 \text{ Ом}$ ,  $X_M = 5 \text{ Ом}$ ,  $X_C = 10 \text{ Ом}$ .

Есептелуі: (2.45 б-сурет) Атлас қысқыштардың бір түйіншеке қосылғанын ескере отыра индуктивті байланыстан босаймыз. Тізбектің кірме кедергісі кешенін анықтаймыз (2.45 б-сурет):

$$\underline{Z}_{ex} = jX_{L1} - jX_M + \frac{(jX_M - jX_C)(jX_{L2} - jX_M)}{jX_M - jX_C - jX_{L2} - jX_M} = j5 = 5e^{j90^\circ}$$



2.45-сурет

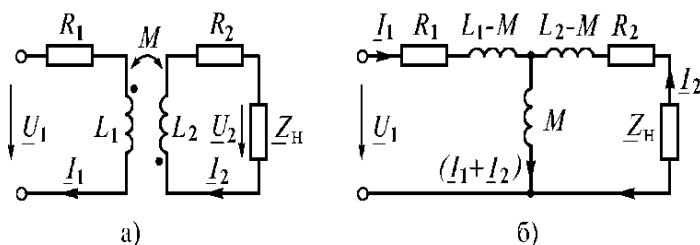
### 2.6.8. Ауа трансформаторы.

Трансформатор дегеніміз – электромагнитті статистикалық құрылғы, екі немесе одан да көп индуктивті байланысты

орамалары бар, электромагнит индукциясы арқылы бір немесе бірнеше басқа айнымалы ток тізбегінде түрлендіріледі. Екі орамды ферромагнитті өзекшесі жоқ трансформаторды қарастырайық. Мұндай трансформаторды ауалы немесе сызықты деп атайды. Олар жоғарғы сапалы қондырғыларда, төменгі жиілікпен жұмыс жасайтын және өлшейтін құрылғыларда қолданылады.

Токтың көрек көзіне қосылған трансформатор орамасын, бірінші реттік аталады немесе жоғарғы кернеу орамы, ал жүктемеге қосылған орамасы екінші реттік немесе төменгі кернеу орамасы немесе жоғарғы кернеу орамы деп аталады, ол жүктемеге қосылған.

Немесе төменгі кернеу орамасы, деп аталады (2.46 а-сурет). Кернеу мен ток осы орама қысқышындағы бірінші реттік немесе екінші реттік деп аталады.



2.46-сурет

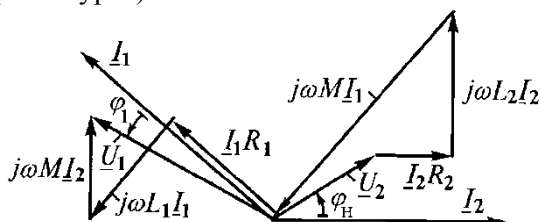
Трансформатордың жұмыс жасау қағидаты өзара индукция құбылысына негізделген. Егер де бірінші орамаға  $R_1, L_1$  параметрлері бар, синусоидалды кернеу  $u_1$  салынса, орамадан өтетін  $i_1$  тоғы айнымалы магнитті ағым пайда болуына әсер етті, екінші орамға  $R_2, L_2$  параметрлері өзара индукция ЭҚК (келтіреді) бағытталады. Осы ЭҚК әсерімен жүктемеден  $i_2$  қарсы тоғы өтеді. Осылайша, энергия бірінші контурдан екіншісіне контурлар арасындағы электрлік байланыссыз беріледі.

II Кирхгоф заңы бойынша трансформатордың бірінші және екінші тізбектеріне теңдеулер құрамыз

$$R_1 \underline{I}_1 + j\omega L_1 \underline{I}_1 + j\omega M \underline{I}_2 = \underline{U}_1; \quad (2.126)$$

$$\underline{U}_2 + R_2 \underline{I}_2 + j\omega L_2 \underline{I}_2 + j\omega M \underline{I}_1 = 0. \quad (2.127)$$

Осы теңдеулерді және  $\underline{U}_2 = \underline{I}_2 Z_H$  теңдеуін  $\underline{U}_1$ ,  $\underline{I}_1$  және  $\underline{I}_2$  токтарын есептеуге болады. Жүктеме  $Z_i = R_i + jX_i = Z_i e^{j\varphi_i}$ ;  $\varphi_i > 0$  индуктивті мінездемеден вектор динамикасы тұрғызылған.  $\underline{I}_2$ -трансформатордың екінші орамының тоғын,  $\underline{I}_2$  бастапқы деп алып оны оның осімен бағыттаймыз (2.47-сурет)



2.47-сурет

Жүктеме кернеуі  $\underline{U}_2$  векторы  $\underline{I}_2$  ток күші векторын  $\varphi_H$  бұрышына озады. Векторлы диаграмманы әрі қарай салу үшін (2.127) теңдеуге сәйкестендіреді.  $\underline{U}_2$  вектор аяғынан, вектор  $\underline{I}_2 R_2$  жүргіземіз  $\underline{I}_2$  ток векторына қатар. Кернеу векторы  $j\omega L_2 \underline{I}_2$  екінші реттік орамадағы,  $\underline{I}_2$  ток векторы  $90^\circ$  озады. (2.127) теңдеумен вектор  $j\omega M \underline{I}_1$  солай жүргізу керек, екінші тізбектің кернеуінің геометриялық сомасының құлауы нөлге тең болуы тиіс. Ток векторы  $\underline{I}_1$  вектор  $j\omega M \underline{I}_1$   $90^\circ$  озады.  $j\omega M \underline{I}_2$  кернеуі,  $\underline{I}_2$  тоғынан  $90^\circ$  озады, (2.126) теңдеудің сол жағының қосындысы кірме кернеу векторын көрсетеді.

Трансформатор жұмысының талдауын эквивалентті сұлбада жүргізеді, онда индуктивті байланыс жоқ болу керек.

(2.126, 2.127) теңдеулерді өзгертеміз. (2.126) теңдеу сол жағына қосамыз және аламыз  $j\omega M \underline{I}_1$  комплексін, ал (2.127)

теңдеу сол жағына қосамыз және аламыз  $j\omega M I_2$  кешенін қосындыларынан табамыз

$$R_1 I_1 + j\omega (L_1 - M) I_1 + j\omega M (I_1 + I_2) = \underline{U}_1;$$

$$\underline{U}_2 + R_2 I_2 + j\omega (L_2 - M) I_2 + j\omega M (I_1 + I_2) = 0.$$

Бұл теңдеулерге 2.46 б-суреттегі сұлба тең. 2.46 а-суреттегі сұлбадан айырмашылығы, бірінші мен екінші реттік тізбек токпен байланысты. Трансформаторды орнату сұлбасы (2.46 б-сурет) тәжірибелік есепте қолданылады, бұған бұрынғы тізбекті талдау әдістері мен есептеуін қолдануға болады. (2.127) теңдеуге  $\underline{U}_2 = I_2 \underline{Z}_H = I_2 (R_H + jX_H)$  қоямыз,  $I_1$  бағытты (2.126, 2.127) теңдеулерді шығарамыз.

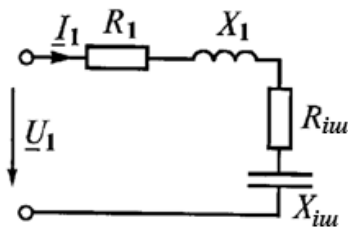
$$I_{-1} = \frac{\underline{U}_1}{(R_1 + R_{iu}) + j(X_1 - X_{iu})}, \quad (2.128)$$

Бұнда

$$R_{iu} = \frac{\omega^2 M^2 (R_2 + R_H)}{(R_2 + R_H)^2 + (\omega L_2 + X_H)^2};$$

$$X_{iu} = \frac{\omega^2 M^2 (\omega L_2 + X_H)}{(R_2 + R_H)^2 + (\omega L_2 + X_H)^2}.$$

Кедергі  $R_{iu}$  мен  $X_{iu}$  кіргізілген деп аталады (екінші контурдан біріншіге) активті және реактивті кедергі болады. (2.128) теңдеуден бірінші реттік орама жағынан сұлбаны екіұштық  $R_1 + R_{iu}$  мен  $X_1 + X_{iu}$  кедергісі бар түрінде қаралады (2.48 а-сурет).



2.48-сурет

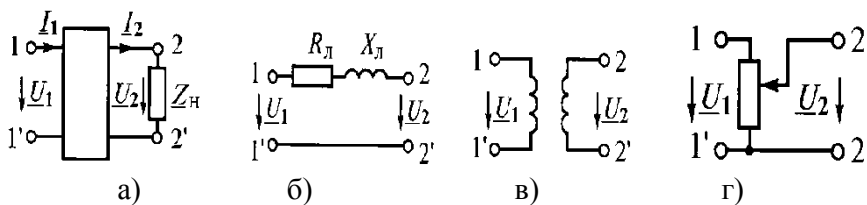
Кіргізілген активті кедергі әр уақытта нөлден көп. Бұндағы энергия бірінші тізбектен екінші тізбекке беріледі. Кіргізілген реактивті кедергі  $X_1$  белгісіне қарсы болады. Сондықтан, екінші тізбектің индуктивті кедергісі бірінші тізбекке сыйымдылық түрінде беріледі (2.48-сурет). Сондықтан, кіргізілген кедергі, бірінші реттік орамаға тізбекті қосылған  $R_1 X_1$  көрсетеді, жүктеменің трансформатордың екінші тізбегіне әсерін көрсетеді.

## 2.7 Төртұшты

### 2.7.1. Төртұшты түсінігі. Негізгі теңдеулер

Электр энергия генераторы мен қабылдағышы аралық тізбегімен қосылады, ол күрделі болуы мүмкін. Тұрақты және бір фазалы тоқтың аралық тізбегінде екі кірмелік және екі шықпа қысқыштары болады. Екі кірме және екі шықпа қысқышы бар, электр тізбегін төртұшты деп атайды. Электр энергиясының қорек көзі қосылған төртұшты қысқышты кірме деп атайды. Жүктеме қосылған қысқышты шықпа деп атайды.

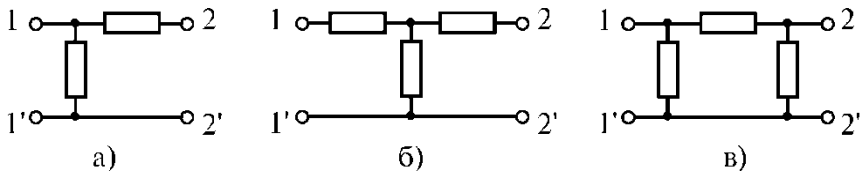
Графикалық түрде төртұшты, тік бұрыш ретінде көрсетіледі (2.49 а-сурет), екі кірме 1-1' және екі шықпа 2-2' қысқыштары бар. Төртұшты мен берілген энергия бағыты көрсетіледі. (2.49 б-сурет) трансформатор, (2.49 в-сурет) реттеуші резистор (2.49 г-сурет) түзеткіш құрылғы, электр сүзгі, күшейту және де басқа құрылғылар екі жұп қысқышы бар.



2.49-сурет

Төртұшты активті және пассивті болады. Егер де ішінде электр энергия қорек көзі болса төртұшты активті болады, егер де жоқ болса пассивті болады. Егер де төртұшты да сызықты элементтері болса, сызықты деп аталады, сызықты емес элементтері болса, сызықты емес төртұшты дейді.

Сызықты пассивті төртұштыны қарастырайық. Төртұштының ішкі элементтерінің қосылуына қарай Г-тәрізді (2.50 а-сурет) және Т-тәрізді (2.50 б-сурет), П-тәрізді (2.50 в-сурет) болады.



2.50-сурет

Төртұштыны, егер де энергия қорек көзін және қабылдағыштың орындарын ауыстырғанда симметриялы деп атайды, қорек көзі мен қабылдағыш тоқтары өзгермейді. Ал басқа жағдайда төртұшты симметриялы емес. Төртұшты теориясының мағынасы мынада: жинақты параметрларды қолдана отырып кірме және шықпадағы тоқ пен кернеуді табуға болады. Пассивті төртұшты кернеуі  $\underline{U}_1$  мен тоғы  $\underline{I}_1$  кірмеде кернеу  $\underline{U}_2$  мен  $\underline{I}_2$  тоғымен байланысты, ал шығысында (2.49 а-сурет) екі теңдеумен байланысты, төртұштының негізгі теңдеулері болады:

$$\underline{U}_1 = \underline{A}\underline{U}_2 + \underline{B}\underline{I}_2; \quad (2.129)$$

$$\underline{I}_1 = \underline{C}\underline{U}_2 + \underline{D}\underline{I}_2, \quad (2.130)$$

$\underline{A}$ ,  $\underline{B}$ ,  $\underline{C}$ ,  $\underline{D}$  - төртұштының кешенді коэффициенттері. Олар сұлбаның ішкі байланысы мен төртұшты элементтерінің мінездемесіне бағынышты. Тұрақты төртұшты келесі байланысты көрсетеді:

$$\underline{AD} - \underline{BC} = 1. \quad (2.131)$$

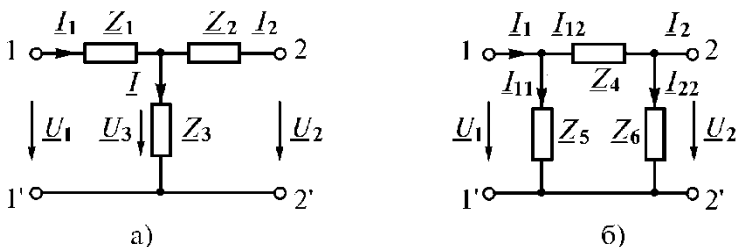
Төртұшты теңдеуі арқылы, оның жалпы қасиеттерін зерттеу жолын оңайлататын, әр түрлі алмастыру сұлбаларын салуға болады. Тәжірибеде Т және П тәрізді сұлбалар қолданылады.

### 2.7.2 Төртұштының Т-тәрізді алмастыру схемасы

Т-тәрізді алмастыру сұлбасында төртұшты тұрақтылығын анықтаймыз. (2.51 а-сурет) Кирхгофтың бірінші және екінші заңы бойынша:

$$\underline{U}_1 = \underline{I}_1 \underline{Z}_1 + \underline{U}_3 = \underline{I}_1 \underline{Z}_1 + \underline{I}_2 \underline{Z}_2 + \underline{U}_2; \quad (2.132)$$

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = \underline{I}_2 + \frac{\underline{U}_3}{\underline{Z}_3} = \underline{I}_2 + \frac{\underline{I}_2 \underline{Z}_2 + \underline{U}_2}{\underline{Z}_3}. \quad (2.133)$$



2.51-сурет

(2.133), (2.132) ге салып, келесі теңдеуді табамыз:

$$\underline{U}_1 = \left(1 + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_3}\right) \underline{U}_2 + \underline{I}_2 \left(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_3}\right) = \underline{A} \underline{U}_2 + \underline{B} \underline{I}_2,$$

Мұнда

$$\underline{A} = 1 + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_3}; \quad \underline{B} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_3}.$$

Қосындыларды 2.133 теңдеуге саламыз:

$$\underline{I}_1 = \frac{1}{\underline{Z}_3} \underline{U}_2 + \underline{I}_2 \left(1 + \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_3}\right) = \underline{C} \underline{U}_2 + \underline{D} \underline{I}_2,$$

Мұнда  $\underline{C} = \frac{1}{\underline{Z}_3}$ ;  $\underline{D} = 1 + \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_3}$ .

Сондықтан  $\underline{A}$ ,  $\underline{B}$ ,  $\underline{C}$ ,  $\underline{D}$  коэффициенттер – төртұшты кешенді параметрлері. Коэффициент В-кедергі шамасы, С-өткізгіштілік шамасы, А мен Д мөлшерсіз. Егер де  $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2$  болса,  $\underline{A} = \underline{D}$  бұл жағдайда, төртұшты симметриялы. Төртұшты белгілі коэффициентер арқылы, Т-тәрізді сұлба параметрлерін табуға болады:

$$\underline{Z}_1 = \frac{\underline{A}-1}{\underline{C}}; \quad \underline{Z}_2 = \frac{\underline{D}-1}{\underline{C}}; \quad \underline{Z}_3 = \frac{1}{\underline{C}}$$



Осы теңдеулерден қорытынды шығаруға болады, егер де қоректендіруді кірме қысқыштан, шықпа қысқышқа ауыстырсақ,  $\underline{B}$  мен  $\underline{C}$  тұрақтылығы өзгермейді.

Ал  $\underline{A}$  мен  $\underline{D}$  тұрақтылығы теңдеуде орындарымен ауысады:

$$\underline{U}_2 = \underline{D}\underline{U}_1 + \underline{B}\underline{I}_1; \quad \underline{I}_2 = \underline{C}\underline{U}_1 + \underline{A}\underline{I}_1. \quad (2.134)$$

### 2.7.3. Төртұштының II-тәрізді алмастыру схемасы

II-тәрізді алмастыру сұлбасында төртұшты тұрақтылығын анықтаймыз. (2.51 б-сурет) сұлба параметрлері  $\underline{Z}_4, \underline{Z}_5, \underline{Z}_6$ - белгілі дейміз. Кирхгофтың бірінші заңы бойынша

$$\underline{I}_{12} = \underline{I}_{22} + \underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_6} + \underline{I}_2. \quad (2.135)$$

Кирхгофтың екінші заңы бойынша (2.135) ті есепке ала отырып, табамыз:

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 = \underline{I}_{12}\underline{Z}_4 + \underline{U}_2 &= \left( \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_6} + \underline{I}_2 \right) \underline{Z}_4 + \underline{U}_2 = \\ \underline{U}_2 \left( 1 + \frac{\underline{Z}_4}{\underline{Z}_6} \right) + \underline{I}_2 \underline{Z}_4 &= \underline{A}\underline{U}_2 + \underline{B}\underline{I}_2. \end{aligned} \quad (2.136)$$

$$\underline{A} = 1 + \frac{\underline{Z}_4}{\underline{Z}_6}; \quad \underline{B} = \underline{Z}_4$$

Төртұшты кірмесіндегі ток, Кирхгофтың бірінші заңы бойынша (2.136) теңдеуге қойғанда, мынадай:

$$\begin{aligned} \underline{I}_1 = \underline{I}_{11} + \underline{I}_{12} &= \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_5} + \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_6} + \underline{I}_2 = \\ \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_5} \left( 1 + \frac{\underline{Z}_4}{\underline{Z}_6} \right) + \underline{I}_2 \frac{\underline{Z}_4}{\underline{Z}_5} + \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_6} + \underline{I}_2 &= \end{aligned}$$

$$= \underline{U} \left( \underline{Z}_4 + \underline{Z}_5 + \frac{\underline{Z}_6}{\underline{Z}_5 \underline{Z}_6} \right) + \underline{I}_2 \left( 1 + \frac{\underline{Z}_4}{\underline{Z}_5} \right) = \underline{C} \underline{U}_2 + \underline{D} \underline{I}_2.$$

$$\text{бұдан } \underline{C} = \frac{\underline{Z}_4 + \underline{Z}_5 + \underline{Z}_6}{\underline{Z}_5 \underline{Z}_6}; \quad \underline{D} = 1 + \frac{\underline{Z}_4}{\underline{Z}_5}.$$

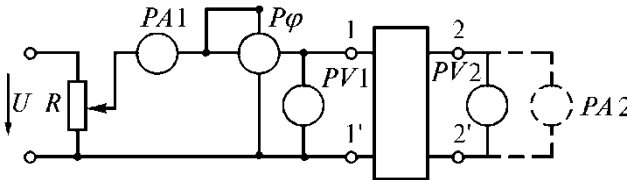
Егер де  $\underline{A}$ ,  $\underline{B}$ ,  $\underline{C}$ ,  $\underline{D}$  – белгілі болса, П-тәрізді алмастыру сұлбасының параметрлерін табуға болады:

$$\underline{Z}_4 = \underline{B}; \quad \underline{Z}_5 = \frac{\underline{B}}{\underline{D} - 1}; \quad \underline{Z}_6 = \frac{\underline{B}}{\underline{A} - 1}. \quad \text{Егер де } \underline{Z}_5 = \underline{Z}_6$$

болса, төртұшты симметриялы  $\underline{A} = \underline{D}$ .

#### 2.7.4. Төртұшты коэффициенттерін тәжірибелі түрде анықтау

Пассивті төртұшты кешенді коэффициенттерін тәжірибелі түрде анықтауға болады. Ол үшін төртұшты параметрлерін және элементтерінің қосылу сұлбасын білу керек емес.  $\underline{A}$ ,  $\underline{B}$ ,  $\underline{C}$ ,  $\underline{D}$  коэффициенттерінің ең оңай формуласын, бос жүріс пен қысқа тұйықтану тәжірибесі арқылы табылады. Ол үшін (2.52-суреттегі) сұлбаны жасаймыз, әр тәжірибеде ток, кернеу және фаза бұрышының соғысуын анықтаймыз.



2.52-сурет

##### 2.7.4.1 Бос жүріс тәжірибесі. Алдыңғы қысқыш жағынан коректенгенде

Төртұшты кірмесіндегі кернеуді, айнымалы резистор  $R$  арқылы реттеп, оның шықпасыдағы номиналды кернеуін  $U_{2\text{ном}}$

аламыз. Құралдар көрсеткіші  $U_{10}, I_{10}, \Phi_{10}$ .. Бос жүріс режимінде қайталанған ток  $I_{20} = 0$ , (2.129, 2.130) теңдеулері мынадай болады:

$$\underline{U}_{10} = \underline{AU}_{2'}; \quad \underline{I}_{10} = \underline{CU}_{2'},$$

бұдан кірме кедергісі:

$$\underline{Z}_{10} = \frac{\underline{U}_{10}}{\underline{I}_{10}} = \frac{U_{10}}{I_{10}} e^{j\varphi_{10}} = \frac{\underline{AU}_{2'}}{\underline{CU}_{2'}} = \frac{A}{C}. \quad (2.137)$$

#### 2.7.4.2 Алдыңғы қысқыш жағынан қоректенгендегі қысқа тұйықталу тәжірибесі

Тәжірибені өткізу үшін екінші қысқышқа амперметр қосамыз, кірмеге шықпада номиналды  $I_{1н}$  ток болатындай кернеу береміз. Құралдар көрсеткіші  $U_{1k}, I_{1k}, \Phi_{1k}$ . Қысқа тұйықталу режимінде  $\underline{U}_{2k} = 0$ , (2.129, 2.130) теңдеулер мынадай болады:

$$\underline{U}_{1k} = \underline{BI}_{1'}; \quad \underline{I}_{1k} = \underline{DI}_{2'},$$

Бұдан кірмедегі кедергі кешенді:

$$\underline{Z}_{1k} = \frac{\underline{U}_{1k}}{\underline{I}_{1k}} = \frac{U_{1k}}{I_{1k}} e^{j\varphi_{1k}} = \frac{\underline{BI}_{2н}}{\underline{DI}_{2н}} = \frac{B}{D}. \quad (2.138)$$

#### 2.7.4.3 Екінші қысқыштан қоректенгендегі бос жүріс тәжірибесі

2-2' қысқышты қорек көзіне қосамыз және кернеуін  $U_{20}$  жасаймыз, бірінші қысқыш кернеуі номиналды  $U_{1н}$  болуы керек. Бұл кезде құрал көрсеткіші  $U_{20}, I_{20}, \Phi_{20}$  болады. Бос жүріс режимінде  $\underline{I}_{10} = 0$  негізгі теңдеу (2.134) екінші қосқыштан қоректенгенде мынадай болады:

$$\underline{U}_{20} = \underline{DU}_{1н}; \quad \underline{I}_{20} = \underline{CU}_{1н}.$$

Кіріс кедергі кешенді:

$$\underline{Z}_{20} = \frac{U_{20}}{I_{20}} = \frac{U_{20}}{I_{20}} e^{j\varphi_{20}} = \frac{DU_{1H}}{CU_{1H}} = \frac{D}{C}. \quad (2.139)$$

#### 2.7.4.4 Екінші қысқыштан қоректенгендегі қысқа тұйықталу тәжірибесі

Теңдеу (2.134) егер де  $\underline{U}_{1k} = 0$

$$\underline{U}_{2k} = \underline{B}I_{1k}; \quad \underline{I}_{2k} = \underline{A}I_{1k} \text{ -болса}$$

Кіріс кедергі:

$$\underline{Z}_{2k} = \frac{U_{2k}}{I_{2k}} = \frac{U_{2k}}{I_{2k}} e^{j\varphi_{2k}} = \frac{BI_{1H}}{AI_{1H}} = \frac{B}{A}. \quad (2.140)$$

(2.137.,2.140) теңдеулер бір-бірімен қатынасты байланысы бар

$$\frac{\underline{Z}_{1k}}{\underline{Z}_{10}} = \frac{\underline{Z}_{2k}}{\underline{Z}_{20}},$$

бұдан коэффициенттер  $\underline{A}$ ,  $\underline{B}$ ,  $\underline{C}$ ,  $\underline{D}$  табылады. Сондықтан коэффициент арасындағы байланысы бар теңдеуді пайдаланамыз (2.131.). (2.131., 2.137...,1.140) теңдеулерді есептеп табамыз:

$$\underline{A} = \sqrt{\frac{\underline{Z}_{10}}{\underline{Z}_{20} - \underline{Z}_{2k}}}; \quad \underline{B} = \underline{A}\underline{Z}_{2k}; \quad \underline{C} = \frac{\underline{A}}{\underline{Z}_{10}}; \quad \underline{D} = \underline{C}\underline{Z}_{20}. \quad (2.141)$$

$\underline{A}$ ,  $\underline{B}$ ,  $\underline{C}$ ,  $\underline{D}$  коэффициенттерін табу үшін үш тәжірибе өткізу керек, егер де төртұшты симметриялы болса ( $\underline{A} = \underline{D}$ ), екі тәжірибе өткізсе болады.

#### 2.7.5. Төртұшты бос жүрісі мен қысқа тұйықталуы

(2.129, 2.130) теңдеулер мыналарды көрсетеді:  $\underline{U}_1$  кернеуі мен  $\underline{I}_1$  тоғы төртұшты кірмесінде екі қосындыдан тұрады, біреуі  $\underline{U}_2$  кернеуге пропорционалды, екіншісі  $\underline{I}_2$  токқа пропорционалды.

Төртұштының екі шамадағы жұмыс режимін қарастырайық: бос жүріс режимі және қысқа тұйықталу режимі. Бұл режимді

былай аламыз, бос жүрісте екінші қысқыштағы кернеу  $\underline{U}_2$  жүктеме кернеуіне тең болу керек, ал қысқа тұйықталу кезінде қайталанған тоқ жүктеме  $\underline{I}_2$  тоғына тең болу керек. Бос жүрісте ( $\underline{I}_2=0$ ) және қысқа тұйықталуда ( $\underline{U}_2=0$ ) негізгі тендеулер (2.129, 2.130) түрлері:

$$\underline{U}_{10} = \underline{A}\underline{U}_2; \quad \underline{U}_{1k} = \underline{B}\underline{I}_2; \quad \underline{I}_{10} = \underline{C}\underline{U}_2; \quad \underline{I}_{1k} = \underline{D}\underline{I}_2. \quad (2.142)$$

(2.142) және (2.129, 2.130) тендеулерді салыстырып қорытынды шығарамыз, Кернеу  $\underline{U}_1$  мен тоқ  $\underline{I}_1$  жүктеме кезінде, төртұштының бос жүріс пен қысқа тұйықталу режимінде, кернеу мен тоқ жиынына сәйкес тең болады:

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= \underline{A}\underline{U}_2 + \underline{B}\underline{I}_2 = \underline{U}_{10} + \underline{U}_{1k}; \\ \underline{I}_1 &= \underline{C}\underline{U}_2 + \underline{D}\underline{I}_2 = \underline{I}_{10} + \underline{I}_{1k}. \end{aligned} \quad (2.143)$$

Осылайша, төртұшты кірмесіндегі кернеу мен тоқ бос жүріс және қысқа тұйықталу қорытындысы қосынды ретінде табуға болады.

Салу қағидатын пайдаланудың ерекше мәні бар, қуатты электротехникалық құрылғыларды сынауда, реттеуіші жүктеме тәжірибесін көп қуатты қорек көзін қажет ететін, бос жүріс және қысқа тұйықталу тәжірибесімен (аз қуатты) алмастыруға болады. Бұл тәсіл сынауда электр энергиясын үнемдеуге байланысты болатынын көрсетеді.

### **2.7.6. Кез келген жүктемедегі төртұшты кірме кедергісі**

Төртұшты жұмыс режимін сипаттау үшін кірме кедергісі түсінігі қолданылады. Кірме кедергісі дегеніміз – кернеу  $\underline{U}_1$  тоқ  $\underline{I}_1$  қатынасы, шығар бетінде қорек көзінің қосылатын жері. Бірінші қысқыштан қоректенгендегі кірме кедергі:

$$\underline{Z}_{kip1} \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1} = \frac{\underline{AU}_2 + \underline{BI}_2}{\underline{CU}_2 + \underline{DI}_2} = \frac{\underline{AZ}_H + \underline{B}}{\underline{CZ}_H + \underline{D}}, \quad (2.144)$$

$\underline{U}_2 = \underline{I}_2 \underline{Z}_H$  деп алынады.

Екінші қысқыштан қоректенгенде :

$$\underline{Z}_{kip2} \frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_2} = \frac{\underline{DU}_1 + \underline{BI}_1}{\underline{CU}_1 + \underline{AI}_1} = \frac{\underline{DZ}_H + \underline{B}}{\underline{CZ}_H + \underline{A}}, \quad (2.145)$$

Төртұшты коэффициентін (2.144, 2.145) формулаға саламыз, бос жүріс кедергісі және қысқа тұйықталу (2.137...2.140) теңдеулер арқылы тәжірибеде жиі қолданатын формуланы табамыз:

$$\underline{Z}_{kip1} \frac{\underline{AZ}_H + \underline{B}}{\underline{CZ}_H + \underline{D}} = \frac{\underline{A} \left( \underline{Z}_H + \frac{\underline{B}}{\underline{A}} \right)}{\underline{C} \left( \underline{Z}_H + \frac{\underline{D}}{\underline{C}} \right)} = \underline{Z}_{10} \frac{\underline{Z}_H + \underline{Z}_{2k}}{\underline{Z}_H + \underline{Z}_{20}},$$

$$\underline{Z}_{kip2} \frac{\underline{DZ}_H + \underline{B}}{\underline{CZ}_H + \underline{A}} = \frac{\underline{D} \left( \underline{Z}_H + \frac{\underline{B}}{\underline{D}} \right)}{\underline{C} \left( \underline{Z}_H + \frac{\underline{A}}{\underline{C}} \right)} = \underline{Z}_{20} \frac{\underline{Z}_H + \underline{Z}_{1k}}{\underline{Z}_H + \underline{Z}_{10}},$$

Осылайша, теңдеулер төртұшты арқылы кедергіні өзгертуге болатынын көрсетеді. Төртұшты теориясы электроэнергетиканың негізгі проблемасын, төртұшты арқылы қорек көзінен қабылдағышқа энергияның берілуін қарастырады.

### Бақылау сұрақтары

1. Қандай айнымалы токтарды және кернеулерді синусоидалық емес деп атайды?
2. Электр тізбектерінде синусоидалық токтар мен кернеулердің пайда болу себебі неден?

3. Синусоидалық емес тоқтар мен кернеулер электр тізбектерінің әртүрлі режимдерде пайда болуына тоқталыңыз?
4. Фурье қатарын жазыңыз, оған түсініктеме беріңіз.
5. Синусоидалық емес ток пен кернеудің тұрақты құраушысы деген не?
6. Бірінші және т.с.с. жоғары гармоника дегеніміз не?
7.  $A_0, B_{km}$  және  $C_{km}$  коэффициенттерін қалай есептейді?
8. Симметриялылығы бар периодтық қисықтардың қасиеттеріне тоқтаңыз.
9. Абсцисса өсінен салыстырғанда симметриялы болатын функцияға талдау жасап, соның негізінде, бұл функцияның тұрақты құраушысы және жұп гармоникасы болмайтынын дәлелденіз.
10. Координаттың өсуімен және координат бас нүктесімен салыстырғанда симметриялы болатын синусоидалық емес функцияларды қатарлардың өрнегі түрінде жазыңыз.
11. Тригонометриялық қатарлардың коэффициенттерін графоаналитикалық әдіспен анықтауға тоқталыңыз.
12. Синусоидалық емес керектендіру көздерінің тоқтары мен кернеулерін қалай есептеуге болады?
13. Синусоидалық емес э.к.к.-дегі және тоқтардағы резонанстық құбылыс қалай байқалады?
14. Айнымалы синусоидалық токтың әсерлік мәні деп нені айтады?
15. Синусоидалық токтың әсерлік мәнінің анықтамасына сүйеніп синусоидалық емес токтың әсерлік мәнінің анықтамасын тұжырымдаңыз.
16. Синусоидалық емес токтың және кернеудің әсерлік мәндерінің өрнегін жазып, оларға түсініктеме беріңіз.
17. Синусоидалық емес функцияның модулінің орташа мәні деген не?
18. Синусоидалық емес токтың орташа қуаты дегеніміз не?
19. Активтік қуат ұғымын қалай түсінесіз?
20. Қандай жүйенің құралдарының көмегімен синусоидалық емес токтың:
  - а) әсерлік мәнін; ә) модулі бойынша орташа мәнін; б) амплитудалық мәнін өлшеуге болады?

21. Неліктен кернеулернің реті үшеселі болатын гармоникалар фазалары бойынша үш фазалық көздің орамдарының барлық фазаларына сәйкес келеді?

22. Қандай гармоникалар нөлдік, тікелей және кері бірізділіктерді түзеді?

23.  $U_{жс}/U_{ф} < 3$  қатыстың орындалу себебін түсіндіріңіз.

24. Неліктен синусоидалық емес кернеулері бар үш фазалық тізбектің фазаларындағы жүктеме симметриялық болған күннің өзінде бейтарап сымдағы тоқ неліктен нөлге тең болмайды?

25. Бейтарап сымсыз және симметриялық жүктемесі бар үш фазалық синусоидалық емес кернеулердің тізбегінің қабылдағышының бейтарап (нөлдік) нүктесінің көздің нөлдік нүктесімен салыстырғанда ығысуын түсіндіріңіз.