

Вопрос 1

Используя критерий Гурвица, исследуйте на устойчивость точку покоя

$$\text{системы } \begin{cases} \dot{x} = y + z \\ \dot{y} = -x - 2y + z \\ \dot{z} = 2x + y - z \end{cases}$$

#

Используя критерий Гурвица, исследуйте на устойчивость точку покоя

$$\text{системы } \begin{cases} \dot{x} = -x - y \\ \dot{y} = -2x - y - z \\ \dot{z} = -2y - z \end{cases}$$

#

Исследуйте систему на устойчивость по первому приближению Ляпунова

$$\dot{x} = -x + 3 \sin y, \quad \dot{y} = x - 3y + 1 - \cos x$$

#

Исследуйте систему на устойчивость по первому приближению Ляпунова

$$\dot{x} = 2x + 8 \sin y, \quad \dot{y} = -3y + 1 - e^{-2x}$$

#

С помощью функции $V = x^4 + y^4$, исследовать систему на устойчивость

$$\dot{x} = -xy^4, \quad \dot{y} = yx^4$$

#

С помощью функции $V = x^4 - y^4$, исследовать систему на устойчивость

$$\dot{x} = y^3 + x^5, \quad \dot{y} = x^3 + y^5$$

Вопрос 2

Найти первые интегралы системы $\frac{dx}{x + y^2 + z^2} = \frac{dy}{y} = \frac{dz}{z}$

#

Найти первые интегралы системы $\frac{dx}{2y-z} = \frac{dy}{y} = \frac{dz}{z}$

#

Найти решение уравнения, удовлетворяющее указанным условиям

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + 2 \frac{\partial u}{\partial z} = 0, \quad u = yz \quad \text{при} \quad x = 1$$

#

Найти решение уравнения, удовлетворяющее указанным условиям

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} + xy \frac{\partial u}{\partial z} = 0, \quad u = x^2 + y^2 \quad \text{при} \quad z = 0$$

#

Найти решение уравнения, удовлетворяющее указанным условиям

$$xz \frac{\partial u}{\partial x} + (x + yz) \frac{\partial u}{\partial y} - z^2 \frac{\partial u}{\partial z} = 0, \quad u = xy - x^2 \quad \text{при} \quad z = 1$$

Вопрос 3

Проверить является ли функция $\varphi(x) = \cos x$ решением интегрального уравнения $\varphi(x) - \int_0^{\pi} (x^2 + t) \cos t \cdot \varphi(t) dt = \sin x$

#

Пользуясь определителями Фредгольма, найти резольвенту ядра $K(x, t) = x^2 t - xt^2$, $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq t \leq 1$, если известен определитель Фредгольма $D(\lambda) = 1 + \frac{\lambda^2}{240}$.

#

С помощью резольвенты решить интегральное уравнение

$$\varphi(x) - \lambda \int_0^1 (2x - t) \cdot \varphi(t) dt = \frac{x}{6}, \quad \text{если} \quad R(x, t; \lambda) = \frac{2x - t + \lambda \cdot \left(x - 2xt + t - \frac{2}{3} \right)}{1 - \frac{\lambda}{2} + \frac{1}{6} \lambda^2}.$$

#

Найти итерированные ядра K_1, K_2, K_3 ядра $K(x, t) = \sin(x - t)$ при $a = 0, b = \frac{\pi}{2}$

#

Найти итерированные ядра K_1, K_2 ядра $K(x, t) = (x - t)^2$ при $a = -1, b = 1$.

#

Построить резольвенту с помощью итерированных ядер для ядра $K(x, t) = \sin x \cdot \cos t$ при $a = 0, b = \frac{\pi}{2}$.

#

Решить интегральное уравнение с вырожденным ядром

$$\varphi(x) - 4 \int_0^{2\pi} \sin^2 x \cdot \varphi(t) dt = 2x - \pi$$

#

Методом дифференцирования решить интегральное уравнение

$$\int_0^x e^{(x+t)} \cdot \varphi(t) dt = x$$

#

Найти резольвенту для интегрального уравнения Вольтерра с ядром

$$K(x, t) = e^{x^2 - t^2}$$

#

Найти резольвенту для интегрального уравнения Вольтерра с ядром

$$K(x, t) = \frac{1 + x^2}{1 + t^2}$$

#

С помощью резольвенты решить интегральное уравнение

$$\varphi(x) = e^x \sin x + \int_0^x \frac{2 + \cos x}{2 + \cos t} \cdot \varphi(t) dt, \text{ если } R(x, t; \lambda) = \frac{2 + \cos x}{2 + \cos t} \cdot e^{x-t}$$

