

- г) аналитикалық тегістеу әдісі, жылжымалы орташа әдісі, интервалды үлкейту
- д) аналитикалық тегістеу әдісі, қатарларды біріктіру

8. Толық мезгілдік қатардың орташа деңгейі мына формуламен есептелінеді:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } \frac{\sum y_i}{n-1} & \text{б) } \frac{y_n - y_1}{n-1} & \text{в) } \frac{\sum y_i}{n} \\ \text{г) } \frac{\frac{1}{2}y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_{n-1} + \frac{1}{2}y_n}{n-1} & & \text{д) } \frac{\sum y_i \cdot t_i}{\sum t_i} \end{array}$$

9. Аналитикалық тегістеу әдісінде қатардың нақты деңгейлері мынадай шамамен алмастырылады:

- а) үздікті шамамен
- б) қатысты шамамен
- в) орташа шамамен
- г) қатардың теориялық мәндерімен
- д) орташа және үздікті шамамен

10. Толық мезгілдік қатардың орташа деңгейін анықтау үшін орташаның мына түрі пайдаланылады:

- а) хронологиялық орташа
- б) жай арифметикалық орташа
- в) салмақталған арифметикалық орташа
- г) жай гармониялық орташа
- д) салмақталған гармониялық орташа

11. Жылжымалы орташа әдісімен динамикалық қатарды тегістегенде қатардың нақты мәндері мына көрсеткішке алмастырылады:

- а) теориялық мәндерге
- б) медианаға
- в) орташа мәндерге
- г) модаға
- д) өзгертілмейді

12. Бір жылдың мәліметтері бойынша маусымдық индексті есептеу үшін:

- а) әр айдың деңгейін орташа деңгейге бөледі
- б) жылдық орташа деңгейді әр айдың деңгейіне бөледі
- в) барлық айдың деңгейлерін қосады
- г) қатардағы барлық деңгейлердің қосындысын деңгей санына бөледі
- д) жылдық орташа деңгейден әр айдың деңгейін шегереді

## 8-тарау. ИНДЕКСТЕР

### 8.1. Индекстер туралы түсінік

Индекс (index) – латын сөзі, қазақшаға аударғанда «көрсеткіш» деген мағынаны білдіреді. Статистикада **индекс** деп белгілі бір экономикалық құбылыс мәндерінің қатынасын білдіретін сандық көрсеткішті айтады.

Индекстер әдісін қолданып, мынадай міндеттерді іске асыруға болады:

- зерттелетін құбылысқа әсер ететін факторлардың ықпалын анықтау;
- біртекті жиынтықтағы орташа көрсеткіштердің динамикасын бағалау;
- құрылымдық өзгерістердің индексі есептелетін көрсеткішке тигізетін әсерін анықтау;
- күрделі құбылыстар мен олардың жеке бөліктерінің өзгерісін бағалау.

Индекстер теориясында мынадай шартты белгілеулер қолданылады:

$q$  – натуралды өлшем бірлігімен өрнектелген өнім көлемі;

$p$  – тауар бағасы;

$pq$  – тауар айналымы;

$z$  – өнімнің өзіндік құны;

$zq$  – барлық өнімге жұмсалған шығын;

$w$  – еңбек өнімділігі;

$t$  – бір өнімге жұмсалған уақыт;

$T$  – жалпы уақыт шығыны ( $T = tq$ )

$i$  – дербес (дара) индекс

$I$  – жалпы индекс

Индекстерді құрғанда базалық мерзімдегі көрсеткішті «0» белгісімен, ал есепті мерзімнің көрсеткішін «1» белгісімен белгілейді.

Индекс аттас көрсеткіштерді салыстыру нәтижесі болғандықтан, оларды есептегенде салыстырылатын деңгей (индекс қатынасының алымы) мен салыстыру негізі (индекс қатынасының бөлімі) ретінде алынатын деңгейлер қарастырылады. Салыстыру негізін зерттеу мақсатына байланысты анықтайды.

Тәжірибе жүзінде индекстердің сан алуан түрін қолданады. Оларды мынадай негізде жіктеуге болады:

- жиынтық элементтерін қамту дәрежесіне байланысты;
- есептеу тәсіліне байланысты;
- көрсеткіштің мазмұны мен сипатына байланысты;
- салыстыру мерзіміне байланысты.

Жиынтықтағы элементтерді қамту дәрежесіне байланысты индекстерді дара (дербес) және жалпы деп екіге бөледі.

**Дара (дербес) индекстер** құбылыстың біртекті элементтерін салыстыру арқылы анықталады. Олар жиынтықтағы жеке элементтердің өзгерісін сипаттайды. Мысалы, бағаның дербес индексі есепті мерзімде жеке тауар бағасының қалай өзгергенін білдіреді.

Егер зерттелетін құбылыс біртекті болмаса және деңгейлерді салыстыру үшін оларды белгілі бір ортақ өлшемге келтіру қажет болса, мұндай жағдайда жалпы индекстер есептеледі. Яғни **жалпы индекстер** тікелей салыстыруға келмейтін элементтерден тұратын күрделі әлеуметтік-экономикалық құбылыстардың қатынасын көрсетеді.

Зерттелетін әлеуметтік-экономикалық көрсеткіштердің мазмұны мен сипатына байланысты индекстерді екі топқа бөледі:

- сандық көрсеткіштер индекстері;
- сапалық көрсеткіштер индекстері.

Сандық (көлемдік) көрсеткіштер индекстеріне өндірілген өнімнің физикалық көлемінің индексі, сатылған өнімнің физикалық көлемінің индексі, егістік жер көлемінің индексі, т.б. индекстер жатады. Ал сапалық көрсеткіштер индекстеріне баға, өзіндік құн, еңбек өнімділігі, орташа жалақы индексі, т.б. индекстер жатады. Сапалық көрсеткіш зерттелетін нәтижелік көрсеткішті сандық бірлікке бөлгенде анықталатын деңгейді сипаттайды. Мысалы орташа жалақыны анықтау үшін жалақы қорын қызметкерлер санына бөледі.

Салыстыру мерзіміне байланысты индекстерді *тізбекті* және *базалық* деп екіге бөледі. Мұндай индекстерді құбылыс динамикасын зерттегенде қолданады. Тізбекті индекстерді көрсеткіштің ағымдағы деңгейін алдыңғы деңгеймен салыстыру арқылы анықтайды. Мұндай жағдайда салыстыру негізі үнемі өзгеріп отырады. Bazалық индекстер көрсеткіштің ағымдағы деңгейін белгілі бір мерзімдегі деңгеймен салыстыру нәтижесінде анықталады, яғни базалық индекстерде салыстыру негізі тұрақты болады.

## 8.2. Дара индекстер

Дара индекстер – индекстердің ең қарапайым формасы. Жоғарыда айтылғандай дара (дербес) индекстерді зерттелетін құбылыстың біртекті элементтерін салыстыру нәтижесінде анықтайды. Басқаша айтқанда, дара индекстер қатысты шама болғандықтан, оларды анықтау үшін индексі есептелетін көрсеткіштің екі мерзімдегі деңгейлері бір-бірімен салыстырылады. Мысалы, бағаның дара индексі былай есептеледі:

$$i_p = \frac{P_1}{P_0},$$

мұндағы  $i_p$  – бағаның дара индексі;

$P_0, P_1$  – базалық және есепті мерзімдегі тауар бағасы.

Бұл индекс есепті мерзімдегі тауар бағасының базалық мерзіммен салыстырғанда қалай өзгергенін көрсетеді. Мысалы, 2009 жылдың маусым айында 1 килограмм қанттың бағасы республика бойынша орташа есеппен 145 теңге, ал 2008 жылдың маусымында 112 теңге болса, онда қант бағасының дара индексі:

$$i_p = \frac{145}{112} = 1,29 \text{ немесе } 129\%.$$

Бұл қант бағасы Қазақстанда есепті мерзімде базалық мерзіммен салыстырғанда 29 пайызға қымбаттағанын көрсетеді.

Өнімнің физикалық көлемінің дара индексі төмендегі формула арқылы анықталады:

$$i_q = \frac{q_1}{q_0},$$

мұндағы  $i_q$  – өнімнің физикалық көлемінің дара индексі;

$q_0, q_1$  – өнімнің базалық және есепті мерзімдегі физикалық көлемі.

Бұл индекс шығарылған немесе сатылған өнім көлемінің есепті мерзімде қалай өзгергенін білдіреді.

Бір тауар түрі бойынша тауар айналымының дара индексі былай есептеледі:

$$i_{pq} = \frac{p_1 q_1}{p_0 q_0},$$

мұндағы  $i_{pq}$  – тауар айналымының дара индексі;

$p_1 q_1, p_0 q_0$  – есепті және базалық мерзімдегі тауар айналымы.

Кез-келген индекс коэффициент түрінде немесе пайыз есебімен өрнектелуі мүмкін. Нәтижесі коэффициент түрінде берілген индекс зерттеліп отырған құбылыстың сандық сипаттамасы неше есе өзгергенін көрсетеді. Мұндай жағдайда индекстің мәні 1-ден артық болса, ол көрсеткіштің есепті мерзімде өскенін, ал 1-ден кем болса, онда кемігенін білдіреді. Пайыз есебімен өрнектелген индекс 100 пайызды шегерсе, онда зерттеліп отырған құбылысты сипаттайтын көрсеткіштің есепті мерзімде базалық мерзіммен салыстырғанда неше пайызға өзгергені белгілі болады. Мұндай жағдайда теріс айырма көрсеткіштің неше пайызға төмендегенін, ал оң айырма неше пайызға өскенін көрсетеді.

Енді дара индекстерді есептеуге тағы бір мысал келтірейік.

**Мысал.** Дүкенде сатылған «А» тауары туралы мынадай мәліметтер берілген:

8.1-кесте

**Сатылған тауардың бағасы мен көлемі**

Тауар түрі	Базалық мерзім		Есепті мерзім	
	Тауар бағасы, теңге	Сатылған тауардың көлемі, кг	Тауар бағасы, теңге	Сатылған тауардың көлемі, кг
А	200	2100	230	2250

Осы мәліметтер бойынша тауар бағасының, сатылған өнім көлемінің, тауар айналымының дара индекстерін есептеңіздер.

**Шешуі:** Тауар бағасының дара индексі:  $i_p = \frac{230}{200} = 1,15$  немесе 115%, яғни есепті мерзімде А тауарының бағасы 1,15 есе немесе 15 пайызға өсті.

Сатылған өнім көлемінің дара индексі:  $i_q = \frac{2250}{2100} = 1,07$  немесе 107%. Бұл А тауары есепті мерзімде базалық мерзіммен салыстырғанда 1,07 есе немесе 7

пайызға артық сатылғанын көрсетеді. Енді тауар айналымының дара индексін есептейміз:

$$i_{pq} = \frac{230 \cdot 2250}{200 \cdot 2100} = \frac{517500}{420000} = 1,23 \quad \text{немесе} \quad 123\%, \quad \text{яғни} \quad A \quad \text{тауары}$$

бойынша тауар айналымы есепті мерзімде 23 пайызға артты.

Төменде әр түрлі экономикалық көрсеткіштердің дара индекстерінің формулалары келтірілген.

8.2-кесте

### Экономикалық көрсеткіштердің дара индекстері

№	Дара индекс	Есептеу формуласы
1.	Бағаның дара индексі	$i_p = \frac{p_1}{p_0}$
2.	Өнімнің физикалық көлемінің дара индексі	$i_q = \frac{q_1}{q_0}$
3.	Тауар айналымының дара индексі	$i_{pq} = \frac{p_1 q_1}{p_0 q_0}$
4.	Өзіндік құнның дара индексі:	$i_z = \frac{z_1}{z_0}$
5.	Өндіріс шығындарының дара индексі	$i_{zq} = \frac{z_1 q_1}{z_0 q_0}$
6.	Еңбек өнімділігінің дара индексі	$i_w = \frac{w_1}{w_0}$
7.	Еңбек сыйымдылығының дара индексі	$i_t = \frac{t_1}{t_0}$

### 8.3. Жалпы индекстер

Индекстер әдісін пайдаланып, әлеуметтік-экономикалық құбылыстарға талдау жасағанда дербес индекстерге қарағанда жалпы индекстерді жиі қолданады. Жалпы индекстер күрделі құбылыстың барлық элементтерінің өзгерісін сипаттайды, басқаша айтқанда олар тікелей салыстыруға келмейтін элементтерден тұратын күрделі әлеуметтік-экономикалық құбылыс деңгейлерінің қатынасын көрсетеді. Есептеу тәсіліне байланысты жалпы индекстерді 2-ге бөледі:

- агрегаттық (жиынтық) индекстер;
- орташа индекстер.

**Агрегаттық индекстер** – жалпы индекстердің негізгі түрі. Олар 2 элементтен тұрады:

- индекс есептелінетін шама;
- индекс салмағы.

Индекс салмағы біртекті емес, тікелей салыстыруға келмейтін элементтерді салыстырмалы түрге келтіру үшін қолданылады. Мысалы,

натуралды өлшем бірлігімен өлшенген әр түрлі өнім көлемін бір-бірімен тікелей қосуға болмайды, бірақ олардың әрқайсысын өз бағасына көбейткеннен кейін, бірнеше тауар түрі бойынша анықталған тауар айналымын қосуға болады. Жалпы жағдайда агрегаттық индекс формуласын мынадай түрде жазуға болады:

$$I_x = \frac{\sum x_1 f}{\sum x_0 f},$$

мұндағы  $x_1, x_0$  – индексі есептелетін шаманың есепті және базалық мерзімдегі мәндері;  
 $f$  – индекс салмағы (салмақтауышы).

Жоғарыдағы формулада көрсетілгендей, агрегаттық индекстің алымы мен бөлімі бір-бірімен байланысты екі шаманың көбейтінділерінің қосындысын білдіреді. Ол шамалардың біреуі, атап айтқанда индексі есептелетін шама айнымалы (өзгермелі), ал екіншісі (индекс салмағы) тұрақты шама болады.

Индекс салмағы не есепті мерзім, не базалық мерзім деңгейінде алынады. Егер индекс салмағы ретінде есепті (ағымдағы) мерзім көрсеткіші алынса, онда агрегаттық индекстердің жалпы формуласы мынадай түрде болады:

$$I_x = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum x_0 f_1}.$$

Мұндай формуланы 1874 жылы неміс ғалымы Г.Пааше ұсынды.

Ал индекс салмағы ретінде көрсеткіштің базалық мерзімдегі мәні алынған жағдайда агрегаттық индекстерді мына формуламен есептейді:

$$I_x = \frac{\sum x_1 f_0}{\sum x_0 f_0}.$$

Бұл формуланы 1864 жылы неміс ғалымы Э. Ласпейрес ұсынды, сондықтан формула Ласпейрес формуласы деп аталады.

Егер агрегаттық индексте индексі есептелетін шама да, индекс салмағы да өзгерсе, онда агрегаттық индексті былай анықтайды:

$$I_{xf} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum x_0 f_0}$$

Бұл формула әр түрлі факторлар әсер ететін нәтижелік көрсеткішті зерттеу үшін қолданылады.

Агрегаттық индекс формасын таңдау үшін мынадай 3 мәселені шешу қажет:

- индексі есептелетін шаманы таңдау;
- индекс есептеуге қажетті деп саналатын біртекті емес элементтердің құрамын анықтау;
- индекс салмағын таңдау.

Индекс салмағын таңдау көрсеткіштің мазмұны мен сипатына байланысты болады. Сандық көрсеткіштердің агрегаттық индекстерін құрған кезде индекс салмағы ретінде сапалық көрсеткіш таңдалып алынады. Ал сапалық

көрсеткіштердің агрегаттық индекстерін құрғанда индекс салмағы сандық көрсеткіш болады. Енді индекс салмағының деңгейі қалай анықталады деген сұраққа жауап берейік. Индекс салмағының деңгейін анықтау үшін индекстер теориясында мынадай ереже қолданылады: сапалық көрсеткіштердің агрегаттық индексін құрғанда индекс салмағы есепті деңгейде, ал сандық көрсеткіштерде – базалық деңгейде алынады.

Әр түрлі көрсеткіштердің агрегаттық индекстерін құру алгоритмін қарастырайық.

**Тауар айналымының (өнім құнының) жалпы индексі** ағымдағы мерзімдегі тауар айналымының (өнім құнының) базалық мерзімдегі тауар айналымына (өнім құнына) қатынасын білдіреді және мына формуламен есептеледі:

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0},$$

мұндағы  $I_{pq}$  – тауар айналымының жалпы индексі;

$\sum p_1 q_1$  – ағымдағы мерзімдегі тауар айналымы;

$\sum p_0 q_0$  – базалық мерзімдегі тауар айналымы.

Бұл индекс тауар айналымы ағымдағы мерзімде базалық мерзіммен салыстырғанда неше есе өскенін немесе кемігенін көрсетеді. Ал индекстің алымы мен бөлімінің айырмасы :

$$\Delta_{pq} = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0$$

тауар айналымының (өнім құнының) абсолютті өсімін анықтайды, яғни тауар айналымы ағымдағы мерзімде неше ақша бірлігіне өскенін немесе кемігенін көрсетеді. Енді тауар айналымының жалпы индексін есептеуге мысал келтірейік.

**Мысал.** Сатылған тауарлар көлемі мен бағасы туралы мынадай мәліметтер берілген:

8.3-кесте

### Сатылған тауарлар көлемі мен бағасы

Тауар аты	Сатылған тауар көлемі, дана		Бір дана тауардың бағасы, мың теңге		Индекстің есептелуі			
	Базалық мерзім, $q_0$	Есепті мерзім, $q_1$	Базалық мерзім, $p_0$	Есепті мерзім, $p_1$	$p_0 q_0$	$p_1 q_1$	$p_0 q_1$	$p_1 q_0$
А	1000	1200	12	14	12000	16800	14400	14000
В	1500	1600	15	16	22500	25600	24000	24000
С	2000	1800	10	10	20000	18000	18000	20000
Барлығы	-	-	-	-	54500	60400	56400	58000

Осы мәліметтер бойынша тауар айналымының жалпы индексін есептеу керек.

**Шешуі:**

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{16800 + 25600 + 18000}{12000 + 22500 + 20000} = \frac{60400}{54500} = 1,108 \text{ немесе } 110,8\%,$$

яғни, тауарлардың бағасының және көлемінің өзгеруіне байланысты үш тауар түрі бойынша тауар айналымы есепті мерзімде базалық мерзіммен салыстырғанда 1,108 есе немесе 10,8%-ға өсті. Бұл өсімді ақшалай бағалау үшін тауар айналымының абсолютті өсімін анықтаймыз:

$$\Delta_{pq} = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0 = 60400 - 54500 = 5900 \text{ мың теңге.}$$

Есептеу нәтижесі тауар айналымы есепті мерзімде 5900 мың теңгеге артқанын көрсетеді.

Тауар айналымының жалпы индексінің сандық мәні мынадай екі факторға байланысты анықталады:

- тауарлар бағасының өзгерісіне;
- сатылған тауар көлемінің өзгерісіне.

Ал тауар айналымының бір ғана факторға байланысты өзгерісін анықтау үшін, формулада екінші фактор тұрақты, яғни бұл фактордың мәні бір деңгейде болуы керек. Егер сату көлемін тұрақты бір бағамен есептесе, онда сатылған **өнімнің физикалық көлемінің агрегаттық индексі** анықталады. Өнім көлемінің агрегаттық индексіні анықтау үшін индекс салмағы ретінде базалық немесе ағымдағы (есепті) мерзімдегі тауарлар бағасы алынады. Егер индекс салмағы ретінде базалық мерзімдегі бағалар таңдалып алынса, онда өнімнің физикалық көлемінің агрегаттық индексі былай анықталады:

$$I_q = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0},$$

мұндағы  $I_q$  – өнімнің физикалық көлемінің агрегаттық индексі;

$\sum p_0 q_1$  – тауарлар бағасы базалық деңгейде сақталған жағдайда ағымдағы мерзімдегі тауар айналымы қандай болатынын көрсететін шартты көрсеткіш;

$\sum p_0 q_0$  – базалық мерзімдегі нақты тауар айналымы.

Жоғарыдағы формуланы Ласпейрестің физикалық көлем индексі деп атайды. Ласпейрес индексі өнімнің (тауардың) көлемі ағымдағы мерзімде базалық мерзіммен салыстырғанда қанша есе өскенін немесе кемігенін білдіреді. Осы индекстің алымы мен бөлімінің айырмасы, яғни:

$$\Delta_q = \sum p_0 q_1 - \sum p_0 q_0$$

сатылған өнім көлемінің өзгеруіне байланысты тауар айналымы қалай өзгергенін көрсетеді.

Өнімнің физикалық көлемінің агрегаттық индексіні анықтағанда индекс салмағы ретінде ағымдағы мерзімдегі бағаларды да қолдануға болады. Мұндай жағдайда көлем индексінің формуласы мынадай түрде болады:

$$I_q = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_1 q_0},$$

мұндағы  $\sum p_1 q_1$  – ағымдағы мерзімдегі нақты тауар айналымы;



$\sum p_1 q_0$  – ағымдағы мерзім бағасымен есептегенде базалық мерзімдегі тауар айналымы қандай болатынын көрсететін шартты шама.

Осы формуланы Паашенің физикалық көлем индексі деп атайды. Енді 8.3-кесте мәліметтері бойынша өнімнің физикалық көлемінің агрегаттық индекстерін есептейік.

Ласпейрес индексі:

$$I_q = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{14400 + 24000 + 18000}{12000 + 22500 + 20000} = \frac{56400}{54500} = 1,035 \text{ немесе } 103,5\%,$$

яғни, сатылған өнім көлемінің өзгеруіне байланысты ағымдағы мерзімде тауар айналымы базалық мерзіммен салыстырғанда 1,035 есе немесе 3,5 пайызға өсті. Бұл өсім ақшалай бағалағанда:

$$\Delta_q = \sum p_0 q_1 - \sum p_0 q_0 = 56400 - 54500 = 1900 \text{ мың теңгені}$$

кұрайды.

Пааше индексі:

$$I_q = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_1 q_0} = \frac{16800 + 25600 + 18000}{14000 + 24000 + 20000} = \frac{60400}{58000} = 1,041 \text{ немесе } 104,1\%.$$

Бұл индекс сатылған өнім көлемінің өзгеруіне байланысты ағымдағы мерзімде тауар айналымы базалық мерзіммен салыстырғанда 1,041 есе немесе 4,1 пайызға өскенін көрсетеді.

Ласпейрес және Пааше формулаларымен есептелген физикалық көлем индекстерінің мәндері әр түрлі болады. Пааше формуласымен анықталған индекстің сандық мәні әрқашан Ласпейрес формуласымен есептелген индекс мәнінен жоғары болады. Оның себебі Ласпейрес формуласында индекс салмағы ретінде базалық мерзімдегі тұрақты баға алынғандықтан, өнім көлемінің динамикасына баға өзгерісінің тигізетін әсері толық жойылады, ал Пааше формуласында, яғни индекс салмағы ретінде ағымдағы мерзімдегі баға қолданылғанда, баға өзгерісінің ықпалы жойылмайды. Сондықтан Ласпейрес формуласымен есептелген өнімнің физикалық көлемінің агрегаттық индексінің дәлдігі Пааше формуласымен салыстырғанда жоғары болады.

Тауар айналымының жалпы индексінің сандық мәніне тауарлар бағасының өзгеруі қалай әсер ететінін анықтау үшін **бағаның агрегаттық индексі** есептеледі. Баға индексі – сапалық көрсеткіштің индексі. Бағаның жалпы индексін құру үшін индекс салмағы ретінде базалық немесе ағымдағы (есепті) мерзімдегі сатылған тауарлардың физикалық көлемі алынады, сондықтан бағаның жалпы индексін Ласпейрес немесе Пааше формуласымен есептеуге болады.

**Пааше** формуласы бойынша бағаның агрегаттық индексі былай анықталады:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1},$$

мұндағы  $I_p$  – бағаның агрегаттық индексі;

$\sum p_1q_1$  – ағымдағы мерзімдегі тауар айналымы;

$\sum p_0q_1$  – тауарлар бағасы базалық деңгейде сақталған жағдайда ағымдағы мерзімдегі тауар айналымы қандай болатынын көрсететін шартты көрсеткіш.

Ал *Ласпейрес* формуласы бойынша бағаның агрегаттық индексін былай құрады:

$$I_p = \frac{\sum p_1q_0}{\sum p_0q_0},$$

мұндағы  $\sum p_1q_0$  – ағымдағы мерзім бағасымен есептегенде базалық мерзімдегі тауар айналымы қандай болатынын көрсететін шартты шама;

$\sum p_0q_0$  – базалық мерзімдегі нақты тауар айналымы.

Бұл екі индекстің экономикалық мазмұндары әр түрлі болғандықтан, олардың нәтижесі бірдей болмайды. Пааше индексі ағымдағы мерзімде өнімнің бағасы неше есе өскенін немесе кемігенін білдіреді. Индекстің алымы мен бөлімінің айырмасы, яғни

$$\Delta_p = \sum p_1q_1 - \sum p_0q_1$$

ағымдағы мерзімде бағаның өзгеруіне байланысты өнім құны (тауар айналымы) қалай өзгергенін көрсетеді. Бұл айырманы бағаның өзгеруіне байланысты халықтың үнемдеген немесе артық жұмсаған сомасы деп те атайды. Мұндай жағдайда индекстің алымы халықтың (сатып алушылардың) ағымдағы мерзімде тауарларды сатып алуға жұмсаған нақты сомасын көрсетеді. Ал индекстің бөлімі сол тауарлардың бағасы ағымдағы мерзімде өзгермей, базалық деңгейде сақталса, халық қанша ақша жұмсайтынын білдіреді. Егер  $\Delta_p = \sum p_1q_1 - \sum p_0q_1 < 0$  болса, онда бұл айырма бағаның өзгеруіне байланысты халықтың үнемдеген сомасын, ал  $\Delta_p = \sum p_1q_1 - \sum p_0q_1 > 0$  болғанда – артық жұмсаған сомасын көрсетеді.

Енді 8.3-кесте мәліметтері бойынша бағаның агрегаттық индексін Пааше формуласы бойынша есептейік.

$$I_p = \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1} = \frac{16800 + 25600 + 18000}{14400 + 24000 + 18000} = \frac{60400}{56400} = 1,071 \quad \text{немесе} \quad 107,1\%,$$

яғни ағымдағы мерзімде тауарлардың бағасы базалық мерзіммен салыстырғанда 1,071 есе өсті немесе 7,1 пайызға қымбаттады. Тауарлар бағасының қымбаттауына байланысты сатып алушылардың артық жұмсаған сомасы:

$$\Delta_p = \sum p_1q_1 - \sum p_0q_1 = 60400 - 56400 = 4000 \text{ мың теңгені құрайды.}$$

Ал тауар айналымының (өнім құнының) ағымдағы мерзімдегі жалпы абсолютті өсімі тауар бағасы мен сатылған тауар көлеміне байланысты былай анықталады:

$$\Delta_{pq} = \Delta_p + \Delta_q.$$

Жоғарыдағы кесте мәліметтерін пайдаланып, тауар айналымының жалпы өсімін оған әсер ететін факторлар өсімі арқылы анықтайық:

$$\Delta_{pq} = \Delta_p + \Delta_q = 4000 + 1900 = 5900$$

Ласпейрестің баға индексі базалық мерзімде сатылған өнімдердің бағасы ағымдағы мерзімде өзгерген жағдайда, олар (базалық мерзім өнімдері) қанша есе қымбаттайтынын немесе арзандайтынын білдіреді. 8.3-кесте мәліметтері бойынша Ласпейрестің баға индексін есептейік:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} = \frac{14000 + 24000 + 20000}{12000 + 22500 + 20000} = \frac{58000}{54500} = 1,064 \text{ немесе } 106,4\%.$$

Ағымдағы мерзімде тауарлар бағасының өзгеруіне байланысты базалық мерзімде сатылған тауарлар есепті мерзімде 1,064 есе немесе 6,4 пайызға, ал ақшалай бағалағанда:

$$\Delta_p = \sum p_1 q_0 - \sum p_0 q_0 = 58000 - 54500 = 3500 \text{ мың теңгеге қымбаттар еді.}$$

Бағаның жалпы индексін қай формуламен есептеу зерттеу жұмыстарының мақсатына, жиналған ақпаратқа және қарастырылып отырған елдегі индексті есептеу әдіснамасына байланысты болады. Егер зерттеу жұмысының мақсаты ағымдағы мерзімдегі баға өзгерісінің экономикалық салдарын анықтау болса, мұндай жағдайда баға индексін Пааше формуласымен есептейді. Ал сату көлемін баға өзгерісін ескере отырып болжау қажет болған жағдайда, Ласпейрес формуласы қолданылады. Практикалық қолдану тұрғысынан ыңғайлы болғандықтан көптеген елдерде Ласпейрес формуласын пайдаланып, тұтыну бағаларының индексін есептейді.

Ұзақ мерзімге қолданғанда Пааше формуласы бағаның нақты өсімін кемітіп, ал Ласпейрес формуласы өсіріп көрсететіні статистикалық талдаулар арқылы дәлелденген. Ласпейрес индексі базалық мерзімдегі тұтыну қоржыны бойынша бағалар динамикасын көрсеткенімен, бағаның өзгеруіне байланысты тұтыну құрылымындағы өзгерісті ескермейді. Сондықтан бұл индекс бағаның нақты өсімін асырып көрсетеді. Тауар бағасы өскен сайын сол тауардың индекстегі қатысты салмағы азаятындықтан, яғни сол тауарды тұтыну көлемі кемитіндіктен, Пааше индексі бағаның нақты өсімін кемітіп көрсетеді. Ласпейрес және Пааше индекстеріндегі кемшіліктерді жою үшін **Фишердің** «тамаша формуласы» қолданылады:

$$I_p^F = \sqrt{I_p^P \times I_p^L} = \sqrt{\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \times \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}},$$

мұндағы  $I_p^F$  – Фишердің баға индексі;

$I_p^P$  – Паашенің баға индексі;

$I_p^L$  – Ласпейрестің баға индексі.

Жоғарыдағы формула Фишер индексі Ласпейрес және Пааше индекстерінің геометриялық орташасына тең екендігін көрсетеді. Фишер индексін баға индекстерін ұзақ мерзімге есептеу қажет болғанда өнім көлеміндегі құрылымдық өзгерістерді тегістеу үшін қолданады. Енді 8.3-кесте мәліметтері бойынша Фишердің баға индексін есептейік:

$$I_p^F = \sqrt{I_p^P \times I_p^L} = \sqrt{1,071 \times 1,064} = \sqrt{1,1395} = 1,067 \text{ немесе } 106,7\%, \text{ яғни тауарлар}$$

бағасы ағымдағы мерзімде орташа есеппен 6,7 пайызға қымбаттады.

Статистикалық талдауларда бағаның жалпы индексінің тағы бір түрі – *Лоу* формуласын да жиі қолданады. Лоу формуласында индекс салмағы ретінде базалық және ағымдағы мерзімдегі өнімнің физикалық көлемдерінің арифметикалық орташасы алынады:

$$I_p = \frac{\sum p_1 \bar{q}}{\sum p_0 \bar{q}},$$

$$\text{мұндағы } \bar{q} = \frac{q_1 + q_0}{2}.$$

8.3-кесте мәліметтері бойынша Лоу индексіні анықтау үшін алдымен А, В, С тауарларының орташа көлемдерін есептейміз.

$$\bar{q}_A = \frac{1200 + 1000}{2} = 1100 \text{ äàìà }; \quad \bar{q}_B = \frac{1600 + 1500}{2} = 1550 \text{ äàìà } ;$$

$$\bar{q}_C = \frac{1800 + 2000}{2} = 1900 \text{ äàìà } .$$

Енді Лоу индексіні есептейміз:

$$I_p = \frac{\sum p_1 \bar{q}}{\sum p_0 \bar{q}} = \frac{14 \cdot 1100 + 16 \cdot 1550 + 10 \cdot 1900}{12 \cdot 1100 + 15 \cdot 1550 + 10 \cdot 1900} = \frac{59200}{55450} = 1,068 \text{ немесе } 106,8\%, \text{ бұл}$$

тауарлар бағасы ағымдағы мерзімде орташа есеппен 6,8 пайызға қымбаттағанын көрсетеді.

Ласпейрестің физикалық көлем индексі, Паашенің баға индексі және тауар айналымының жалпы индексінің арасында мынадай байланыс бар:

$$I_p \times I_q = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \times \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = I_{pq},$$

$$\text{немесе: } I_p \times I_q = I_{pq}.$$

Осы формуланы 8.3-кесте мәліметтері бойынша анықталған индекстерге қолдансақ:

$$I_{pq} = I_p \times I_q = 1,071 \times 1,035 = 1,108 \text{ немесе } 110,8\%,$$

яғни, ағымдағы мерзімде тауар бағаларының 7,1 пайызға, ал сатылған тауарлардың физикалық көлемінің 3,5 пайызға өсуіне байланысты тауар айналымы базалық мерзіммен салыстырғанда ағымдағы мерзімде 10,8 пайызға артты. Жоғарыда көрсетілген индекстер арасындағы өзара байланысты пайдаланып, екі индекстің сандық мәні белгілі болғанда, үшіншісін анықтауға болады.

Статистикалық-экономикалық талдауларда тауар айналымы, баға, физикалық көлем индекстерінен басқа да агрегаттық индекстер қолданылады. Енді солардың кейбіреуіне тоқталайық.

**Өндіріс шығындарының жалпы индексі** ағымдағы мерзімдегі өндіріс шығындарының базалық мерзімдегі өндіріс шығындарына қатынасын білдіреді және мына формуламен есептеледі:

$$I_{zq} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_0},$$

мұндағы  $I_{zq}$  – өндіріс шығындарының жалпы индексі;

$\sum z_1 q_1$  – ағымдағы мерзімдегі өндіріс шығындары;

$\sum z_0 q_0$  – базалық мерзімдегі өндіріс шығындары.

Бұл индекс өндіріс шығындары ағымдағы мерзімде базалық мерзіммен салыстырғанда неше есе өскенін немесе кемігенін көрсетеді. Ал индекстің алымы мен бөлімінің айырмасы :

$$\Delta_{zq} = \sum z_1 q_1 - \sum z_0 q_0$$

өндіріс шығындарының абсолютті өсімін анықтайды, яғни тауар айналымы ағымдағы мерзімде неше ақша бірлігіне өскенін немесе кемігенін көрсетеді.

Өндіріс шығындарының жалпы индексінің сандық мәні мынадай екі факторға байланысты болады:

- өнімнің өзіндік құнының өзгерісіне;
- шығарылған тауар көлемінің өзгерісіне.

Өнімнің өзіндік құнының өзгерісін өзіндік құнның жалпы индексі, ал есепті мерзімде шығарылған тауарлар көлемінің өзгерісін өнімнің физикалық көлемінің жалпы индексі анықтайды.

**Өнімнің өзіндік құнының агрегаттық индексі** баға индексіне ұқсас құрылады және мына формула бойынша анықталады:

$$I_z = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1},$$

мұндағы  $I_z$  – өзіндік құнның агрегаттық индексі;

$\sum z_1 q_1$  – ағымдағы (есепті) мерзімдегі өндіріс шығындары;

$\sum z_0 q_1$  – өнім бірлігінің өзіндік құны базалық деңгейде сақталған жағдайда ағымдағы мерзімдегі өндіріс шығындарының қандай болатынын анықтайтын шартты көрсеткіш.

Өзіндік құнның агрегаттық индексі ағымдағы мерзімде өнімнің өзіндік құны неше есе өскенін немесе кемігенін білдіреді, ал индекстің алымы мен бөлімінің айырмасы, яғни

$$\Delta_z = \sum z_1 q_1 - \sum z_0 q_1$$

ағымдағы мерзімде өнімнің өзіндік құнының өзгеруіне байланысты өндірістік шығындар қалай өзгергенін көрсетеді.

**Шығарылған өнімнің физикалық көлемінің жалпы индексі** мына формула бойынша есептеледі:

$$I_q = \frac{\sum z_0 q_1}{\sum z_0 q_0},$$

мұндағы  $\sum z_0 q_1$  – өнім бірлігінің өзіндік құны базалық деңгейде сақталған жағдайда ағымдағы мерзімдегі өндіріс шығындарының қандай болатынын анықтайтын шартты көрсеткіш;

$\sum z_0 q_0$  – базалық мерзімдегі өндіріс шығындары.

Бұл индекс шығарылған өнімнің көлемі ағымдағы мерзімде базалық мерзіммен салыстырғанда қанша есе өскенін немесе кемігенін білдіреді. Осы индекстің алымы мен бөлімінің айырмасы, яғни:

$$\Delta_q = \sum z_0 q_1 - \sum z_0 q_0$$

өндірілген өнім көлемінің өзгеруіне байланысты болған өндіріс шығынының абсолютті өсімін көрсетеді. Ал өндіріс шығындарының ағымдағы мерзімдегі жалпы абсолютті өсімі жоғарыда аталған екі факторға, яғни өнімнің өзіндік құны мен көлеміне байланысты былай анықталады:

$$\Delta_{zq} = \Delta_z + \Delta_q$$

Өндіріс шығындарына байланысты құрылған индекстер арасындағы байланысты былай көрсетуге болады:

$$I_z \times I_q = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1} \times \frac{\sum z_0 q_1}{\sum z_0 q_0} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_0} = I_{zq}$$

немесе:  $I_z \times I_q = I_{zq}$ .

**Еңбек сыйымдылығының агрегаттық индексі** ағымдағы мерзімде еңбек сыйымдылығы (бір өнімге жұмсалған уақыт шығыны) қалай өзгергенін көрсетеді. Бұл индексті мына формуламен анықтайды:

$$I_t = \frac{\sum t_1 q_1}{\sum t_0 q_1}$$

мұндағы  $I_t$  – еңбек сыйымдылығының агрегаттық индексі;

$\sum t_1 q_1$  – ағымдағы (есепті) мерзімдегі уақыт шығыны

$\sum t_0 q_1$  – еңбек сыйымдылығы базалық деңгейде сақталған жағдайда ағымдағы мерзімдегі уақыт шығыны қандай болатынын анықтайтын шартты көрсеткіш.

Енді осы индексті есептеуге мысал келтірейік.

**Мысал.** Өндірілген өнім көлемі және өнім өндіруге жұмсалған уақыт шығыны туралы мынадай мәліметтер берілген:

8.4-кесте

**Өнім өндіруге жұмсалған уақыт шығыны**

өнім түрі	Ағымдағы мерзімде шығарылған өнім, дана	Өнім бірлігін өндіруге жұмсалған уақыт шығыны, адам-сағ.	
		Базалық мерзім	Ағымдағы мерзім
А	20150	5,3	5,1
В	5700	10,4	10,5
С	5100	12,8	12,5

Осы мәліметтер бойынша еңбек сыйымдылығының агрегаттық индексін есептеңіздер.

**Шешуі:**

$$I_t = \frac{\sum t_1 q_1}{\sum t_0 q_1} = \frac{5,1 \cdot 20150 + 10,5 \cdot 5700 + 12,5 \cdot 5100}{5,3 \cdot 20150 + 10,4 \cdot 5700 + 12,8 \cdot 5100} = \frac{226365}{231355} = 0,978 \quad \text{немесе}$$

97,8%.

Есептеу нәтижесі ағымдағы мерзімде еңбек сыйымдылығы базалық мерзімге қарағанда 2,2 пайызға төмендегенін көрсетеді.

**Еңбек өнімділігінің агрегаттық индексі** ағымдағы мерзімде еңбек өнімділігі базалық мерзіммен салыстырғанда қалай өзгергенін көрсетеді. Жалпы еңбек өнімділігін екі түрлі тәсілмен анықтайды:

- бірлік уақытта өндірілген өнім мөлшері бойынша (тура тәсіл);
- бір өнімді өндіруге жұмсалған уақыт шығыны бойынша (кері тәсіл).

Еңбек өнімділігінің агрегаттық индексіні құру үшін кері тәсілмен анықталған еңбек өнімділігі қолданылады, яғни бір өнімді өндіруге жұмсалған уақыт шығынын есепті мерзімде шығарылған өнім көлеміне көбейтеді:

$$I_w = \frac{\sum t_0 q_1}{\sum t_1 q_1},$$

мұндағы  $I_w$  – еңбек өнімділігінің агрегаттық индексі;

$\sum t_1 q_1$  – ағымдағы (есепті) мерзімдегі уақыт шығыны

$\sum t_0 q_1$  – еңбек сыйымдылығы базалық деңгейде сақталған жағдайда ағымдағы мерзімдегі уақыт шығыны қандай болатынын анықтайтын шартты көрсеткіш.

Енді 8.4-кесте мәліметтері бойынша еңбек өнімділігінің агрегаттық индексіні жоғарыдағы формула бойынша есептейік.

$$I_w = \frac{\sum t_0 q_1}{\sum t_1 q_1} = \frac{5,3 \cdot 20150 + 10,4 \cdot 5700 + 12,8 \cdot 5100}{5,1 \cdot 20150 + 10,5 \cdot 5700 + 12,5 \cdot 5100} = \frac{231355}{226365} = 1,022 \quad \text{немесе}$$

102,2%, яғни есепті мерзімде еңбек өнімділігі базалық мерзіммен салыстырғанда 2,2 пайызға өсті.

Еңбек өнімділігінің индексі – еңбек сыйымдылығы индексіне кері шама, сондықтан еңбек өнімділігінің агрегаттық индексіні еңбек сыйымдылығының агрегаттық индексі арқылы да анықтауға болады:

$$I_w = \frac{1}{I_t} = \frac{1}{0,978} = 1,022 \quad \text{немесе } 102,2\%.$$

Еңбек өнімділігінің жалпы индексіні бірлік уақытта өндірілген өнім мөлшері бойынша да (тура тәсіл) анықтауға болады, бірақ мұндай жағдайда индекстің агрегаттық түрі емес, орташа индекс қолданылады.

Тәжірибе жүзінде қолдануға ыңғайлы болу үшін 8.5-кестеде негізгі агрегаттық индекстер жинақталып берілген.

8.5-кесте

#### Негізгі агрегаттық индекстерді есептеу формулалары

№	Индекс атауы	Индексті есептеу формуласы
---	--------------	----------------------------

1.	Бағаның агрегаттық индексі (Пааше формуласы)	$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$
2.	Бағаның агрегаттық индексі (Ласпейрес формуласы)	$I_p = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}$
3.	Бағаның агрегаттық индексі (Фишер формуласы)	$I_p^F = \sqrt{I_p^P \times I_p^L} =$ $= \sqrt{\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \times \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}}$
4.	Бағаның агрегаттық индексі (Лоу формуласы)	$I_p = \frac{\sum p_1 \bar{q}}{\sum p_0 \bar{q}}$
5.	Сатылған өнім көлемінің агрегаттық индексі (Ласпейрес формуласы)	$I_q = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0}$
6.	Сатылған өнім көлемінің агрегаттық индексі (Пааше формуласы)	$I_q = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_1 q_0}$
7.	Тауар айналымының жалпы индексі	$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0}$
8.	Өзіндік құнның агрегаттық индексі	$I_z = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1}$
9.	Шығарылған өнім көлемінің агрегаттық индексі	$I_q = \frac{\sum z_0 q_1}{\sum z_0 q_0}$
10.	Шығынның жалпы индексі	$I_{zq} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_0}$
11.	Еңбек өнімділігінің агрегаттық индексі	$I_w = \frac{\sum t_0 q_1}{\sum t_1 q_1}$
12.	Еңбек сыйымдылығының агрегаттық индексі	$I_t = \frac{\sum t_1 q_1}{\sum t_0 q_1}$

#### 8.4. Орташа индекстер

Статистикада агрегаттық индекстермен қатар орташа индекстерді де қолданады. Әдетте орташа индекстерді агрегаттық индекстерді есептеуге қажетті мәліметтер жеткіліксіз болған жағдайда пайдаланады. Мысалы, натуралды өлшем бірлігімен өлшенген өнім көлемінің ( $q$ ), тауарлар бағасының ( $p$ ), өзіндік құнның ( $z$ ), еңбек сыйымдылығының ( $t$ ), т.б көрсеткіштердің жекеленген мәндері туралы мәліметтер белгісіз, ал осы көрсеткіштердің дара (дербес) индекстері ( $i_q, i_p, i_z, i_t$ ) және тауар айналымы ( $pq$ ), өндіріс шығындары ( $zq$ ), уақыт шығыны ( $tq$ ), т.с.с. көрсеткіштер туралы мәліметтер белгілі болса, онда аталған көрсеткіштердің орташа индекстері есептеледі.



Орташа индекстер – агрегаттық индекстердің өзгерген түрі. Олардың екі түрі болады:

- арифметикалық орташа индекстер;
- гармониялық орташа индекстер.

Агрегаттық индексті арифметикалық орташа индекске түрлендіруді физикалық көлемнің агрегаттық индексі:  $I_q = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0}$  негізінде көрсетейік. Ол

үшін физикалық көлемнің дара (дербес) индексі:  $i_q = \frac{q_1}{q_0}$  қолданамыз. Осы

формуладан ағымдағы мерзімдегі өнім көлемі базалық мерзімдегі өнім көлемі мен дербес индекс көбейтіндісіне тең екені айқын көрінеді:

$$q_1 = i_q \cdot q_0$$

Енді осы өрнекті жоғарыда көрсетілген физикалық көлемнің агрегаттық индексі формуласының алымына қоямыз:

$$I_q = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum i_q p_0 q_0}{\sum p_0 q_0}.$$

Сонымен біз бұл жерде өнім көлемінің агрегаттық индексі салмақталған арифметикалық орташа индекске қалай түрлендіруге болатынын көрсеттік. Соңғы формулада  $i_q$  – орташасы есептелетін шама, ал  $p_0 q_0$  – индекс салмағы ролін атқарады.

Шығарылған өнім көлемінің агрегаттық индексі де дәл осылай арифметикалық орташа индекске келтіруге болады:

$$I_q = \frac{\sum z_0 q_1}{\sum z_0 q_0} = \left| i_q = \frac{q_1}{q_0} \Rightarrow q_1 = i_q \cdot q_0 \right| = \frac{\sum i_q z_0 q_0}{\sum z_0 q_0}.$$

Еңбек өнімділігінің агрегаттық индексі орташа индекске былай түрлендіреді:

$$I_w = \frac{\sum t_0 q_1}{\sum t_1 q_1} = \left| i_w = \frac{t_0}{t_1} \Rightarrow t_0 = i_w \cdot t_1 \right| = \frac{\sum i_w t_1 q_1}{\sum t_1 q_1},$$

мұндағы  $i_w$  – еңбек өнімділігінің дара индексі.

Төменде шығарылған өнім көлемінің арифметикалық орташа индексі есептеуге мысал келтірілген.

**Мысал.** Шығарылған бұйымдарға жұмсалған шығын туралы мынадай мәліметтер берілген:

8.6-кесте.

**Өндіріс шығындары және өнім көлемінің өзгеруі**

Бұйым түрі	Өткен мерзімдегі өндіріс шығындары, мың теңге	Осы мерзімдегі бұйым санының өткен мерзіммен салыстырғандағы өзгерісі, %
А	520	-2
В	400	өзгеріссіз
С	160	+3

Осы мәліметтер бойынша шығарылған өнімнің физикалық көлемінің орташа индексі есептеу керек.

**Шешуі:** Ол үшін алдымен әр бұйым түрі үшін физикалық көлемнің дара индексі анықтаймыз.

$$i_{qA} = \frac{100 - 2}{100} = 0.98; \quad i_{qB} = \frac{100}{100} = 1.0; \quad i_{qC} = \frac{100 + 3}{100} = 1.03.$$

Енді орташа индексті есептейміз:

$$I_q = \frac{\sum i_q z_0 q_0}{\sum z_0 q_0} = \frac{0,98 \cdot 520 + 1,0 \cdot 400 + 1,03 \cdot 160}{520 + 400 + 160} = \frac{1074,4}{1080} = 0,995 \text{ немесе } 99,5\%.$$

Есептеу нәтижесі осы мерзімде шығарылған бұйымдардың көлемі өткен мерзіммен салыстырғанда орташа есеппен 0,5 пайызға азайғанын көрсетеді. Шығарылған бұйымдар көлемінің азаюы себепті өндіріс шығындары:

$$\Delta_q = 1074.4 - 1080 = -5.6 \text{ мың теңгеге кеміді.}$$

Гармониялық орташа индекстердің мазмұны мен есептелуін бағаның жалпы индексі негізінде көрсетуге болады. Бағаның гармониялық орташа индексі баға өзгерісі және ағымдағы мерзімдегі тауар айналымы (өнім құны) туралы мәліметтер белгілі болған жағдайда қолданылады. Гармониялық индексті есептеу формуласын бағаның агрегаттық индексі түрлендіру арқылы қорытып шығаруға болады. Ол үшін бағаның дара индексі қолданамыз:

$$i_p = \frac{p_1}{p_0}.$$

Осы формуладан  $p_0$  - ді анықтаймыз:  $p_0 = \frac{p_1}{i_p}.$

Анықталған өрнекті бағаның агрегаттық индексі формуласының бөліміндегі  $p_0$  -дің орнына қоямыз:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1 q_1}{i_p}}.$$

Бағаның гармониялық орташа индексі тауарлар бағасының ағымдағы мерзімде орташа есеппен неше есе өскенін немесе кемігенін көрсетеді.

Өзіндік құнның агрегаттық индексі гармониялық орташа индекске келтіруді қысқаша түрде былай көрсетуге болады:

$$I_z = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1} = \left| i_z = \frac{z_1}{z_0} \Rightarrow z_0 = \frac{z_1}{i_z} \right| = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum \frac{z_1 q_1}{i_z}}.$$

Енді гармониялық орташа индекстерді есептеуге мысал келтірейік.

**Мысал.** Базалық және ағымдағы мерзімдегі тауар айналымы туралы мынадай мәліметтер берілген:

8.7-кесте

### Тауар айналымы және баға өзгерісі

Тауар	Тауар айналымы, мың теңге	Ағымдағы мерзімдегі тауар
-------	---------------------------	---------------------------

түрі	Базалық мерзім	Ағымдағы мерзім	бағасының базалық мерзіммен салыстырғандағы өзгерісі, %
А	970	900	+2,5
В	450	420	+3,5
С	1290	1320	-1,5

Осы мәліметтер бойынша бағаның гармониялық орташа индексін есептеу қажет.

**Шешуі:** Ол үшін алдымен әр тауар түрі үшін бағаның дара индексін анықтау керек.

$$i_{pA} = \frac{100 + 2,5}{100} = 1,025; \quad i_{pB} = \frac{100 + 3,5}{100} = 1,035; \quad i_{pC} = \frac{100 - 1,5}{100} = 0,985.$$

Енді бағаның гармониялық орташа индексін жоғарыда көрсетілген формула бойынша есептейміз:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1 q_1}{i_p}} = \frac{900 + 420 + 1320}{\frac{900}{1,025} + \frac{420}{1,035} + \frac{1320}{0,985}} = \frac{2640}{2623,9} = 1,006 \text{ немесе } 100,6\%.$$

Есептеу нәтижесі үш тауарды қоса есептегенде ағымдағы мерзімде тауарлар бағасы орташа есеппен 0,6 пайызға өскенін көрсетеді.

### 8.5. Орташа шамалардың индекстері

Көп жағдайда деңгейлері орташа шамалармен өрнектелетін құбылыстардың динамикасын зерттеу қажет болады. Орташа шамалардың динамикасы белгі варианттарының, сол сияқты олардың үлес салмақтарының, яғни зерттелетін құбылыс құрылымының қалай өзгергеніне байланысты болады. Мысалы, белгілі бір өнімнің орташа өзіндік құнына осы өнімнің әр түрлі кәсіпорындардағы өзіндік құнының өзгерісі ғана әсер етпейді, оған сонымен қатар осы өнім бойынша жалпы шығарылымдағы кәсіпорындардың үлесінің өзгеруі де ықпал етеді. Ал халықтың жан басына шаққандағы орташа табысы әр адамның табысына, сол сияқты табысы жоғары (төмен) адамдардың үлесіне байланысты анықталады. Орташа бағаның динамикасына сауда орындарындағы баға өзгерісімен қатар ағымдағы мерзімдегі жалпы сату құрылымындағы өзгерістер де әсер етеді. Бұл мысалдардың барлығы көрсеткіштің орташа шамасының өзгеруіне екі фактор әсер ететінін көрсетеді.

- 1) орташасы есептелетін көрсеткіш шамасының өзгеруі;
- 2) зерттелетін құбылыс құрылымының өзгеруі.

Орташа шамалар динамикасын зерттегенде осы аталған факторлардың әрқайсысының ықпалын анықтау міндеті қойылады. Бұл міндетті бір-бірімен байланысты мынадай индекстерді құру арқылы жүзеге асыруға болады:

- өзгермелі құрамды индекс;
- тұрақты құрамды индекс;
- құрылымдық өзгерістер индексі.

**Өзгермелі құрамды индекс** жоғарыда аталған екі фактордың әсерінен орташа шаманың қалай өзгергенін білдіреді. Оны көрсеткіштің ағымдағы мерзімдегі орташа деңгейін базалық мерзімдегі орташа деңгейге бөлу арқылы

анықтайды. Кез-келген сапалық көрсеткіш үшін өзгермелі құрамды индекс былай анықталады:

$$I_{\bar{x} \text{ өзг}} = \frac{\bar{x}_1}{\bar{x}_0} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} \div \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0},$$

мұндағы  $I_{\bar{x} \text{ өзг}}$  – көрсеткіштің өзгермелі құрамды индексі;

$\bar{x}_1, \bar{x}_0$  – көрсеткіштің ағымдағы және базалық мерзімдегі орташа шамалары. Оларды арифметикалық орташаның салмақталған түрі бойынша анықтайды.

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1}; \quad \bar{x}_0 = \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0}.$$

$x_1, x_0$  – орташасы есептелетін көрсеткіштің ағымдағы және базалық мерзімдегі деңгейлері;

$f_1, f_0$  – орташасы есептелетін көрсеткіштің ағымдағы және базалық мерзімдегі салмағы (жиілігі).

Орташа шамалардың индекстерін есептегенде индекс салмағының орнына жиынтық бірліктерінің үлес салмақтарын да қолдануға болады:

$$d_f = \frac{f}{\sum f},$$

мұндағы  $d_f$  – жиынтық бірліктерінің үлесі.

Жоғарыда көрсетілген өзгермелі құрамды индекс формуласын жиынтық бірліктерінің үлесі арқылы мынадай түрде де жазуға болады:

$$I_{\bar{x} \text{ өзг}} = \frac{\sum x_1 d_{f_1}}{\sum x_0 d_{f_0}},$$

мұндағы  $d_{f_1}, d_{f_0}$  – жиынтық бірліктерінің ағымдағы және базалық мерзімдегі үлес салмақтары.

$$d_{f_1} = \frac{f_1}{\sum f_1}; \quad d_{f_0} = \frac{f_0}{\sum f_0}.$$

Өзгермелі құрамды индекстің жалпы формуласын баға көрсеткіші үшін қолдансақ, онда мынадай формуланы алуға болады:

$$I_{\bar{p} \text{ өзг}} = \frac{\bar{p}_1}{\bar{p}_0} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} \div \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0},$$

мұндағы  $I_{\bar{p} \text{ өзг}}$  – бағаның өзгермелі құрамды индексі;

$\bar{p}_1, \bar{p}_0$  – ағымдағы және базалық мерзімдегі орташа бағалар;

$$\bar{p}_1 = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1}; \quad \bar{p}_0 = \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0}$$

$p_1, p_0$  – бағаның ағымдағы және базалық мерзімдегі деңгейлері;

$q_1, q_0$  – сатылған өнімдердің ағымдағы және базалық мерзімдегі физикалық көлемдері.

Сатылған өнімдегі сауда орындарының үлесі туралы мәліметтер белгілі болса, онда бағаның өзгермелі құрамды индексін былай да есептеуге болады:

$$I_{\bar{p} \text{ өзг}} = \frac{\sum p_1 d_{q1}}{\sum p_0 d_{q0}}$$

мұндағы  $d_{q1}, d_{q0}$  – ағымдағы және базалық мерзімде сатылған өнімдегі сауда орындарының үлесі.

$$d_{q1} = \frac{q_1}{\sum q_1}; \quad d_{q0} = \frac{q_0}{\sum q_0}$$

Бағаның өзгермелі құрамды индексі сауда орындарындағы тауар бағасының өзгеруіне және сатылым құрылымының өзгеруіне байланысты болған орташа баға өзгерісін көрсетеді.

Өнімнің өзіндік құнының өзгермелі құрамды индексін де осылай анықтайды.

$$I_{\bar{z} \text{ өзг}} = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_0} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum q_1} \div \frac{\sum z_0 q_0}{\sum q_0}$$

мұндағы  $I_{\bar{z} \text{ өзг}}$  – өзіндік құнның өзгермелі құрамды индексі;

$\bar{z}_1, \bar{z}_0$  – ағымдағы және базалық мерзімдегі өнімнің орташа өзіндік құны;

$$\bar{z}_1 = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum q_1}; \quad \bar{z}_0 = \frac{\sum z_0 q_0}{\sum q_0}$$

$z_1, z_0$  – өзіндік құнның ағымдағы және базалық мерзімдегі деңгейлері;

$q_1, q_0$  – ағымдағы және базалық мерзімде шығарылған өнімдердің физикалық көлемдері.

Жалпы шығарылған өнімдегі кәсіпорындардың үлесі белгілі болғанда, өзіндік құнның өзгермелі құрамды индексін былай анықтайды:

$$I_{\bar{z} \text{ өзг}} = \frac{\sum z_1 d_{q1}}{\sum z_0 d_{q0}}$$

мұндағы  $d_{q1}, d_{q0}$  – ағымдағы және базалық мерзімде шығарылған өнімдердегі кәсіпорындар үлесі.

Өзіндік құнының өзгермелі құрамды индексі әр кәсіпорындағы өнімнің өзіндік құнының өзгеруіне және шығарылған өнім құрылымының өзгеруіне байланысты орташа өзіндік құн қалай өзгергенін көрсетеді.

Көрсеткіштің орташа деңгейіне индекс салмағы құрылымындағы өзгерістер әсерін болдырмас үшін индекс салмағының деңгейі индекс қатынасының алымында да, бөлімінде де бірдей болуы керек. Орташа шаманың динамикасын жиынтықтың құрылымы тұрақты болғанда сипаттайтын индексті **тұрақты құрамды индекс** дейді. Тұрақты құрамды индексте индекс салмағы белгілі бір мерзім деңгейінде, әдетте ағымдағы мерзім деңгейінде белгіленеді. Тұрақты құрамды индекстің жалпы түрі төмендегі формулада көрсетілген:

$$I_{\bar{x} \text{ тұр}} = \frac{\bar{x}_1}{\bar{x}_{\text{ш}}} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} \div \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum x_0 f_1}$$

мұндағы  $I_{\bar{x}_{\text{тұр}}}$  – көрсеткіштің тұрақты құрамды индексі;

$\bar{x}_1$  – көрсеткіштің ағымдағы мерзімдегі орташа шамасы;

$\bar{x}_0$  – шартты орташа шама:

$$\bar{x}_0 = \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1}$$

Жиынтықтағы бірліктер үлесі арқылы тұрақты құрамды индексті былай анықтайлы:

$$I_{\bar{x}_{\text{тұр}}} = \frac{\sum x_1 df_1}{\sum x_0 df_1}$$

Тұрақты құрамды индекс ағымдағы мерзімде базалық мерзіммен салыстырғанда көрсеткіштің орташа деңгейі тек индексі есептелетін шаманың ( $\delta$ ) өзгеруіне байланысты қалай өзгергенін білдіреді.

Мысалы, бағаның тұрақты құрамды индексін мына формула бойынша анықтайды:

$$I_{\bar{p}_{\text{тұр}}} = \frac{\bar{p}_1}{\bar{p}_0} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} \div \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{\sum p_1 dq_1}{\sum p_0 dq_1},$$

мұндағы  $I_{\bar{p}_{\text{тұр}}}$  – бағаның тұрақты құрамды индексі;

$\bar{p}_1$  – ағымдағы мерзімдегі орташа баға;

$\bar{p}_0$  – шартты орташа баға:

$$\bar{p}_0 = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1}, \text{ бұл көрсеткіш тауарлар бағасы өзгермей базалық мерзім}$$

деңгейінде болса, орташа баға қандай болатынын білдіреді.

Сауда орындарының жалпы өнімдегі үлесі арқылы бағаның тұрақты құрамды индексі былай есептеледі:

$$I_{\bar{p}_{\text{тұр}}} = \frac{\sum p_1 dq_1}{\sum p_0 dq_1}$$

Бағаның тұрақты құрамды индексі сауда орындарындағы тауар бағасының өзгеруіне байланысты ағымдағы мерзімде базалық мерзіммен салыстырғанда орташа баға қалай өзгергенін көрсетеді.

Өнімнің өзіндік құнының тұрақты құрамды индексін анықтау үшін мына формула қолданылады:

$$I_{\bar{z}_{\text{тұр}}} = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_0} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum q_1} \div \frac{\sum z_0 q_1}{\sum q_1} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1} = \frac{\sum z_1 dq_1}{\sum z_0 dq_1},$$

мұндағы  $I_{\bar{z}_{\text{тұр}}}$  – өзіндік құнның тұрақты құрамды индексі;

$\bar{z}_1$  – ағымдағы мерзімдегі орташа өзіндік құн;

$\bar{z}_0$  – шартты өзіндік құнның орташасы (өнімнің өзіндік құны ағымдағы мерзімде өзгермей, базалық деңгейде сақталса, өзіндік құнның орташа шамасы қандай болатынын білдіретін шартты көрсеткіш):

$$\bar{z}_0 = \frac{\sum z_0 q_1}{\sum q_1}.$$

Өзіндік құнның тұрақты құрамды индексі кәсіпорындардағы өнімнің өзіндік құнының өзгеруіне байланысты ағымдағы мерзімде базалық мерзіммен салыстырғанда орташа өзіндік құн қалай өзгергенін көрсетеді.

Зерттелетін көрсеткіштің орташа деңгейінің өзгеруіне тек құрылымдық өзгерістердің тигізетін әсерін анықтау үшін **құрылымдық өзгерістер индексі**н қолданады. Құрылымдық өзгерістер индексінің жалпы формуласы мынадай түрде болады:

$$I_{\bar{x}_{\text{құр}}} = \frac{\bar{x}_{\text{ш}}}{\bar{x}_0} = \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} \div \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0} = \frac{\sum x_0 d f_1}{\sum x_0 d f_0},$$

мұндағы  $I_{\bar{x}_{\text{құр}}}$  – көрсеткіштің құрылымдық өзгерістер индексі;

$\bar{x}_0$  – шартты орташа шама ( $\bar{x}_0 = \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1}$ );

$\bar{x}_0$  – көрсеткіштің базалық мерзімдегі орташа шамасы.

Құрылымдық өзгерістер индексі ағымдағы мерзімде базалық мерзіммен салыстырғанда тек жиынтық құрылымының немесе индекс салмағының ( $f$ ) өзгеруіне байланысты көрсеткіштің орташа деңгейі қалай өзгергенін білдіреді.

Енді жоғарыда көрсетілген құрылымдық өзгерістер индексінің жалпы формуласы негізінде бағаның, өзіндік құнның құрылымдық өзгерістер индекстері қалай анықталатынын көрсетейік. Бағаның құрылымдық өзгерістер индексі мына формуламен есептеледі:

$$I_{\bar{p}_{\text{құр}}} = \frac{\bar{p}_{\text{ш}}}{\bar{p}_0} = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} \div \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{\sum p_0 d q_1}{\sum p_0 d q_0},$$

мұндағы  $I_{\bar{p}_{\text{құр}}}$  – бағаның құрылымдық өзгерістер индексі;

$\bar{p}_0$  – шартты бағаның орташасы ( $\bar{p}_0 = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1}$ );

$\bar{p}_0$  – бағаның базалық мерзімдегі орташа шамасы .

Бұл индекс сатылған тауарлар көлеміндегі құрылымдық өзгерістерге байланысты бағаның орташа деңгейі қалай өзгергенін білдіреді.

Өнімнің өзіндік құнының құрылымдық өзгерістер индексі бағаның құрылымдық өзгерістер индексіне ұқсас болады:

$$I_{\bar{z}_{\text{құр}}} = \frac{\bar{z}_{\text{ш}}}{\bar{z}_0} = \frac{\sum z_0 q_1}{\sum q_1} \div \frac{\sum z_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{\sum z_0 d q_1}{\sum z_0 d q_0},$$

мұндағы  $I_{\bar{z}_{\text{құр}}}$  – өзіндік құнның құрылымдық өзгерістер индексі;

$\bar{z}_0$  – шартты өзіндік құнның орташасы ( $\bar{z}_0 = \frac{\sum z_0 q_1}{\sum q_1}$ );

$\bar{z}_0$  – өзіндік құнның базалық мерзімдегі орташа шамасы.

Өнімнің өзіндік құнының құрылымдық өзгерістер индексі шығарылған өнім көлеміндегі құрылымдық өзгерістерге байланысты өзіндік құнның орташа деңгейі қалай өзгергенін білдіреді.

Сонымен, өзгермелі құрамды индекс көрсеткіштің орташа шамасына ықпал ететін екі фактордың ( $x, f$ ) әсерінен болған өзгерісті, тұрақты құрамды индекс тек индексі есептелетін шаманың ( $\delta$ ) ықпалын, ал құрылымдық өзгерістер индексі зерттелетін құбылыс құрылымының немесе индекс салмағының ( $f$ ) өзгеруі байланысты болған өзгерісті білдіреді. Сондықтан аталған индекстер өзара байланысты болады және олар индекстер жүйесін құрайды. Индекстер жүйесі нәтижелік көрсеткішке әсер ететін факторлардың ықпалын анықтауға, сол сияқты жүйедегі екі индекс белгілі болса, үшіншісін табуға мүмкіндік береді. Мысалы, көрсеткіштің өзгермелі құрамды индексін анықтау үшін тұрақты құрамды индексті құрылымдық өзгерістер индексіне көбейтеді:

$$I_{\bar{x} \text{ өзг}} = I_{\bar{x} \text{ тұр}} \times I_{\bar{x} \text{ құр}}$$

Осы формуланы индекстер арасындағы өзара байланыс формуласы дейді. Енді жоғарыда аталған индекстерді есептеуге мысал келтірейік.

**Мысал.** Екі кәсіпорында шығарылған бірдей өнімнің физикалық көлемі мен өзіндік құны туралы мынадай мәліметтер берілген (8.8-кесте):

8.8-кесте

#### Кәсіпорындар өнімінің көлемі мен өзіндік құны

Кәсіпорын нөмірі	Шығарылған өнім саны, мың дана		Өнімнің өзіндік құны, теңге		Шығарылған өнімдегі әр кәсіпорынның үлесі		өзіндік құн өзгерісі $i_z = z_1 : z_0$
	Базалық мерзім, $q_0$	Есепті мерзім, $q_1$	Базалық мерзім, $z_0$	Есепті мерзім, $z_1$	Базалық мерзім, $d_{q_0}$	Есепті мерзім $d_{q_1}$	
1	40	42	300	295	0,40	0,35	0,983
2	60	78	280	270	0,60	0,65	0,964
Барлығы	100	120	-	-	1,00	1,00	0,968

Осы мәліметтер бойынша өзіндік құнның өзгермелі құрамды, тұрақты құрамды, құрылымдық өзгерістер индекстерін есептеу қажет.

#### Шешуі:

1. Өзіндік құнның өзгермелі құрамды индексі:

$$I_{\bar{z} \text{ өзг}} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum q_1} \div \frac{\sum z_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{295 \times 42 + 270 \times 78}{42 + 78} \div \frac{300 \times 40 + 280 \times 60}{40 + 60} = 0,968 \text{ (96,8\%)}$$

Жалпы шығарылған өнімдегі кәсіпорындардың үлесін алдын-ала есептеп алып, өзіндік құнның өзгермелі құрамды индексін былай да анықтауға болады:

$$I_{\bar{z} \text{ өзг}} = \frac{\sum z_1 d_{q_1}}{\sum z_0 d_{q_0}} = \frac{295 \times 0,35 + 270 \times 0,65}{300 \times 0,4 + 280 \times 0,6} = 0,968$$

Есептеулер нәтижесі әр кәсіпорындағы өнімнің өзіндік құнының өзгеруіне және жалпы шығарылған өнім құрылымының өзгеруіне байланысты өнімнің орташа өзіндік құны 3,2 пайызға төмендегенін көрсетеді.



2. Өзіндік құнның тұрақты құрамды индексі:

$$I_{\bar{z}_{\text{тұр}}} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum q_1} \div \frac{\sum z_0 q_1}{\sum q_1} = \frac{295 \times 42 + 270 \times 78}{42 + 78} \div \frac{300 \times 42 + 280 \times 78}{42 + 78} = 0,971 \text{ (97,1\%)}$$

Осы индексті былай да анықтауға болады:

$$I_{\bar{z}_{\text{тұр}}} = \frac{\sum z_1 dq_1}{\sum z_0 dq_1} = \frac{295 \times 0,35 + 270 \times 0,65}{300 \times 0,35 + 280 \times 0,65} = 0,971$$

Бұл екі кәсіпорындағы өнімнің өзіндік құнының өзгеруіне байланысты ағымдағы мерзімде базалық мерзіммен салыстырғанда орташа өзіндік құн 2,9 пайызға төмендегенін көрсетеді.

3. Өзіндік құнның құрылымдық өзгерістер индексі:

$$I_{\bar{z}_{\text{өзг}}} = \frac{\sum z_0 q_1}{\sum q_1} \div \frac{\sum z_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{300 \times 42 + 280 \times 78}{42 + 78} \div \frac{300 \times 40 + 280 \times 60}{40 + 60} = 0,997 \text{ (99,7\%)}$$

Жалпы шығарылған өнімдегі әр кәсіпорынның үлесінің өзгеруіне байланысты орташа өзіндік құн 0,3 пайызға төмендеді.

4. Индекстер жүйесінің өзара байланысы бойынша есептеулер нәтижесін тексеру:

$$I_{\bar{z}_{\text{өзг}}} = I_{\bar{z}_{\text{тұр}}} \times I_{\bar{z}_{\text{құр}}} = 0,971 \times 0,997 = 0,968$$

## 8.6. Базалық және тізбекті индекстер

Біз осы уақытқа дейін экономикалық құбылыстардың өзгерісін екі мерзімнің мәліметтерін салыстыру арқылы қарастырдық. Бірақ көптеген жағдайда әлеуметтік-экономикалық құбылыстар дамуын зерттеу үшін бірнеше уақыт мерзімін қамту қажет болады. Мұндайда құбылыс өзгерісін сипаттайтын индекстер жүйесі құрылады. Салыстыру негізіне байланысты индекстер **базалық** және **тізбекті** деп екіге бөледі. Базалық индекстер жүйесінде индекс есептелетін көрсеткіштің деңгейлері базалық мерзім деңгейімен, ал тізбекті индекстер жүйесінде индекс есептелетін көрсеткіш деңгейі алдыңғы мерзім деңгейімен салыстырылады. Қандай жүйені таңдау қажет екендігі экономикалық талдау міндетіне байланысты болады. Базалық және тізбекті индекстер дербес немесе жалпы болуы мүмкін.

Базалық дербес индекстер зерттелетін құбылыс дамуындағы жалпы үрдісті айқындаса, тізбекті дербес индекстер құбылыс деңгейлерінің уақытқа байланысты өзгеруін толық көрсетеді. Базалық және тізбекті дербес индекстерді құру принципін баға индексі негізінде көрсетейік. Зерттеу жүргізілетін уақыт мерзімін 0,1,2,3,... n деп белгілесек, онда **бағаның базалық дербес индекстері** былай анықталады:

$$i_{p1/0} = \frac{P_1}{P_0}; i_{p2/0} = \frac{P_2}{P_0}; i_{p3/0} = \frac{P_3}{P_0}; \dots; i_{pn/0} = \frac{P_n}{P_0}.$$

Ал бағаның **тізбекті дербес индекстерін** анықтау үшін төмендегі формулаларды қолданады:

$$i_{p1/0} = \frac{P_1}{P_0}; i_{p2/1} = \frac{P_2}{P_1}; i_{p3/2} = \frac{P_3}{P_2}; \dots; i_{pn/n-1} = \frac{P_n}{P_{n-1}}.$$

Базалық және тізбекті дербес индекстер арасында мынадай байланыс бар:

$$\frac{P_1}{P_0} \cdot \frac{P_2}{P_1} \cdot \frac{P_3}{P_2} \cdot \dots \cdot \frac{P_{n-1}}{P_{n-2}} \cdot \frac{P_n}{P_{n-1}} = \frac{P_n}{P_0},$$

яғни, тізбекті индекстердің көбейтіндісі соңғы мерзімнің базалық индексіне тең болады. Егер базалық индекстер тізбегі белгілі болса, онда тізбекті индекстерді былай анықтайды:

$$i_{p2/1} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_0} \div \frac{P_1}{P_0}; i_{p3/2} = \frac{P_3}{P_2} = \frac{P_3}{P_0} \div \frac{P_2}{P_0}; i_{p4/3} = \frac{P_4}{P_3} = \frac{P_4}{P_0} \div \frac{P_3}{P_0}; \dots$$

Басқа экономикалық көрсеткіштердің де дербес индекстері осылай құрылады.

Егер зерттелетін көрсеткіштің жалпы индекстерінің қатары құрылатын болса, ол қатардағы индекстердің салмағы не тұрақты, не өзгермелі болады. Енді базалық және тізбекті жалпы индекстерді бағаның және физикалық көлемнің агрегаттық индекстері негізінде қарастырайық.

**Индекс салмағы өзгермелі** болған жағдайда **бағаның базалық индекстері** төмендегі формуламен анықталады:

$$I_{p1/0} = \frac{\sum P_1 q_1}{\sum P_0 q_1}; I_{p2/0} = \frac{\sum P_2 q_2}{\sum P_0 q_2}; \dots; I_{pn/0} = \frac{\sum P_n q_n}{\sum P_0 q_n}.$$

Ал **индекс салмағы тұрақты** болғанда **бағаның базалық индекстерін** былай есептейді:

$$I_{p1/0} = \frac{\sum P_1 q_0}{\sum P_0 q_0}; I_{p2/0} = \frac{\sum P_2 q_0}{\sum P_0 q_0}; \dots; I_{pn/0} = \frac{\sum P_n q_0}{\sum P_0 q_0}.$$

**Бағаның тізбекті индекстерін** мына формулалармен анықтайды:

а) индекс салмағы өзгермелі болғанда:

$$I_{p1/0} = \frac{\sum P_1 q_1}{\sum P_0 q_1}; I_{p2/1} = \frac{\sum P_2 q_2}{\sum P_1 q_2}; \dots; I_{pn/n-1} = \frac{\sum P_n q_n}{\sum P_{n-1} q_n}.$$

б) индекс салмағы тұрақты болғанда:

$$I_{p1/0} = \frac{\sum P_1 q_0}{\sum P_0 q_0}; I_{p2/1} = \frac{\sum P_2 q_0}{\sum P_1 q_0}; \dots; I_{pn/n-1} = \frac{\sum P_n q_0}{\sum P_{n-1} q_0}.$$

Экономикалық талдауларда тұрақты салмақты индекстерді қолданғанда индекс мәніне құрылымдық өзгерістер әсер етпейді және мұндай қатарда (тұрақты салмақты агрегаттық индекстер қатарында) базалық және тізбекті индекстердің өзара байланысы сақталады. Мысалы, бағаның базалық және тізбекті агрегаттық индекстері арасындағы байланысты мынадай түрде көрсетуге болады:

$$\frac{\sum P_1 q_0}{\sum P_0 q_0} \cdot \frac{\sum P_2 q_0}{\sum P_1 q_0} \cdot \frac{\sum P_3 q_0}{\sum P_2 q_0} \cdot \dots \cdot \frac{\sum P_{n-1} q_0}{\sum P_{n-2} q_0} \cdot \frac{\sum P_n q_0}{\sum P_{n-1} q_0} = \frac{\sum P_n q_0}{\sum P_0 q_0}.$$

Басқа көрсеткіштердің агрегаттық индекстері де осылай құрылады. Мысалы, **физикалық көлемнің базалық индекстерін** былай есептейді:

$$I_{q1/0} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}; \quad I_{q2/0} = \frac{\sum q_2 p_0}{\sum q_0 p_0}; \quad \dots; \quad I_{qn/0} = \frac{\sum q_n p_0}{\sum q_0 p_0}.$$

Ал осы көрсеткіштің **тізбекті индекстері** төмендегі формулалар арқылы анықталады:

$$I_{q1/0} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}; \quad I_{q2/1} = \frac{\sum q_2 p_0}{\sum q_1 p_0}; \quad \dots; \quad I_{qn/n-1} = \frac{\sum q_n p_0}{\sum q_{n-1} p_0}.$$

Енді базалық және тізбекті индекстерді анықтауға мысал келтірейік.

**Мысал.** Кәсіпорынның ағымдағы жылы өткізген өнімдерінің көлемі мен бағасы туралы мынадай мәліметтер берілген (8.9-кесте):

8.9-кесте

### Кәсіпорынның өткізген өнімдерінің көрсеткіштері

Өнім үрі	Өткізілген өнім саны, дана			Өнім бірлігінің бағасы, мың теңге		
	I тоқсан $q_0$	II тоқсан $q_1$	III тоқсан $q_2$	I тоқсан $p_0$	II тоқсан $p_1$	III тоқсан $p_2$
A	120	140	160	55	57	59
B	250	260	270	62	62	64
C	450	450	500	35	37	40

Осы мәліметтер бойынша өнімнің физикалық көлемінің және бағаның базалық және тізбекті индекстерін есептеңіздер.

#### Шешуі:

1. Өнімнің физикалық көлемінің дербес индекстерін есептейміз.

а) базалық индекстер:

$$\text{A өнімі үшін: } i_{q1/0} = \frac{q_1}{q_0} = \frac{140}{120} = 1,167; \quad i_{q2/0} = \frac{q_2}{q_0} = \frac{160}{120} = 1,333 .$$

$$\text{B өнімі үшін: } i_{q1/0} = \frac{q_1}{q_0} = \frac{260}{250} = 1,040; \quad i_{q2/0} = \frac{q_2}{q_0} = \frac{270}{250} = 1,080 .$$

$$\text{C өнімі үшін: } i_{q1/0} = \frac{q_1}{q_0} = \frac{450}{450} = 1,0; \quad i_{q2/0} = \frac{q_2}{q_0} = \frac{500}{450} = 1,111 .$$

б) тізбекті индекстер:

$$\text{A өнімі үшін: } i_{q1/0} = \frac{q_1}{q_0} = \frac{140}{120} = 1,167; \quad i_{q2/1} = \frac{q_2}{q_1} = \frac{160}{140} = 1,143 .$$

$$\text{B өнімі үшін: } i_{q1/0} = \frac{q_1}{q_0} = \frac{260}{250} = 1,040; \quad i_{q2/1} = \frac{q_2}{q_1} = \frac{270}{260} = 1,038 .$$

$$\text{C өнімі үшін: } i_{q1/0} = \frac{q_1}{q_0} = \frac{450}{450} = 1,0; \quad i_{q2/1} = \frac{q_2}{q_1} = \frac{500}{450} = 1,111 .$$

2. Өнімнің физикалық көлемінің агрегаттық индекстерін есептейміз.

а) базалық индекстер:

$$I_{q1/0} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{140 \cdot 55 + 260 \cdot 62 + 450 \cdot 35}{120 \cdot 55 + 250 \cdot 62 + 450 \cdot 35} = \frac{39570}{37850} = 1,045 \quad (104,5\%).$$

Бұл үш өнімді қоса есептегенде кәсіпорынның екінші тоқсанда өткізген өнімінің көлемі бірінші тоқсанмен салыстырғанда 4,5 пайызға артқанын көрсетеді.

$$I_{q2/0} = \frac{\sum q_2 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{160 \cdot 55 + 270 \cdot 62 + 500 \cdot 35}{120 \cdot 55 + 250 \cdot 62 + 450 \cdot 35} = \frac{43040}{37850} = 1,137 \quad (113,7\%).$$

Үш өнімді қоса есептегенде кәсіпорынның үшінші тоқсанда өткізген өнімінің көлемі бірінші тоқсанмен салыстырғанда 13,7 пайызға артты.

б) тізбекті индекстер;

$$I_{q1/0} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{140 \cdot 55 + 260 \cdot 62 + 450 \cdot 35}{120 \cdot 55 + 250 \cdot 62 + 450 \cdot 35} = \frac{39570}{37850} = 1,045$$

(104,5%).

$$I_{q2/1} = \frac{\sum q_2 p_0}{\sum q_1 p_0} = \frac{160 \cdot 55 + 270 \cdot 62 + 500 \cdot 35}{140 \cdot 55 + 260 \cdot 62 + 450 \cdot 35} = \frac{43040}{39570} = 1,088$$

(108,8%).

Кәсіпорынның үшінші тоқсанда өткізген өнімінің көлемі екінші тоқсанмен салыстырғанда 8,8 пайызға артты.

в) базалық және тізбекті агрегаттық индекстер арасындағы өзара байланыс:

$$I_{q2/0} = I_{q1/0} \cdot I_{q2/1} = 1,137 = 1,045 \cdot 1,088.$$

3. Өнім бағасының дербес индекстерін есептейміз.

а) базалық индекстер:

$$\text{А өнімі үшін: } i_{p1/0} = \frac{p_1}{p_0} = \frac{57}{55} = 1,036; \quad i_{p2/0} = \frac{p_2}{p_0} = \frac{59}{55} = 1,073 .$$

$$\text{В өнімі үшін: } i_{p1/0} = \frac{p_1}{p_0} = \frac{62}{62} = 1,0; \quad i_{p2/0} = \frac{p_2}{p_0} = \frac{64}{62} = 1,032$$

$$\text{С өнімі үшін: } i_{p1/0} = \frac{p_1}{p_0} = \frac{37}{35} = 1,057; \quad i_{p2/0} = \frac{p_2}{p_0} = \frac{40}{35} = 1,143 .$$

б) тізбекті индекстер;

$$\text{А өнімі үшін: } i_{p1/0} = \frac{p_1}{p_0} = \frac{57}{55} = 1,036; \quad i_{p2/1} = \frac{p_2}{p_1} = \frac{59}{57} = 1,035 .$$

$$\text{В өнімі үшін: } i_{p1/0} = \frac{p_1}{p_0} = \frac{62}{62} = 1,0; \quad i_{p2/1} = \frac{p_2}{p_1} = \frac{64}{62} = 1,032 .$$

$$\text{С өнімі үшін: } i_{p1/0} = \frac{p_1}{p_0} = \frac{37}{35} = 1,057; \quad i_{p2/1} = \frac{p_2}{p_1} = \frac{40}{37} = 1,081 .$$

4. Өнім бағасының агрегаттық индекстерін есептейміз.

а) базалық индекстер (индекс салмағы өзгермелі болғанда):

$$I_{p1/0} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{57 \cdot 140 + 62 \cdot 260 + 37 \cdot 450}{55 \cdot 140 + 62 \cdot 260 + 35 \cdot 450} = \frac{40750}{39570} = 1,030 \quad (103,0\%).$$

Барлық өткізілген өнімді қоса есептегенде кәсіпорын өнімдерінің бағасы екінші тоқсанда бірінші тоқсанмен салыстырғанда 3,0 пайызға қымбаттады.

$$I_{p2/0} = \frac{\sum p_2 q_2}{\sum p_0 q_2} = \frac{59 \cdot 160 + 64 \cdot 270 + 40 \cdot 500}{55 \cdot 160 + 62 \cdot 270 + 35 \cdot 500} = \frac{46720}{43040} = 1,086 \quad (108,6\%).$$

Бұл барлық өткізілген өнімді қоса есептегенде кәсіпорын өнімдерінің бағасы үшінші тоқсанда бірінші тоқсанмен салыстырғанда 8,6 пайызға қымбаттағанын көрсетеді.

б) тізбекті индекстер (индекс салмағы өзгермелі болғанда);

$$I_{p1/0} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{57 \cdot 140 + 62 \cdot 260 + 37 \cdot 450}{55 \cdot 140 + 62 \cdot 260 + 35 \cdot 450} = \frac{40750}{39570} = 1,030 \quad (103,0\%).$$

$$I_{p2/1} = \frac{\sum p_2 q_2}{\sum p_1 q_2} = \frac{59 \cdot 160 + 64 \cdot 270 + 40 \cdot 500}{57 \cdot 160 + 62 \cdot 270 + 37 \cdot 500} = \frac{46720}{44360} = 1,053 \quad (105,3\%).$$

Соңғы индексті есептеу нәтижесі барлық өткізілген өнімді қоса есептегенде кәсіпорын өнімдерінің бағасы үшінші тоқсанда екінші тоқсанмен салыстырғанда 5,3 пайызға қымбаттағанын көрсетеді.

## 8.7. Маңызды экономикалық индекстер

Индекстердің ішінде тұтыну бағаларының индексі, жалпы шығарылған өнімнің көлем индексі, жалпы ішкі өнімнің дефляторы, адам дамуы индексі (АДИ), кедейшілік индексі, Нью-Йорк қор биржасындағы акциялар құнының индексі (Доу Джонс индексі) т.б. маңызды индекстер әлеуметтік-экономикалық құбылыстардың өзгерістерін, ел экономикасының дамуын талдауда жиі қолданылады.

Тұтыну бағаларының индексі баға өзгеріп, ал тұтыну деңгейі базалық мерзімдегідей болған жағдайда ағымдағы мерзімде тұтыну шығындары қалай өзгеретінін білдіреді, басқаша айтқанда, бұл индекс халықтың жеке тұтынуы үшін сатып алған тауарлары мен тұтынған қызметтерінің бағалары уақытқа байланысты қалай өзгергенін сипаттайды. Тұтыну бағаларының индексі Ласпейрес формуласы бойынша анықтайды:

$$I_{\text{Ласпейрес}} = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}$$

мұндағы  $\sum p_1 q_0$  – ағымдағы мерзім бағасымен есептегенде базалық мерзімдегі тауар айналымы қандай болатынын көрсететін шартты шама;

$\sum p_0 q_0$  – базалық мерзімдегі нақты тауар айналымы.

Жалпы шығарылған өнімнің көлем индексі экономикалық өсуді бағалау үшін, экономикадағы құрылымдық өзгерістерді талдау үшін, экономикалық үдерістерге болжам жасау үшін қолданылады: