Лекция 4

Изотермический процесс. Представляет собой термодинамический процесс подвода или отвода теплоты при сохранении постоянной температуры. Уравнение процесса $T = const$.

Из уравнения Клайперона $Pv = RT$ при условии $T = const$, получаем выражение для определения взаимосвязи изменения параметров

$Pv = RT = const$.

Графическое изображение изотермического процесса в координатах P-V представлено на рисунке 4.

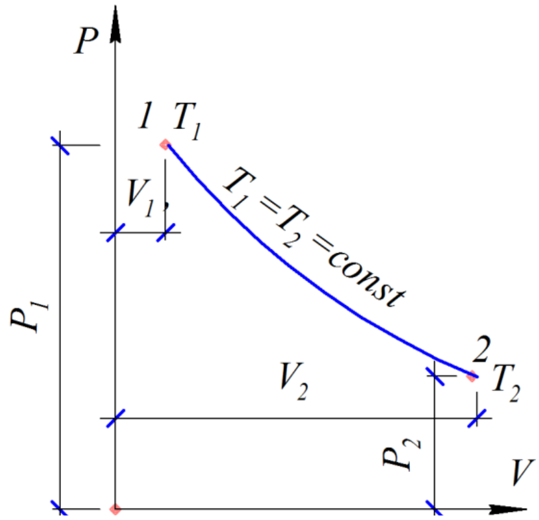

Рисунок 4 – Изотермический процесс

Рассматривая начальное и конечное состояние рабочего тела при изотермическом подводе или отводе теплоты $P_1v_1 = RT_1$ и $P_2v_2 = RT_2$ при условии $T_1 = T_2$, получим зависимость параметров процессе перехода 1-2,

$P_1v_1 = P_2v_2 = Pv = RT = const$

Отсюда

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{v_2}{v_1}.$$

В изотермическом процессе расширенияс подводом теплоты объемное состояние увеличивается обратно пропорционально снижению давлению.

При протекании изотермического процесса сжатия (с уменьшением объема), идет процесс отвода теплоты с повышением давления пропорционально уменьшению объемного состояния.

Изменение внутренней энергии определится согласно общему для всех процессов выражения

$$\Delta u = u_2 - u_1 = c_v \cdot (T_2 - T_1).$$

При $T = const$, $\Delta T = 0$ и $\Delta u = 0$.

Внешняя работа газа определится согласно общему уравнению из выражения

$$l = P\int_1^2 dv = P \cdot (v_2 - v_1)$$

Из выражения $P_1 v_1 = P_2 v_2 = Pv = const$ получаем

$$P = \frac{P_1 v_1}{v}$$ и

$$l = P\int_1^2 dv = P_1 \cdot v_1 \cdot \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{v} = P_1 v_1 \cdot \ln\frac{v_2}{v_1}.$$

Количество подведенной теплоты q равно

$q = \Delta u + l$. $\Delta u = 0$ и соответственно

$$q = l.$$

Изменение энтальпии i равно

$$i_2 - i_1 = c_p \cdot (T_2 - T_1) = 0.$$

Изменение энтропии ΔS определяем из общего выражения для определения изменения энтропии

$$dS = c_v \cdot \frac{dT}{T} + R \cdot \frac{dv}{v},$$ или

$$S_2 - S_1 = R \cdot \ln\frac{V_2}{V_1} = R \cdot \ln\frac{P_1}{P_2}.$$

Полученные результаты в полном объеме позволяют характеризовать изотермический процесс.

Адиабатный процесс. Представляет собой термодинамический процесс, протекающий без подвода и без отвода теплоты, без тепло обмена, $dq = 0$. Уравнение адиабатного процесса выводим из уравнения первого закона термодинамики при $dq = 0$ и q=0.

$$c_p \cdot dT - vdp = 0 \quad \text{и} \qquad c_v \cdot dT + P \cdot dv = 0$$

Разделив первое выражение первого закона термодинамики на второе, получим

$$\frac{c_p dT}{c_v dT} = -\frac{vdP}{Pdv} \quad \text{или}$$

$$\frac{dP}{P} = -\frac{c_p}{c_v} \cdot \frac{dv}{v} = -k \cdot \frac{dv}{v}$$

Проинтегрируем последнее выражение

$$\int_{P_1}^{P_2} \frac{dP}{P} = -k \cdot \int_{V_1}^{V_2} \frac{dv}{v} \quad \text{и соответственно} \quad \ln\frac{P_2}{P_1} = k \cdot \ln\frac{v_1}{v_2},$$

после потенцирования получаем

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^k \quad \text{или} \quad P_1 v_1^k = P_2 v_2^k \quad \text{и окончательно}$$

$P_1 v_1^k = P_2 v_2^k = Pv^k = const$ – уравнение адиабатного процесса.

Соответственно соотношение параметров из анализа уравнений начального и конечного состояния $P_1 v_1^k = P_2 v_2^k = const$ составит

$$\frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^k \quad \text{и} \quad \frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1}{k}},$$

используя приведенные выше соотношения и соотношения уравнения состояния для крайних точек $P_1 v_1 = RT_1$ и $P_2 v_2 = RT_2$, можно записать

$$\frac{P_1}{P_2} \cdot \frac{v_1}{v_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad \text{или}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{P_1}{P_2} \cdot \frac{v_1}{v_2} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^k \cdot \frac{v_1}{v_2} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{k-1},$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{k-1} \quad \text{или} \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k-1}.$$

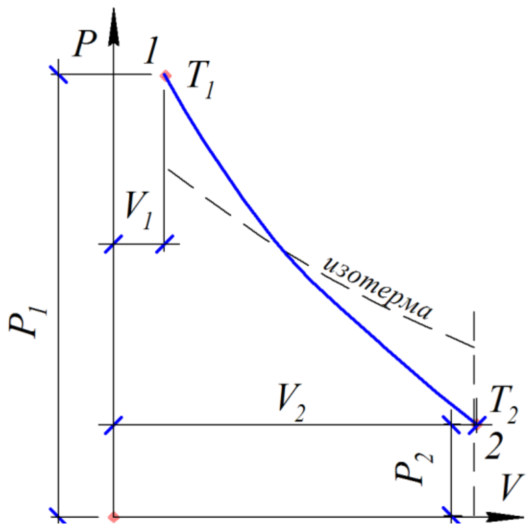

Рисунок 5 – Адиабатный процесс

Также замещая отношение $\frac{v_1}{v_2}$, получаем

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{k-1}{k}} \quad \text{или} \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}$$

Изменение внутренней энергии определится согласно общему для всех процессов выражения

$$\Delta u = u_2 - u_1 = c_v \cdot (T_2 - T_1).$$

Внешняя работа газа определится согласно общему уравнению из выражения

$$l = P\int_1^2 dv = P\cdot(v_2 - v_1)$$

Из уравнения адиабаты $P_1v_1^k = P_2v_2^k = Pv^k = const$ получаем

$$P = \frac{P_1v_1^k}{v^k}$$ и

$$l = P\int_1^2 dv = P_1\cdot v_1^k\cdot\int_{v_1}^{v_2}\frac{dv}{v^k} = \frac{1}{k-1}\cdot\left(\frac{P_1v_1^k}{v_1^{k-1}} - \frac{P_2v_2^k}{v_2^{k-1}}\right) = \frac{1}{k-1}\cdot(P_1v_1 - P_2v_2)$$

Количество подведенной теплоты q равно

$q = -\Delta u + l$. $q = 0$ и соответственно $\Delta u = l$.

Изменение энтальпии i равно

$$i_2 - i_1 = c_p\cdot(T_2 - T_1).$$

Изменение энтропии ΔS определяется из общего выражения для определения изменения энтропии

$$dS = \frac{dq}{T}, \qquad dq = 0 \qquad \text{и} \qquad \Delta S = S_2 - S_1 = 0.$$

Полученные результаты в полном объеме позволяют характеризовать адиабатный процесс.

Политропные процессы. Рассмотренные нами термодинамические процессы, как просто заметить, имеют свои определенные физические признаки:

– термодинамический процесс протекает при сохранении в рабочем объеме постоянного давления;

– протекание термодинамического процесса без изменения объема;

– протекание термодинамического процесса при сохранении температурного состояния;

– термодинамический процесс протекает без подвода или отвода тепловой энергии, и совершается только за счет использования внутренней энергетической составляющей.

При реализации таких процессов в рабочем цикле энергетических установок появляются сложности, поддержки постоянной температуры, обеспечить условия изоляции системы от теплообмена с внешней средой. Вместе с тем существует множество термодинамических процессов, не подходящие по условиям к ранее рассмотренным, но имеют свои признаки сохранения отдельных параметров. Таким параметром можно принять, параметр сохранения в процессе постоянным значение теплоемкости. Обозначим его как $c_n = const$. Значение теплоемкости для отдельных процессов может быть самым различным, но сохраняется постоянным на протяжении процесса. Протекание таких процессов, как правило, в своем большинстве, происходит с присутствием теплообмена (за исключением частного случая условно адиабатного), что и определяет их разнообразный характер. Такие процессы получили название политропного, а графическую линию процесса – называем линией политропного процесса.

Уравнение такого процесса также можно получить на основе анализа общего уравнение первого закона термодинамики

$$dq = c_n \cdot dT = c_p dT - vdp \quad \text{и} \quad dq = c_n \cdot dT = c_v dT + pdv,$$

где c_n – теплоемкость рабочего тела в политропном процессе.

Выполнив простые преобразования типа

$$c_n \cdot dT - c_p dT = -vdp \quad \text{и} \quad c_n \cdot dT - c_v dT = pdv$$

и разделив первое выражение на второе, получим

$$\frac{c_n - c_p}{c_n - c_v} = -\frac{vdp}{pdv}.$$

Выражение $\frac{c_n - c_p}{c_n - c_v}$ обозначим через n, т. е. $\frac{c_n - c_p}{c_n - c_v} = n$,

Тогда

$$n = -\frac{vdp}{pdv}.$$

Разделив переменные получим

$$n \cdot \frac{dv}{v} = -\frac{dp}{p}.$$

Проинтегрируем и получим

$$\lg\frac{P_1}{P_2} = n\lg\frac{V_2}{V1} \quad \text{или} \quad \frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^n,$$

отсюда

$$p_1 \cdot v_1{}^n = p_2 \cdot v_2{}^n = Pv^n = const -$$

это и есть уравнение политропного процесса, при $c_n = const$.

Из выражения $\frac{c_n - c_p}{c_n - c_v} = n$ определяем

$$c_n = c_v \cdot \frac{n-k}{n-1}.$$

Рассматривая уравнение $c_n = c_v \cdot \frac{n-k}{n-1}$,и $Pv^n = const$ получаем , при

$n = \pm\infty$, $c_n = c_v$, изохорный процесс,

при $n = 0$, $c_n = c_v k = c_p$, $P = const$,изобарный процесс,

при $n = 1$, $c_n = \pm\infty$, $Pv = const$,изотермический процесс,

при $n = k$, , $c_n = 0$, $dq = c_n dT = 0$, процесс адиабатный.

То есть, каждый из рассмотренных процессов является частным случаем политропного процесса.

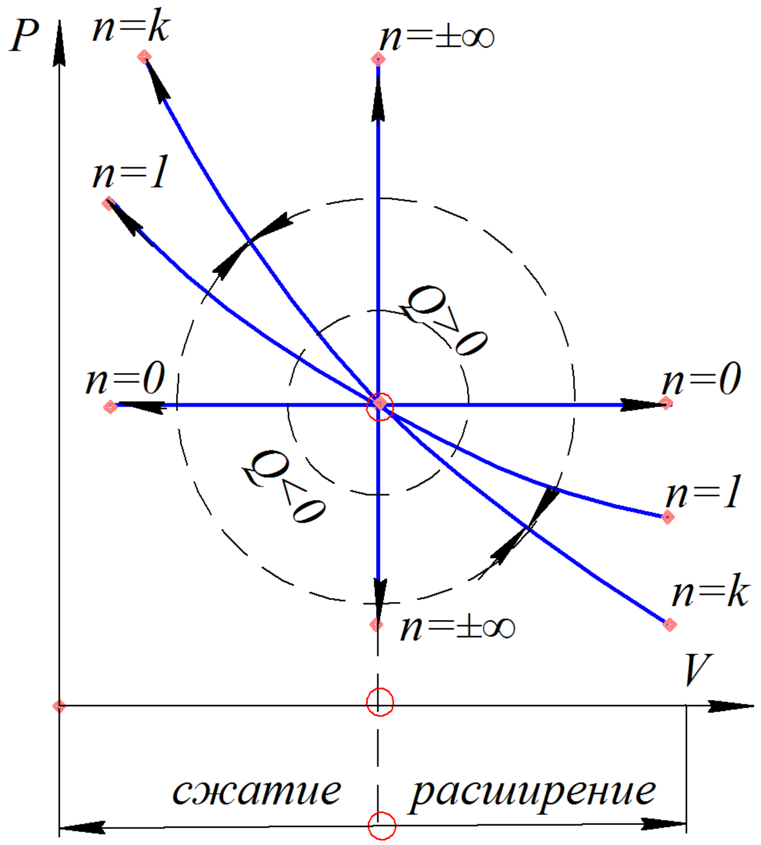

Рисунок 6 – Политропные процессы в координатах P-V

Из соотношения $P_1 v_1^n = P_2 v_2^n = P v^n = const$, получаем взаимосвязь параметров при совершении любого политропного процесса.

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^n;$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{n-1};$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}.$$

Изменение внутренней энергии определяется из общего выражения

$$\Delta u = u_2 - u_1 = c_v \cdot (T_2 - T_1).$$

Внешняя работа газа определится согласно общему уравнению из выражения

$$l = P\int_{1}^{2} dv = P \cdot (v_2 - v_1)$$

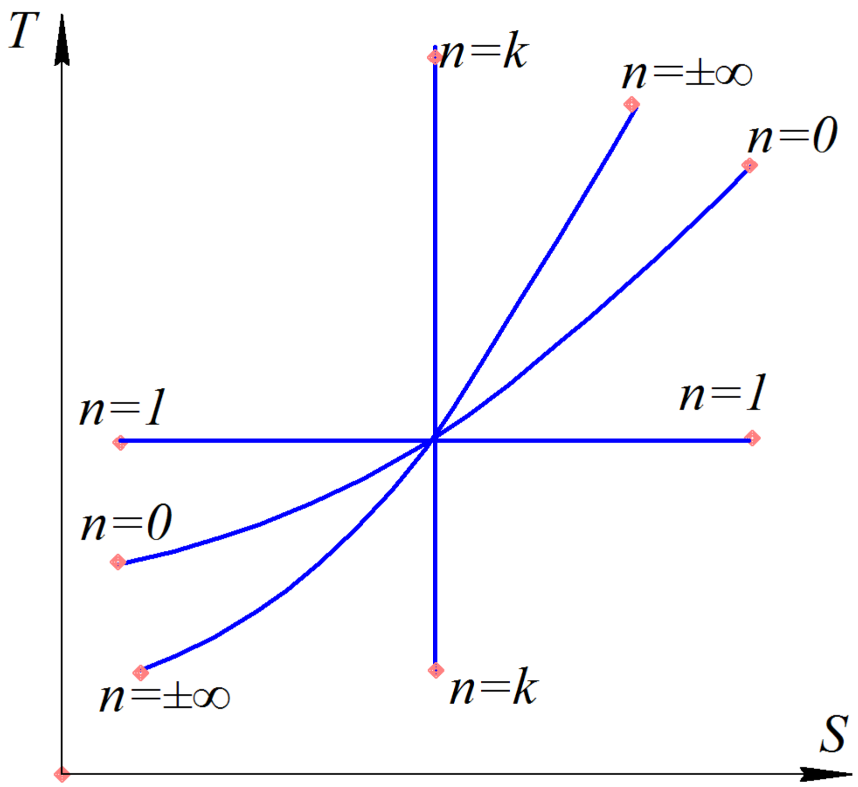

Рисунок 7 –Политропные процессы в координатах T-S

Из уравнения политропного процесса $P_1v_1^n = P_2v_2^n = Pv^n = const$ получаем

$$P = \frac{P_1 v_1^n}{v^n}$$

и

$$l = P\int_{1}^{2} dv = P_1 \cdot v_1^n \cdot \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{v^n} = \frac{1}{n-1} \cdot \left(\frac{P_1 v_1^n}{v_1^{n-1}} - \frac{P_2 v_2^n}{v_2^{n-1}} \right) = \frac{1}{n-1} \cdot (P_1 v_1 - P_2 v_2)$$

Количество подведенной теплоты q равно

$$q = c_n\left(T_2 - T_1\right) = c_v \cdot \frac{n-k}{n-1}\left(T_2 - T_1\right).$$

Изменение энтальпии i равно

$$i_2 - i_1 = c_p \cdot \left(T_2 - T_1\right) = c_v \frac{n-k}{n-1} \cdot \left(t_2 - t_1\right) + \frac{n}{n-1}\left(P_1 v_1 - P_2 v_2\right).$$

Изменение энтропии ΔS определяем из общего выражения для определения изменения энтропии

$$dS = \frac{dq}{T} \quad ,$$

и

$$\Delta S = S_2 - S_1 = c_v \cdot \frac{n-k}{n-1} \ln \frac{T_2}{T_1} \quad .$$

Значение показателя политропного процесса $\boldsymbol{n}$, то есть для любого процесса, можно определить из любой зависимости взаимосвязи параметров

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^n; \; n = \frac{\ell g \, \dfrac{P_1}{P_2}}{\ell g \, \dfrac{v_2}{v_1}} \; .$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{n-1} \quad ; \quad n = 1 + \frac{\ell g \, \dfrac{T_2}{T_1}}{\ell g \, \dfrac{v_1}{v_2}}$$