1.Прямые на плоскости и в пространстве. Различные виды уравнений прямых, их взаимное расположение. Расстояние от точки до прямой. Кривые второго порядка

Вопросы

1. Уравнение линии на плоскости.
2. Прямая на плоскости.
3. Основные виды уравнений прямой на плоскости (одно из них вывести).
4. Условия параллельности и перпендикулярности прямой на плоскости.
5. Угол между двумя прямыми.

Прямая на плоскости

В декартовой прямоугольной системе координат OXY на плоскости любая прямая может быть задана уравнением в виде

$$Ax + By + C = 0$$

где коэффициенты **n** = (A,B) - координаты вектора перпендикулярного к заданной прямой. Этот вектор называют нормальным вектором прямой. Если $B \neq 0$, то уравнение прямой на плоскости можно представить в виде

$$y = kx + b \qquad (k = tg\ \alpha)$$

Это уравнение называется уравнением прямой с главным коэффициентом.
Рассмотрим случаи взаимно расположение двух прямых на плоскости

1. Если прямые заданные общими уравнениями

$A_1x + B_1y + C_1 = 0$ и $A_2x + B_2y + C_2 = 0$,

то угол между ними находится по формуле.

$$\cos\varphi = \frac{(\boldsymbol{n}_1, \boldsymbol{n}_2)}{|\boldsymbol{n}_1| \cdot |\boldsymbol{n}_2|} \qquad (16)$$

где $\mathbf{n_1}$ и $\mathbf{n_2}$ нормали соответствующих прямых
Из (16) можно легко получит условие перпендикулярности и параллельности ,

2. Если уравнение заданы с угловыми коэффициентами

$y = k_1x + b_1$ и $y = k_2x + b_2$,

то угол между ними находиться по формуле

$$tg\varphi = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2} \qquad (17)$$

Если прямые параллельны, то $k_2 = k_1$, если они перпендикулярны, то

$k_1 \cdot k_2 = -1$

3. Расстояние d от точки $M_0(x_0, y_0, z_0)$ до прямой $Ax + By + C = 0$ вычисляется по формуле

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} \qquad (18)$$

Пример 1. Найти уравнение прямой, проходящей через точку $M_0(4,-3)$ и образующий с осями координат треугольник площадью 3.

Так как заданная точка лежит в IV четверти то искомая прямая должен отсекать отрицательную часть оси OY и положительную часть оси OX. Напишем уравнение на отрезках проходящую через данную точку.

$$\frac{x-4}{a} = \frac{y+3}{b} \quad .$$

По условию задачи должна быть $|a \cdot b| = 2 \cdot 3 = 6$

Если мы подберем *а*=2 и *в*=-3, то получим прямую $3x + 2y = 6$ удовлетворяющей условие задачи. Такая прямая не одна.

Пример 2 . Записать уравнение прямой, проходящей через начало координат и образующий угол 45^0 с прямой y=2x+5.

Так как угол между прямыми 45^0 , то по формуле (17) записываем два уравнения с неизвестными k_1 и k_2, т. е.

$$1 = \frac{k_2 - 2}{1 + 2k_2} \qquad \text{и} \qquad 1 = \frac{2 - k_1}{1 + 2k_1}$$

Тогда уравнения прямой проходящей через начало координат и угловыми коэффициентами $k_2=-3$ и $k_1=1/3$ будут соответственно ***y = - 3x*** и ***y*** = $1/3\, x$.

1. По данным уравнениям построить прямые, найти их угловые коэффициенты и отрезки, отсекаемые ими на осях координат: а) $2x-y+3=0$; б) $5x+2y-8=0$; в) $3x+8y+16=0$; г) $3x-y=0$.

2. Записать уравнения прямых, на которых лежат стороны равнобедренной трапеции, зная, что основания ее равны 10 и 6, а боковые стороны образуют с бо́льшим основанием угол 60°. Большее основание лежит на оси абсцисс, а ось симметрии трапеции — на оси ординат. (*Ответ*: $y=0$, $y=2\sqrt{3}$, $y=\sqrt{3}x+5\sqrt{3}$, $y=-\sqrt{3}x+5\sqrt{3}$.)

3. Даны вершины треугольника ***A(2,6), B(4,-2), C(-2,-6).***

Составить уравнение высоты из вершины ***A*** и уравнение медианы из вершины ***C.***

4. Записать уравнения прямых, которые проходят через точку $A(3,-1)$ и параллельны: а) оси абсцисс; б) оси ординат; в) биссектрисе первого координатного угла; г) прямой $y = 3x + 9$. (*Ответ*: а) $y = -1$; б) $x = 3$; в) $y = x - 4$; г) $y = 3x - 10$.)

5. Записать уравнение прямой, проходящей через точки $A(-1,3)$ и $B(4,5)$. (*Ответ*: $2x - 5y + 17 = 0$.)