сбора, изучения и систематизации фактов, обобщения и раскрытия отдельных закономерностей к логически стройной системе знаний (теории), позволяющей объяснить неизвестные понятия и предсказать новые.

## ЛЕКЦИЯ 2. МЕТОДЫ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ.

### 2.1. Методология теоретических исследований

Теоретические исследования в науке в последние десятилетия получили широкое развитие. Они представляют собой творческий процесс, позволяющий решить следующие задачи:
– изменить существующие или создать новые научные гипотезы;
– объяснить процессы и явления, которые раньше были слабоизученными, связать их воедино путем установления причинно-следственных связей, т.е. найти стержень изучаемого процесса;
– научно обобщить большое количество опытных данных;
– доказать научные закономерности, установить законы и создать на их базе теорию.

Теоретическое исследование имеет несколько стадий:
– выбор проблемы;
– сбор и обобщение информации, сопоставление и сравнение ее, критическое осмысливание и формулирование собственных мыслей;
– знакомство с известными путями решения аналогичных задач и отказ от них;
– перебор различных вариантов решения и выбор наиболее рационального;
– формулирование оригинального метода решения и его анализ.

Творчество часто не укладывается в заранее намеченный план. Иногда оригинальные решения появляются внезапно, часто они возникают у специалистов смешанных областей, так как на них не давит груз известных решений. Собственные творческие мысли и оригинальные решения возникают тем чаще, чем больше сил, труда, времени затрачивается на постоянное обдумывание предмета исследования. При этом успех зависит не только от кругозора и целеустремленности научного работника, но и от того, в какой мере он владеет методами научного исследования (анализ, синтез, дедукция, индукция и пр.). В прикладных науках, к которым относится и горная, основным методом теоретических исследований является *гипотетический.* Методология гипотетического метода заключается в следующем:
– изучение и анализ физической, химической сущности исследуемого явления (процесса);
– формулирование «рабочей гипотезы» или выбор из множества альтернативных гипотез наиболее приемлемой;
– построение физической модели и ее изучение;
– составление формализованной (расчетной) схемы и постановка задачи;
– проведение математического исследования, т.е. получение математической модели;
– анализ теоретических решений, разработка научных положений и выводов.

Описание сущности исследуемого явления или процесса составляет основу теоретических разработок. Такое описание должно базироваться на законах физики, химии и др. Для этого исследователь должен знать классические законы естествознания и умело их использовать применительно к рабочей гипотезе научного исследования, причем основываться он должен на наблюдениях. Процессы, встречающиеся в прикладных науках, имеют ряд общих принципиальных положений, так как протекают они в соответствии с общими законами диалектики и принципами термодинамики.

Учитывая общенаучные подходы, можно более эффективно сформулировать гипотезу научного исследования и наметить план его выполнения. Решение теоретических задач производится с помощью различных математических методов: – аналитические методы (элементарная математика, дифференциальное и интегральное исчисление, вариационное исчисление, тензорное исчисление, функции комплексного переменного и

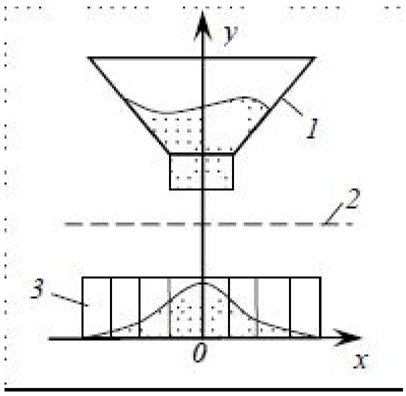
др.), используемые для изучения непрерывных и детерминированных процессов; – методы математического анализа с использованием эксперимента (метод аналогий, теория подобия, метод размерностей);
– вероятностно-статистические методы (математическая статистика и теория вероятностей, дисперсионный и корреляционный анализ, теория надежности, метод Монте-Карло, марковские процессы и др.), используемые для изучения как дискретных, так и непрерывных случайных процессов;
– методы системного анализа (исследование операций, теория массового обслуживания, теория управления, теория множеств и т.д.), используемые для исследования сложных моделей с многообразными взаимосвязями элементов, характеризующихся непрерывностью и детерминированностью, а также дискретностью и случайностью;
– численные методы, основанные на численном решении с помощью ЭВМ уравнений, систем уравнений, интегрировании и дифференцировании уравнений, точное решение которых вызывает определенные трудности;
– методы прикладной математики, допускающих наличие формулировок и утверждений, справедливых лишь в данных реальных условиях.

## 2.2 Составление модели объекта исследований

Любой объект исследований зависит от многих действующих на него факторов, которые затрудняют его исследование. Например, массив горных пород является сложной физической средой и обладает целым рядом структурно-механических особенностей, которые в значительной степени определяет его механическое состояние. Изучение таких объектов и процессов, происходящих в них, производят с помощью метода *моделирования,* основанного на замене реального объекта его моделью, отображающей с определенной точностью основные свойства оригинала и специально создаваемой для их изучения.

Моделирование как метод научного исследования получило широкое развитие с середины XIX века. Однако уже задолго до этого некоторые ученые на основе интуитивных соображений обращались к натурным моделям. Систематическое моделирование оказалось возможным благодаря разработке научных положений теории подобия, которая явилась основой применения физических моделей (модель и оригинал имеют одинаковую физическую природу) во всех областях науки. Однако физическое моделирование имеет ограниченную сферу применения. Более широкими возможностями обладает математическое моделирование, под которым понимают способ исследования различных объектов путем изучения явлений (процессов), имеющих различное физическое содержание, но описываемых одинаковыми математическими соотношениями. В простейших случаях для этой цели используются известные аналогии между механическими, электрическими, тепловыми и другими явлениями. Существенным моментом математического моделирования является то обстоятельство, что при изучении любого явления (процесса), в первую очередь, необходимо построить его математическое описание, или, иными словами, составить математическую модель. При аналоговом моделировании математическая модель позволяет для данного процесса-оригинала подобрать на основании известных анналогий удобные физические процессы – модели, а также установить соотношения, связывающие их параметры. В более сложных случаях, когда для моделирования создаются специальные установки или используются ЭВМ, математическая модель необходима для определения структуры объекта и параметров стенда или построения моделирующего алгоритма на одном из языков программирования. Математическая модель реальной системы является абстрактным формально описанным объектом, изучение которого возможно математическими методами, в том числе и с помощью математического моделирования. Сложность и многообразие процессов функционирования реальных систем не позволяет строить для них абсолютно адекватные математические модели. Поэтому обычно математическая модель, описывающая процесс функционирования системы, в состоянии охватить только основные, характерные его закономерности, оставляя в стороне второстепенные факторы. Формализации любого реального процесса предшествует изучение структуры составляющих его явлений. В результате этого производится так называемое содержательное описание процесса, представляющее собой первую попытку изложения закономерностей и постановку прикладной задачи. Оно является исходным для последующих этапов формализации, т.е. построения формализованной схемы процесса и математической модели. Содержательное описание концентрирует сведения о физической природе и количественных характеристиках элементарных явлений исследуемого процесса, о степени и характере взаимодействия между ними, о месте и значении каждого явления в общем процессе функционирования системы. Процесс может быть описан лишь в результате обстоятельного его изучения, которое зачастую сводится к наблюдению за ним и фиксации количественных характеристик при проведении эксперимента. Однако иногда требуется составление описания процессов, для которых измерения невозможны. В этих случаях_ используют накопленный опыт и результаты наблюдений за аналогичными процессами. В содержательное описание включают постановку прикладной задачи, определяющую цель моделирования исследуемого процесса, перечень искомых величин с указанием их практического предназначения и требуемой точности. Постановка прикладной задачи обычно не имеет строгой математической формулировки. Однако она должна обязательно содержать четкое изложение идеи предполагаемого исследования, перечень зависимостей, подлежащих оценке по результатам моделирования, совокупность факторов, которые должны учитываться при построении математической модели процесса. Формализованная схема процесса является промежуточным звеном между содержательным описанием и математической моделью. Она разрабатывается в тех случаях, когда из-за сложности объекта переход от содержательного описания к математической модели оказывается невозможным. Для построения формализованной схемы необходимо выбрать характеристики процесса, установить систему параметров, определить все зависимости между характеристиками и параметрами процесса, с учетом факторов, учитываемых при формализации. На этом этапе должна быть дана точная математическая формулировка задачи исследования с указанием окончательного перечня искомых величин и оцениваемых зависимостей. Математическая формулировка основывается на начальных условиях и систематизированной совокупности всех исходных данных, которые могут быть представлены графически или таблично, но с обязательным решением вопросов интерполяции и экстраполяции экспериментального материала. Преобразование формализованной схемы в математическую модель выполняется математическими методами, для этого все соотношения выражаются в аналитической форме, записываются в виде систем неравенств логические условия. При моделировании процессов на ЭВМ числовой материал используется не в первоначальном виде, а в форме аппроксимирующих выражений (интерполяционных полиномов). При построении математических моделей необходимо очень осторожно подходить к приближенным зависимостям, представляющим экспериментальные данные, так как это обстоятельство может играть заметную роль с точки зрения совпадения результатов моделирования. Таким образом изучить объект наиболее полно можно лишь при условии, если модель полностью отражает его физическую сущность или может быть представлена в математическом виде.

***Вероятностная модель.*** В природе часто встречаются процессы, когда одному значению аргумента соответствует несколько значений функции, вследствие действия на явление случайных факторов. Рассмотрим модель вероятностного распределения сыпучего, вытекающего из бункера через сито в ящик с вертикальными перегородками (рис. 2.1.).




1 – воронка-бункер;
2 – сито;
3 – ящик с секциями
Рисунок 2.1.– Закономерности распределения сыпучего материал

Наблюдения показывают, что распределение сыпучего в ящике подчиняется нормальному закону, являющемуся математической моделью вероятностного процесса:

$$y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2\sigma^2}, \qquad (2.1)$$

где $y$ – ордината, количество песка в секции;
$x$ – абсцисса, номер секции в ящике;
s – среднеквадратичное отклонение.

***Модель технологического процесса.*** В последнее время распространение получили модели, обеспечивающие оптимизацию технологических процессов. Рассмотрим так называемую транспортную задачу (рис. 2.2). Пусть имеется $A1$, $A2$, $A3$ объектов строительстваь (шахтная поверхность, стволы), потребляющих соответственно $a1$, $a2$, $a3$ количество щебня ($a$j, $j$ = 3). В местах $B1$ и $B2$ есть карьеры с запасами щебня $в1$ и $в2$, ($в$i, $i$=2). При этом соблюдается условие $a1+a2+a3=в1+в2$.

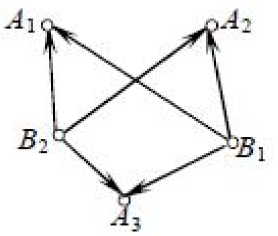



Рисунок 2.2 – Схема транспортных связей: $A$ – объекты строительства, $B$ – карьеры

Стоимость единицы продукции из карьера $B1$ на объект $A1$ равна $C11$, на объект $A2$ – $C12$, на объект $A3$ – $C13$, т.е. [$C$ij]. Количество щебня xij, транспортируемое на объект Aj из карьера Bi, взаимосвязано с другими величинами системой уравнений

$$\begin{cases} x_{11} + x_{21} = a_1; \\ x_{12} + x_{22} = a_2; \\ x_{13} + x_{23} = a_3; \end{cases} \qquad \begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} = в_1; \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} = в_2. \end{cases} \qquad (2.2.)$$

В системе (2.2) первое уравнение означает количество щебня, транспортируемое из карьеров $B1$ и $B2$ на объект $A1$; второе – на объект $A2$; третье – на объект $A3$. Четвертое уравнение означает количество щебня, доставляемое на объекты $A1$, $A2$, $A3$ из карьера $B2$ и т.д. В этой системе, состоящей из 5 уравнений, имеется 6 неизвестных, поэтому задача имеет много решений. Требуется определить наиболее выгодный вариант (экономичный) перевозки щебня. В этом случае с помощью линейного программирования (численный метод) находят функцию, которая удовлетворяет условию

$$C = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} C_{ij} \cdot x_{ij} = \min .$$

**(2.3.)**

Уравнения (4.7) и (4.8) представляют собой математическую модель, позволяющую оптимизировать транспортный поток. Схема решения задачи изображена на рис. 2.2.

***Кибернетическая модель.*** Интерес представляет кибернетическая модель «черного ящика» (рис. 2.3), описывающая систему неизвестной структуры и недоступной для непосредственного наблюдения. Известны лишь *x*i (вход), *y*i (выход), *zk* (управляющие факторы), *q*n –(возмущающие факторы). Статистическим путем с помощью метода математического планирования эксперимента можно построить математическую модель исследуемого процесса. Модель отыскивается в виде уравнения регрессии, связывающего математическое ожидание случайной переменной *y* с контролируемыми величинами (*x*, *z*, *q*).

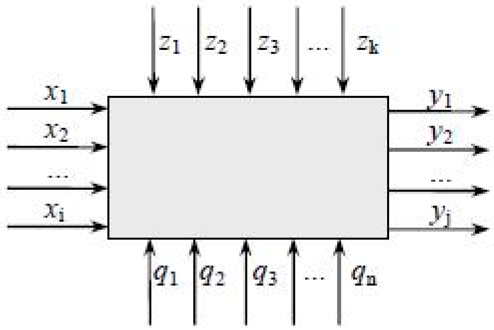



Рис. 2.3. Модель «черного ящика»

***Модель-аналог.*** В теоретических и экспериментальных исследованиях, основываясь на аналогии, очень часто изучают явления на моделе-аналоге, а затем с помощью полученных зависимостей устанавливают закономерности в натуре.

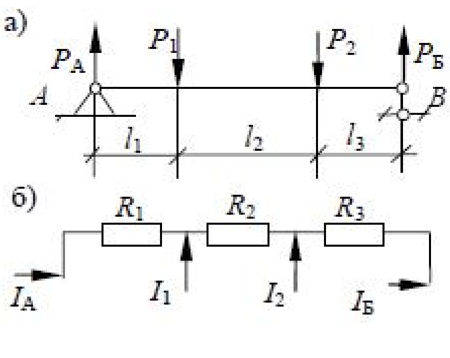



Рисунок 2.4 – Расчетная схема балки на двух опорах (а) и ее электрическая модель-аналог (б)

На рис. 2.4. приведена простейшая электрическая модель-аналог для изучения напряженно-деформированного состояния балки на двух опорах. Реакции на опорах балки вычисляются из уравнений

$$\begin{cases} \sum m_A = 0; \quad P_1 l_1 + P_2 \cdot (l_2 + l_1) - P_Б \cdot (l_1 + l_2 + l_3) = 0; \\ \sum m_Б = 0; \quad P_A \cdot (l_1 + l_3 + l_3) - P_1 \cdot (l_2 + l_3) + P_2 l_3 = 0, \end{cases}$$

**(2.4)**

по формулам

$$\frac{P_1(l_2+l_3)+P_2 l_3}{l_1+l_2+l_3} = P_А ; \qquad \frac{P_1 l_1 + P_2(l_2+l_3)}{l_1+l_2+l_3} = P_Б .$$

**(2.5)**

Силу тока на входе и выходе электрической сети вычисляют аналогично:

$$I_А = \frac{I_1(R_2+R_3)+I_2 R_3}{R_1+R_2+R_3} ; \qquad I_Б = \frac{I_1 R_1 + I_2(R_2+R_3)}{R_1+R_2+R_3} .$$

**(2.6)**

Таким образом, меняя силу тока *I*1 и *I*2 и сопротивление *R*, можно изучить реакции опор балки в зависимости от значения *P*1 и *P*2.

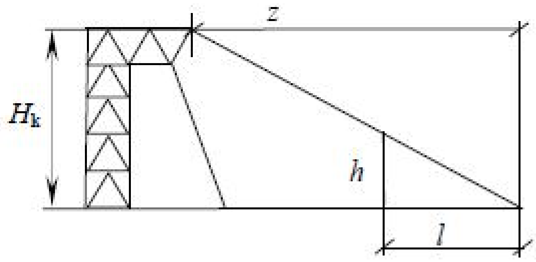



Рисунок 2.5 – Модель подобия для измерения высоты копра

***Модели-подобия.*** Используя модель подобия нет необходимости непосредственно, например, измерять высоту копра *H*к, для этого достаточно использовать простейшую модель – треугольник и теорему о подобии треугольников. А высоту можно определить путем измерения расстояния к копру (рис. 2.5):

$$H_к = h \cdot k_р ,$$

где $k_р$ – критерий подобия, равный $k_р = z/l$.

Аналогичный прием используются и в более сложных моделях подобия. Однако при этом учитывается не только геометрическое подобие, но и кинематическое и механическое.