

Важным разделом методики является выбор методов обработки и анализа результатов эксперимента. Результаты экспериментов систематизируются и анализируются, затем их представляют в виде таблиц, графиков, номограмм, формул, что позволяет быстро сопоставлять полученные данные. Особое место занимают математические методы обработки и анализа опытных данных; установление эмпирических зависимостей; аппроксимация связей между факторами; нахождение критериев и доверительных интервалов и др. Объем и трудоемкость экспериментальных исследований во многом зависят также от глубины теоретических разработок. Например, если теоретически получена аналитическая зависимость, $y=3 e^{-2x}$, однозначно определяющая процесс, то объем эксперимента минимален и направлен на подтверждение зависимости. Если установлен общий вид зависимости $y=a_1 e^{-a_2 x}$, то в этом случае задано семейство кривых и в задачу эксперимента входит определение параметров a_1 и a_2 . Объем эксперимента возрастает. И, наконец, при поисковом эксперименте, если теоретических зависимостей не получено, объем экспериментальных работ наиболее значителен, и в этом случае уместно использовать метод математического планирования эксперимента. На объем и трудоемкость эксперимента также влияет его вид. Как правило, полевые эксперименты имеют большую трудоемкость, чем лабораторные.

ЛЕКЦИЯ 5. ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Эксперимент - система операций, воздействий и (или) наблюдений, направленных на получение информации об объекте при исследовательских испытаниях

Опыт- воспроизведение исследуемого явления в определенных условиях проведения эксперимента при возможности регистрации его результатов

План эксперимента - совокупность данных, определяющих число, условия и порядок реализации опытов

Планирование эксперимента - выбор плана эксперимента, удовлетворяющего заданным требованиям.

Фактор (ндп. *Параметр*) - переменная величина, по предположению влияющая на результаты эксперимента.

Уровень фактора - фиксированное значение фактора относительно начала отсчета

Основной уровень фактора - натуральное значение фактора, соответствующее нулю в безразмерной шкале.

Нормализация факторов - преобразование натуральных значений факторов в безразмерные значения.

Априорное ранжирование факторов - метод выбора наиболее важных факторов, основанный на экспертной оценке

Размах варьирования фактора - разность между максимальным и минимальным натуральными значениями фактора в данном плане

Интервал варьирования фактора - половина размаха варьирования фактора

Эффект взаимодействия факторов - показатель зависимости изменения эффекта одного фактора от уровней других факторов.

Факторное пространство - пространство, координатные оси которого соответствуют значениям факторов.

Область экспериментирования (область планирования) - область факторного пространства, где могут размещаться точки, отвечающие условиям проведения опытов.

Активный эксперимент - эксперимент, в котором уровни факторов в каждом опыте задаются исследователем.

Пассивный эксперимент - эксперимент, при котором уровни факторов в каждом опыте регистрируются исследователем, но не задаются.

Последовательный эксперимент (ндп. *шаговый эксперимент*) - эксперимент, реализуемый в виде серий, в котором условия проведения каждой последующей серии определяются результатами предыдущих.

Отклик (ндп. *Реакция на Параметр*) - наблюдаемая случайная переменная, по предположению, зависящая от факторов.

Функция отклика - зависимость математического ожидания отклика от факторов.

Оценка функции отклика - зависимость, получаемая при подстановке в функцию отклика оценок значений ее параметров.

Дисперсия оценки функции отклика - дисперсия оценки математического ожидания отклика в некоторой данной точке факторного пространства.

Поверхность отклика (ндп. *Поверхность регрессии*) - геометрическое представление функции отклика.

Поверхность уровня функции отклика - геометрическое место точек в факторном пространстве, которому соответствует некоторое фиксированное значение функции отклика.

Область оптимума - область факторного пространства в окрестности точки, в которой функция отклика достигает экстремального значения.

Рандомизация плана - один из приемов планирования эксперимента, имеющий целью свести эффект некоторого неслучайного фактора к случайной ошибке.

Параллельные опыты - рандомизированные во времени опыты, в которых уровни всех факторов сохраняются неизменными.

Временный дрейф - случайное или неслучайное изменение функции отклика во времени.

Исследователь на этапе планирования эксперимента должен:

- помнить, к какому классу относится моделируемая система (статическая или динамическая, детерминированная или стохастическая и т.д.);
- определить, какой режим работы его интересует, стационарный (установившийся) или нестационарный;
- знать, в течение какого промежутка времени следует наблюдать за поведением (функционированием) системы;

- знать, какой объём испытаний (то есть повторных экспериментов) сможет обеспечить требуемую точность оценок (в статистическом смысле) исследуемых характеристик системы.

Таким образом, планирование модельных экспериментов преследует 2 основные цели:

1. *Сокращение общего объёма испытаний при соблюдении требований к достоверности и точности их результатов;*
2. *повышение информативности каждого из экспериментов в отдельности.*

Поиск плана эксперимента проводится в **факторном пространстве**.

Факторное пространство (ФП) – это множество внешних и внутренних параметров модели, значения которых исследователь может контролировать в ходе подготовки и проведения эксперимента.

Значения факторов обычно называются **уровнями**.

Если при проведении эксперимента исследователь может изменять уровни факторов, эксперимент называется **активным**, в противном случае – **пассивным**.

Введём ещё несколько терминов, используемых в теории планирования эксперимента.

Каждый из факторов имеет верхний и нижний уровни, расположенные симметрично относительно некоторого нулевого уровня. **Точка в ФП, соответствующая нулевым уровням всех факторов, называется центром плана.**

Интервалом варьирования фактора называется некоторое число J , прибавление которого к нулевому уровню даёт верхний уровень, а вычитание – нижний.

Как правило, план эксперимента строится относительно одного (основного) выходного скалярного параметра Y , который называется **наблюдаемой переменной**.

Если моделирование используется как инструмент принятия решения, то в роли наблюдаемой переменной выступает **показатель эффективности**. При этом предполагается, что значение наблюдаемой переменной, полученное в ходе эксперимента, складывается из двух составляющих:

$$Y = f(x) + e(x),$$

где $f(x)$ - функция отклика (неслучайная функция факторов),

$e(x)$ - ошибка эксперимента (случайная величина).

Дисперсия D_Y наблюдаемой переменной, которая характеризует точность измерений, равна дисперсии ошибки опыта, т.е.

$$D_Y = D_e.$$

D_Y называют **дисперсией воспроизводимости эксперимента**. Она характеризует качество эксперимента. **Эксперимент называется идеальным при $D_Y = 0$.**

Существует два основных варианта постановки задачи планирования имитационного эксперимента:

- **Из всех допустимых требуется выбрать такой план, который позволил бы получить наиболее достоверное значение функции отклика $f(x)$ при фиксированном числе опытов;**

- *Из всех допустимых требуется выбрать такой план, при котором статистическая оценка функции отклика может быть получена с заданной точностью при минимальном объёме испытаний.*

Решение задачи планирования в первой постановке называется **стратегическим планированием**, во второй – **тактическим планированием**.

При проведении опытных исследований различают **пассивный и активный эксперимент**.

Методология *пассивного экспериментирования* предполагает проведение большой серии опытных исследований с поочередным варьированием значений входных переменных \bar{x} и анализом результатов измерений выходной переменной y (лабораторный эксперимент или эксперимент на пилотной установке).

К *пассивному эксперименту* принято относить также и сбор опытных данных в режиме эксплуатации промышленной установки – т.н. **промышленный эксперимент**.

Обработка результатов, и выбор вида эмпирической модели (уравнения регрессии), т.е. решение задачи структурной идентификации является достаточно сложной задачей.

Это связано с тем, что вид *уравнения регрессии необходимо определять по характеру изменения переменных на графике эмпирической линии регрессии, полученной по выборке экспериментальных данных.*

Для решения этой задачи для одной входной переменной x предложены эффективные методы, в которых предусматривается преобразование системы координат как для входной (x), так и для выходной переменной (y). При большем числе входных переменных (x_1, \dots, x_m) надёжных методов определения вида уравнения регрессии (вида эмпирической модели) в настоящее время не существует.

Активный эксперимент проводится по заранее составленному плану, в соответствии с которым ставится задача *не только определения оптимальных условий проведения эксперимента, но и оптимизации процесса (оптимальное планирование эксперимента)*.

При определении оптимальных условий проведения процесса с использованием эмпирических моделей (например, методом Бокса-Вильсона) выходная переменная \hat{y} является критерием оптимальности или целевой функцией.

В теории активного экспериментирования выходную (зависимую) переменную принято называть **функцией отклика**, а входные (независимые) переменные – **факторами**. Соответственно - координатное пространство с координатами (x_1, x_2, \dots, x_m) - **факторным пространством**, а геометрическое изображение функции отклика в факторном пространстве – **поверхностью отклика**.

Активный эксперимент планируется таким образом, чтобы упростить обработку его результатов методами регрессионного и корреляционного анализа.

К *достоинствам активного экспериментирования относятся:*

- возможность предсказания количества опытов, которые следуют провести;
- определение точек факторного пространства, где следует проводить опыты;
- отсутствие проблем, связанных с выбором вида уравнения регрессии;

- возможность определения оптимальных параметров процесса экспериментально-статистическим методом;
- сокращение объёма опытных исследований.

Основы планирования многофакторного эксперимента

В общем случае объект исследования можно представить в виде структурной схемы, показанной на рис.1.

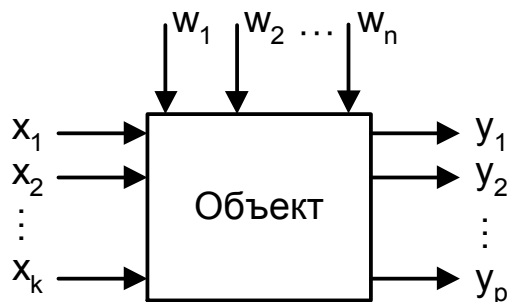


Рис.1

Представление объекта в виде такой схемы основано на принципе «черного ящика». Имеем следующие группы параметров:

- 1) управляющие (входные) x_i которые называются *факторами*;
- 2) выходные параметры y_i , которые называются *параметрами состояния*;
- 3) w_i - *возмущающие воздействия*.

Предполагается, что возмущающие воздействия не поддаются контролю и либо являются случайными, либо меняются во времени.

Каждый фактор x_i имеет область определения, которая должна быть установлена до проведения эксперимента.

Комбинацию факторов можно представить как точку в многомерном пространстве, характеризующую состояние системы.

На практике целью многофакторного эксперимента является установление зависимости

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_k), \quad (1)$$

описывающей поведение объекта. Чаще всего функция (1) строится в виде полинома

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 \quad (2)$$

или

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_{11}x_1^2 + a_{22}x_2^2 + a_{12}x_1x_2. \quad (3)$$

Целью эксперимента может быть, например, построение зависимости (1) при минимальном количестве измерений значений управляющих параметров x_i .

На первом этапе планирования эксперимента необходимо выбрать область определения факторов x_i . Выбор этой области производится исходя из априорной информации. Значения x_i называются **уровнями управляющего параметра**.

Если выбрана линейная модель (2), то для построения аппроксимирующей функции достаточно выбрать *основной уровень* и *интервал варьирования* управляющего параметра x_i .

Для линейной модели *интервал варьирования* можно определить как

$$I = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{2},$$

а *основной (нулевой) уровень* - как среднее значение

$$x_0 = \frac{x_{\max} + x_{\min}}{2}.$$

Для упрощения планирования эксперимента принято вместо реальных (натуральных) уровней x_i использовать *кодированные* значения факторов. Для факторов с непрерывной областью определения это можно сделать при помощи следующего преобразования (нормирования факторов)

$$x_j = \frac{\tilde{x}_j - x_{j0}}{I_j},$$

где \tilde{x}_j - натуральное значение фактора; I_j - интервал варьирования; x_{j0} - основной уровень; x_j - кодированное значение. В результате x_j принимает значения на границах $x_j = \pm 1$, на основном уровне $x_j = 0$. Основная проблема состоит в выборе области варьирования, поскольку эта задача является неформализованной.

Рассмотрим *полный факторный эксперимент* на примере линейной модели (2). Если число факторов k , то для проведения полного факторного эксперимента нужно $N = 2^k$ опытов, где 2 - число уровней, которого достаточно для построения линейной модели.

Условие проведения этого эксперимента можно зафиксировать в матрице планирования (табл.1).

Таблица 1

Номер опыта	x_1	x_2	y
1	-1	-1	y_1
2	+1	-1	y_2
3	-1	+1	y_3
4	+1	+1	y_4

Таким образом, для двух факторов построение матрицы планирования элементарно. Для большего числа факторов необходимо разработать *правила построения таких матриц*. Например, при появлении фактора x_3 в табл.1 произойдут следующие

щие изменения (табл.2): при появлении нового столбца каждая комбинация уровней исходной таблицы проявится дважды.

Таблица 2

Номер опыта	x_1	x_2	x_3	y
1	-1	-1	+1	y_1
2	+1	-1	+1	y_2
3	-1	+1	+1	y_3
4	+1	+1	+1	y_4
5	-1	-1	-1	y_5
6	+1	-1	-1	y_6
7	-1	+1	-1	y_7
8	+1	+1	-1	y_8

Это не единственный способ расширения матрицы планирования. Используют также перемножение столбцов, правило чередования знаков.

Очень важны *общие свойства матрицы планирования*:

- **симметричность матрицы** относительно центра эксперимента: $x_i = 0$. Тогда

$$\sum_{i=1}^N x_{ji} = 0$$

- $\sum_{i=1}^N x_{ij}^2 = N$ - условие нормировки, то есть сумма квадратов элементов каждого столбца равна числу опытов.

Первые два свойства относятся к построению отдельных столбцов матрицы.

- $\sum_{i=1}^N x_{ij} \cdot x_{in} = 0$ - совокупность столбцов имеет следующее свойство, где $j \neq n$.
- **Ротатабельность.** Это означает, что точки (значения факторов) в матрице планирования подбираются так, что точность предсказания выходного параметра должна быть одинакова на равных расстояниях от центра эксперимента (нулевого уровня) и не зависеть от направления.

Планирование эксперимента первого порядка для двух переменных.

План эксперимента первого порядка для двух переменных показан на рис. 2. То есть искомая функция $y = f(x_1, x_2)$ описывается модельно в виде плоскости

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 \quad (4)$$

или гиперboloида

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_1x_2. \quad (5)$$

Расположение этой модели в пространстве показано на рис.2 поверхностью, проходящей через точки 1 – 2 – 3 – 4.

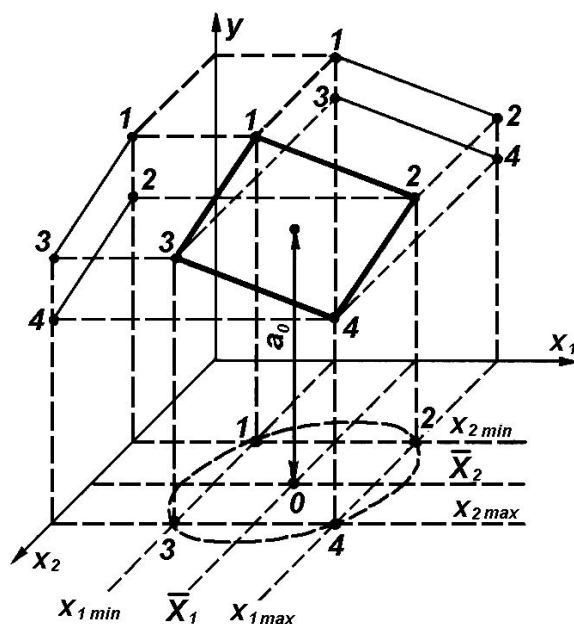


Рис.2

Необходимые уровни для полного факторного эксперимента расположены в плоскости (x_1, x_2) . Для модели в виде гиперboloида этот план является предельно экономным. Для построения гиперboloида необходимо определить четыре коэффициента в модели (5). Это можно сделать, решая систему из четырех уравнений. Следовательно, необходимы все четыре опыта. В теории планирования эксперимента используется термин *насыщенности*.

Если рассматривать модель (4) в виде плоскости, то план эксперимента является ненасыщенным (*избыточным*), так как необходимо определить только три коэффициента a_0 , a_1 и a_2 . В случае модели (5) (насыщенный эксперимент) решение системы единственно, и поверхность гиперboloида пройдет через все четыре экспериментальных значения y_i . Следствием этого является то, что насыщенный эксперимент не позволяет усреднить случайные погрешности и не дает сведения об их размере.

Для ненасыщенного плана (4) избыточное число опытов позволяет произвести усреднение и оценить размеры погрешности. Проведя плоскость через точки 1, 2 и 3, можно оценить погрешность, определив, на каком расстоянии от плоскости находится точка 4. Погрешность в других точках может быть оценена проведением плоскостей 1 – 3 – 4, 1 – 2 – 4 и 2 – 3 – 4. С другой стороны коэффициент a_1 наклона поверхности к оси x_1 может быть найден как из наклона прямой 1 – 2, так и из наклона прямой 3 – 4. Аналогично коэффициент a_2 при x_2 можно определить из наклона прямых 1 – 3 и 2 – 4.

Поскольку полученные таким образом значения a_1 и a_2 могут отличаться, насыщенный эксперимент позволяет провести их усреднение и оценить погрешность.

Если уравнение плоскости представить в виде

$$y = a_0 + a_1(x_1 - \bar{x}_1) + a_2(x_2 - \bar{x}_2), \quad (6)$$

где $\bar{x}_1 = \frac{x_{1\min} + x_{1\max}}{2}$; $\bar{x}_2 = \frac{x_{2\min} + x_{2\max}}{2}$, то мы переносим начало координат в точку с координатами (\bar{x}_1, \bar{x}_2) . Тогда коэффициент a_0 находится усреднением всех четырех значений y_i как высота центра плоскости 1 – 2 – 3 – 4.

Процесс переноса начало координат в центр пространства факторов с координатами $(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_k)$ очень важен при обработке данных любых экспериментов, описываемых моделью в виде гиперплоскости, так как позволяет получить более устойчивое усредненное значение для a_0 .

Важнейшим фактором является то, что в результате такого усреднения построенная плоскость удовлетворяет всем четырем значениям y_i лишь в среднем. В любой точке может быть найдена погрешность отклонения экспериментальных данных относительно модели, и по этим четырем отклонениям можно вычислить СКО.

Таким образом, один из четырех опытов является избыточным и может быть исключен. Но тогда план эксперимента становится неротатабельным, то есть неравноточным по всем направлениям. Если исключена точка 4 на рис.2, то в направлении 3 – 2 в плоскости факторов будет обеспечена большая точность, чем в направлении 1 – 0. В этом случае для восстановления ротатабельности точки 1, 2 и 3 в плоскости факторов должны быть равноудалены как друг от друга, так и от центра, то есть располагаться в вершинах равностороннего треугольника с центром в точке 0. В общем случае для линейной модели (4), эксперимент содержащий конечное число опытов позволяет получить только оценки для коэффициентов a_0 , a_1 и a_2 .

Подставив в уравнение модели (4) известные значения факторов x_{ij} и результаты опытов y_i получим систему линейных алгебраических уравнений для определения a_i . Если количество этих уравнений больше трех, то значения оценок a_0 , a_1 и a_2 могут быть получены при помощи МНК:

$$a_j = \left(\sum_{i=1}^N x_{ij} y_i \right) / N, \quad (7)$$

где N - количество опытов. Здесь учтено, что x_{ij} принимают значения -1,+1. Для вычисления коэффициентов линейной модели по формуле (7) получим:

$$a_1 = \frac{[(-1)y_1 + (+1)y_2 + (-1)y_3 + (+1)y_4]}{4}, \quad (8)$$

$$a_2 = \frac{[(-1)y_1 + (-1)y_2 + (+1)y_3 + (+1)y_4]}{4}$$

Таким образом, для вычисления a_1 и a_2 можно использовать (8). Для определения a_0 в формуле (6.2.4) найдем среднее значение $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$, равное

$$\bar{y} = a_0 + a_1 \bar{x}_1 + a_2 \bar{x}_2, \text{ где } \bar{x}_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{1i}, \quad \bar{x}_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{2i}.$$

В случае симметричности матрицы планирования $\bar{x}_1 = \bar{x}_2 = 0$, откуда $\bar{y} = a_0$. Чтобы коэффициент модели вычислялся по единой формуле (7) в матрице планирования вводят фиктивную переменную x_0 , которая принимает значение 1 во всех опытах и соответствует коэффициенту a_0 . Коэффициент при независимых переменных x_i указывает на силу влияния факторов: чем больше значение имеет коэффициент a_i , тем большее влияние оказывает соответствующий фактор. В этом смысле результаты планирования эксперимента аналогичны факторному анализу. Для пассивных экспериментов факторный анализ может использоваться в качестве априорных данных при планировании.

Планируя эксперимент, стремятся получить линейную модель, однако в выбранных интервалах варьирования априори не известно, что линейная модель адекватно описывает поведение системы.

Нелинейность связана со смешанным взаимодействием. Формула (5) всегда может быть оценена по полному факторному эксперименту. Для полного факторного эксперимента $N = 2^2$ матрица планирования с учетом эффекта взаимодействия приведена в табл.3.

Таблица 3

Номер опыта	x_0	x_1	x_2	$x_1 x_2$	y
1	+1	-1	-1	+1	y_1
2	+1	+1	-1	-1	y_2
3	+1	-1	+1	-1	y_3
4	+1	+1	+1	+1	y_4

В этом случае коэффициент a_{12} также может быть вычислен по формуле (9):

$$a_{12} = \frac{[(+1)y_1 + (-1)y_2 + (-1)y_3 + (+1)y_4]}{4} \quad (9)$$

Столбцы x_1, x_2 задают планирование эксперимента – по ним определяют результаты опыта; столбцы x_0, x_1x_2 служат только для расчета.

С ростом числа факторов число возможных взаимодействий возрастает. Например, для факторного эксперимента $N = 2^3$ кроме x_0, x_1, x_2, x_3 в матрице планирования появляются столбцы $x_1x_2, x_1x_3, x_2x_3, x_1x_2x_3$. Всего в матрице планирования оказывается восемь столбцов, следовательно, необходимо определять восемь коэффициентов. Все восемь коэффициентов необходимо определять в том случае, если учитывать смешанное взаимодействие. Если же модель задается в виде гиперплоскости (линейная модель), то достаточно определить четыре коэффициента: x_0, x_1, x_2, x_3 . Полный факторный эксперимент оказывается избыточным и у экспериментатора возникает *выбор*:

1. Построить гиперплоскость по четырем экспериментам, а остальные четыре опыта использовать для оценки погрешности.
2. Провести эксперимент, состоящий из 4-х опытов, то есть реализовать экономный план эксперимента.

Таким образом, в отличие от модели гиперболоида, которая требует определение 2^k неизвестных коэффициентов, модель гиперплоскости, содержит $k+1$ коэффициент и требует соответствующего числа опытов, то есть полный факторный план (ПФП) для модели гиперплоскости сильно избыточен.

Для построения гиперплоскости, следовательно, достаточно использовать лишь некоторую часть из ПФП. Эту часть в теории планирования эксперимента называют **дробной репликой или дробным факторным планом (ДФП)**. Если дробление ПФП производится последовательным делением числа опытов на 2, то реплику называют *регулярной*. Число P последовательного деления называют **дробностью** реплики.

Число опытов регулярного ДФП равняется $n = 2^{k-p}$. При $p = 1$ ДФП называют полурепликой (или 1/2 реплика), при $p = 2$ – 1/4 реплика и т.д.

Соответствующее число опытов и параметров планирования приведены в таблице 4.

Таблица 4

Число факторов, k	Число коэфф. модели, $k+1$	Число опытов ПФП	Вид плана	Число опытов плана	Избыточность
2	3	4	ПФП	4	1
3	4	8	Полуреплика	4	0
4	5	16	Полуреплика	8	3
5	6	32	Четвертьреплика	8	2
6	7	64	1/8 реплика	8	1

7	8	128	1/16 реплика	8	0
8	9	256	1/16 реплика	16	7

Для составления планов-таблиц регулярных дробных реплик часто используют так называемое правило двоичного кода. Оно гласит, что для модели в виде гиперболоида знаки “+” и “-” в столбцах плана должны чередоваться по правилу чередования двоичных чисел в разряде двоичного кода, то есть в столбце x_1 - через 1, в столбце x_2 - через 2, в столбце x_3 - через 4, в столбце x_k - через 2^{k-1} .

Лекция 6

Построение эмпирических моделей по данным активного эксперимента

При проведении опытных исследований различают пассивный и активный эксперимент.

Методология пассивного экспериментирования предполагает проведение большой серии опытных исследований с поочередным варьированием значений входных переменных x и анализом результатов измерений выходной переменной y (лабораторный эксперимент).

К пассивному эксперименту принято относить также и сбор опытных данных в режиме эксплуатации промышленной установки – т.н. промышленный эксперимент.

Обработка результатов пассивного эксперимента проводится методами *регрессионного и корреляционного анализа*, и выбор вида эмпирической модели (уравнения регрессии), т.е. решение задачи структурной идентификации является достаточно сложной задачей.

Это связано с тем, что вид уравнения регрессии необходимо определять по характеру изменения переменных на графике эмпирической линии регрессии, полученной по выборке экспериментальных данных.

Для решения этой задачи для одной входной переменной x предложены эффективные методы, в которых предусматривается преобразование системы координат как для входной (x), так и для выходной переменной (y). При большем числе входных переменных

(x_1, \dots, x_m) надёжных методов определения вида уравнения регрессии (вида эмпирической модели) в настоящее время не существует.

Активный эксперимент проводится по заранее составленному плану, в соответствии с которым ставится задача не только определения оптимальных условий проведения эксперимента, но и оптимизации процесса (оптимальное планирование эксперимента).

При этом уравнения регрессии (эмпирические модели) описывают данные активного эксперимента, в основном, в двух ограниченных областях и имеют следующий вид:

- **вдали от экстремального значения выходной переменной y :**