

МЕХАНИКАНЫҢ ФИЗИКАЛЫҚ НЕГІЗДЕРІ

Негізгі заңдар мен формулалар

2.1.1 Орташа жылдамдық

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t};$$

2.1.2 Лездік жылдамдық

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t};$$
$$v = \frac{dS}{dt};$$

2.1.3 Лездік үдеу

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2};$$

2.1.4 Қисық сызықты қозғалыс кезіндегі толық үдеу

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau, \quad a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}$$

\vec{a}_n - нормаль үдеу; \vec{a}_τ - тангенциал үдеу

$$a_n = \frac{v^2}{R}; \quad a_\tau = \frac{dv}{dt},$$

R – берілген нүктедегі траекторияның қисықтық радиусы

2.1.5 t- уақыттағы жүрген жол

$$S = \int_0^t v(t) dt;$$

Түзу сызықты бірқалыпты үдемлі қозғалыстың теңдеуі

$$S = S_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2};$$

Түзу сызықты бірқалыпты кемімелі қозғалыстың теңдеуі

$$S = S_0 + v_0 t - \frac{at^2}{2};$$

2.1.6 t- уақыттағы жылдамдық

$$v = \int_0^t a(t) dt ;$$

$$v = v_0 + at ;$$

$$v^2 - v_0^2 = 2aS ;$$

2.1.7 Оқшауланған жүйе үшін импульстің сақталу заңы

$$\sum_{i=1}^n m\vec{v}_i = const ;$$

2.1.8 Ньютонның екінші заңы

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$$

$$m = const,$$

$$\vec{F} = \frac{m d\vec{v}}{dt} = m\vec{a} ;$$

2.1.9 S жолдағы айнымалы \vec{F} күшінің жұмысы

$$A = \int_s F_n dS = \int_s F \cos \alpha dS ;$$

2.1.10 Қуат

$$N = \frac{dA}{dt} ;$$

2.1.11 Гравитация күші

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} ;$$

2.1.12 Үйкеліс күші

$$F = \mu N ;$$

2.1.13 Серпімділік күші

$$\vec{F} = -k\vec{x} ;$$

2.1.14 Лездік бұрыштық жылдамдық

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt};$$

$$\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu;$$

2.1.15 Лездік бұрыштық үдеу

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2};$$

2.1.16 Сызықтық және бұрыштық жылдамдықтардың байланысы

$$\vec{v} = [\vec{\omega}, \vec{r}],$$

\vec{r} - радиус-вектор;

2.1.17 Шеңбер бойымен бірқалыпты айналмалы қозғалыс кезіндегі ω_1 бұрыштық жылдамдық, φ айналу бұрышы және ε бұрыштық үдеудің байланыс формуласы

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t;$$

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$$

$$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\varepsilon\varphi;$$

2.1.18 Айналмалы қозғалыстағы дененің нормаль және тангенциал үдеулері былай өрнектеледі:

$$a_n = \omega^2 r ,$$

$$a_\tau = \varepsilon r ;$$

2.1.19 Импульс

$$\vec{p} = m\vec{v};$$

2.1.20 Қозғалмайтын нүктеге қатысты импульс моменті

$$\vec{L} = [\vec{r}, \vec{p}];$$

$$L = r \cdot p \cdot \sin \alpha ;$$

2.1.21 Материялық нүктенің инерция моменті

$$J = mR^2 ;$$

2.1.22 Радиусы R болатын диск немесе тұтас цилиндрдің центрі арқылы

өтетін өске қатысты инерция моменті

$$J = \frac{1}{2}mR^2;$$

2.1.23 Радиусы R болатын тұтас шардың центрі арқылы өтетін өске қатысты инерция моменті

$$J = \frac{2}{5}mR^2;$$

2.1.24 Штейнер теоремасы

$$J = J_0 + ma^2;$$

2.1.25 Күш моменті

$$\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}];$$

2.1.26 Айналмалы қозғалыстың негізгі теңдеуі

$$\begin{aligned}\vec{M} &= \frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d(J\vec{\omega})}{dt}; \\ J &= \text{const}; \\ \vec{M} &= J \frac{d\vec{\omega}}{dt} = J\vec{\varepsilon};\end{aligned}$$

2.1.27 Импульс моментінің сақталу заңы

$$\sum_{i=1}^n J_i \vec{\omega}_i = \text{const};$$

2.1.28 Ілгерлемелі қозғалыстағы дененің кинетикалық энергиясы

$$E_k = \frac{mv^2}{2};$$

2.1.29 Жердің тартылыс өрісіндегі дененің потенциалдық энергиясы

$$E_n = mgh;$$

2.1.30 Айналмалы қозғалыс кезіндегі дененің кинетикалық энергиясы

$$E_k = \frac{J\omega^2}{2};$$

2.1.31 Механикалық энергияның сақталу заңы

$$E_k + E_n = const;$$

2.1.32 Лоренц түрлендірулері

$$x = x_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}};$$

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}};$$

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}};$$

c – жарық жылдамдығы;

2.1.33 Релятивистік масса

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}};$$

2.1.34 Бөлшектің тыныштық энергиясы

$$E_0 = m_0 c^2;$$

2.1.35 Толық энергия

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}};$$

2.1.36 Релятивистік бөлшектің кинетикалық энергиясы

$$E_k = E - E_0;$$

2.1.37 Релятивистік бөлшектің энергиясы мен импульсінің байланысы

$$E = \sqrt{p^2 c^2 + m_0^2 c^4}.$$

Есеп шығару үлгісі

2.2.1 Есеп 1. Түзу сызықты қозғалыстағы материялық нүктенің теңдеуі $S = 4t^3 + 2t + 1$. 1с-тан 2 с-қа дейінгі уақыт интервалы үшін мыналарды анықтаңдар: бастапқы және соңғы уақыт интервалдарындағы дененің лездік жылдамдығы мен лездік үдеуін және қозғалыстың орташа жылдамдығын.

Берілгені: $S = 4t^3 + 2t + 1$ $t_0 = 1c$ $t = 2c$	Шешуі: Жолдың уақыт бойынша бірінші туындысы арқылы лездік жылдамдықты анықтаймыз:
$v_0 - ?$ $v - ?$ $v_{opm} - ?$ $a_0 - ?$ $a - ?$	$v = \frac{dS}{dt} \quad (1)$

$$v = 12t^2 + 2; \quad (2)$$

Жүрілген жолдың уақыт интервалына қатынасы арқылы орташа жылдамдықты табамыз:

$$v_{op} = \frac{\Delta S}{\Delta t}; \quad (3)$$

(2) формула арқылы дененің бастапқы және соңғы уақыт интервалдарындағы жылдамдықтарын анықтауға болады:

$$(t_0 = 1c; t = 2c);$$

$$v_0 = 12 \cdot 1^2 + 2 = 14 \left(\frac{m}{c} \right);$$

$$v = 12 \cdot 2^2 + 2 = 50 \left(\frac{m}{c} \right).$$

Орташа жылдамдықты табу үшін $(t_0 = 1c; t = 2c)$ уақыт аралығында жүріп өткен жолды анықтаймыз. Ол үшін $S = 4t^3 + 2t + 1$ теңдеуің пайдаланамыз. Ол мынаған тең:

$$S = 4(t^3 - t_0^3) + 2(t - t_0) = 4(2^3 - 1^3) + 2(2 - 1) = 30(m).$$

Жылдамдықтың уақыт бойынша $v'(t)$ бірінші туындысын пайдалана отырып лездік үдеуді анықтаймыз.

$$v_{op} = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{30}{1} = 30 \left(\frac{m}{c} \right);$$

$$a = \frac{dv}{dt}; \quad (4)$$

$$a = \frac{d^2S}{dt^2}; \quad (5)$$

(2) теңдеудегі лездік жылдамдықтың уақыт бойынша бірінші туындысын алып, лездік удеуді табамыз: $a = 24t$. Бастапқы және соңғы берілген уақыт интервалдарындағы лездік үдеулер мынаған тең:

$$a_0 = 24 \left(\frac{M}{c^2} \right),$$

$$a = 24 \cdot 2 = 48 \left(\frac{M}{c^2} \right).$$

Жауабы:

$$v_0 = 14 \left(\frac{M}{c} \right); \quad v = 50 \left(\frac{M}{c} \right); \quad v_{op} = 30 \left(\frac{M}{c} \right); \quad a_0 = 24 \left(\frac{M}{c^2} \right); \quad a = 48 \left(\frac{M}{c^2} \right).$$

2.2.2 Есеп 2. Массасы 6 кг маховик инерция центрі арқылы өтетін оське қатысты еркін айнала отырып минутына 360 айналым жасайды. Диск тәрізді маховиктің радиусы 0,25 м. Маховик 15 сек. кейін тежеуші моментінің әсерінен тоқтайды. Осы тежеуші моментті және маховиктің толық тоқтағанына дейінгі айналым санын анықта.

<p>Берілгені: $v_1 = 360 \text{ мин}^{-1} = 6 \text{ с}^{-1}$ $m = 6 \text{ кг}$ $\Delta t = 15 \text{ с}$ $R = 0,25 \text{ м}$</p> <hr/> <p>M-? N-?</p>	<p>Шешуі: Маховиктің центрі арқылы өтетін оське қатысты инерция моменті</p> $J = \frac{1}{2} mR^2 \quad (6)$ <p>Айналымалы қозғалыс динамикасының негізгі теңдуді</p> $M = J\varepsilon \quad (7)$ <p>Бұрыштық үдеуді мына қатынастан анықтаймыз:</p>
---	---

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} \Rightarrow \varepsilon = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\Delta t} = \frac{-\omega_1}{\Delta t} = \frac{-2\pi v_1}{\Delta t} \quad (8)$$

(6) және (8) теңдеуге (7) қойып тежеуші моментті табамыз

$$M = -\frac{1}{2} mR^2 \cdot \frac{2\pi v_1}{\Delta t}.$$

Өлшем бірлігіне анализ:

$$[M] = \frac{[v] \cdot [m] \cdot [R^2]}{\Delta t} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}^2} = \text{Н} \cdot \text{м}.$$

Есептеу:

$$M = -\frac{2\pi \cdot 6 \cdot 0,25^2 \cdot 6}{2 \cdot 15} = -0,471(\text{Н} \cdot \text{м}).$$

Маховик тоқтағанға дейінгі айналым санын анықтау үшін, айналымды қозғалыс кезіндегі жұмыстың теңдеуін пайдаланамыз

$$A = M \cdot \varphi \quad (9)$$

Тежеуші күштердің жұмысы жүйенің бастапқы кинетикалық энергиясына тең

$$|M| \cdot \varphi = \frac{J\omega_1^2}{2};$$

$$\varphi = 2\pi N; \quad (10)$$

$$\omega_1 = 2\pi\nu_1;$$

$$|M| \cdot 2\pi N = \frac{J(2\pi)^2 \cdot \nu_1^2}{2} \Rightarrow$$

$$N = \frac{\pi \cdot mR^2 \cdot \nu_1^2}{2 \cdot |M|} = \frac{\nu_1 \Delta t}{2}.$$

Өлшем бірлігіне анализ:

$$[N] = [v] \cdot \Delta t = \frac{\text{айн}}{\text{с}} \cdot \text{с} = \text{айн}.$$

Есептеу:

$$N = \frac{6 \cdot 15}{2} = 45(\text{айналым})$$

Жауабы: $M = -0,471(\text{Н} \cdot \text{м})$; $N = 45(\text{айналым})$.

2.2.2 Есеп 3. Нейтрон $0,6\text{с}$ жылдамдықпен қозғалады. Нейтронның кинетикалық энергиясы мен импульсін анықта.

Берілгені:

$$v = 0,6\text{с}$$

$$m_n = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{кг}$$

Шешуі: Нейтронның жылдамдығы жарық жылдамдығына жуық болғандықтан, релятивистік механикадағы импульстің өрнегін пайдаланамыз:

$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Р-?
Е-?

$$p = m v = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (11)$$

мұндағы $\beta = \frac{v}{c}$ бөлшектің жылдамдығы.

Релятивистік механикада кинетикалық энергия толық энергия мен бөлшектің тыныштық энергиясының айырмасы арқылы анықталады:

$$E_k = E - E_n, \quad (12)$$

$$E_k = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta}} - m_0 c^2 = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta}} - 1 \right) \quad (13).$$

Өлшем бірлігіне анализ:

$$[p] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}, \quad [E_k] = \text{Дж}.$$

Есептеу:

$$p = \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 0,6 \cdot 3 \cdot 10^8}{\sqrt{1 - (0,6)^2}} = \frac{3,006 \cdot 10^{-19}}{0,8} = 3,76 \cdot 10^{-19} \left(\frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}} \right),$$

$$E_k = 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 3^2 \cdot 10^{16} \left(\frac{1}{0,8} - 1 \right) = 3,76 \cdot 10^{-11} (\text{Дж}).$$

Жауабы: $p = 3,76 \cdot 10^{-19} \left(\frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}} \right), E_k = 3,76 \cdot 10^{-11} (\text{Дж}).$