

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1.8.

ПРОВЕРКА ТЕОРЕМЫ ШТЕЙНЕРА

1. Цель работы: проверить справедливость теоремы о переносе осей вращения.

2. Условные обозначения:

r – радиус диска, м;

R – расстояние от центра диска до оси вращения OO' , м;

m – масса одного диска, кг;

m_0 – масса тела, кг;

D – модуль кручения, Н·м/рад;

J – момент инерции тела относительно произвольной оси, кг·м²;

J_0 – момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр инерции, кг·м²;

J_1 – момент инерции рамы с закрепленными дисками, кг·м²;

J_2 – момент инерции рамы со свободными дисками, кг·м²;

t_1 – время колебаний рамы с закрепленными дисками, с;

t_2 – время колебаний рамы со свободными дисками, с;

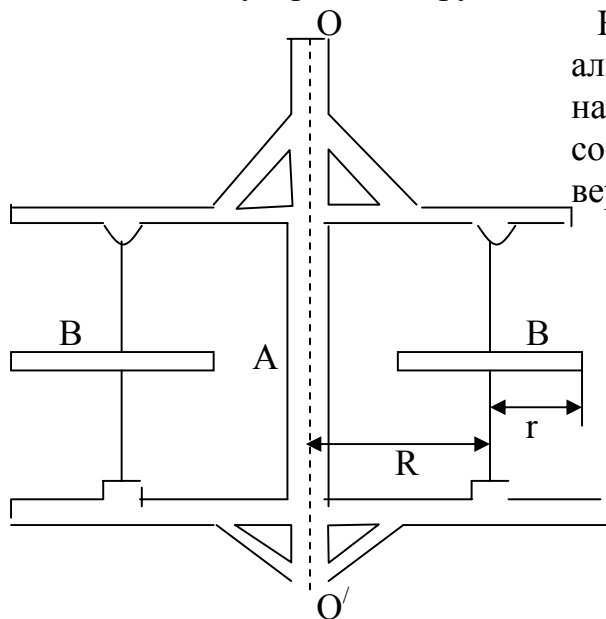
n – число колебаний крутильного маятника;

T_1 – период колебаний рамы с закрепленными дисками, с;

T_2 – период колебаний рамы со свободными дисками, с.

1. Приборы и принадлежности: крутильный маятник, секундомер, штангенциркуль.

2. Сведения об устройстве крутильного маятника



Крутильный маятник состоит из легкой алюминиевой рамы А, закрепленной на натянутой проволоке так, что рама может совершать крутильные колебания вокруг вертикальной оси OO' (рис.1).

На раме симметрично укреплены два массивных металлических диска В, которые могут вращаться вокруг осей или могут быть закреплены при помощи винтов.

Рисунок 1. Крутильный маятник.

5. Теоретические сведения.

Теорема Штейнера утверждает: момент инерции тела J относительно произвольной оси вращения равен моменту инерции тела J_0 относительно параллельной оси, проходящей через центр инерции тела, сложенному с произведением массы тела на квадрат расстояния между осями:

$$J = J_0 + md^2$$

Моменты инерции рамы с дисками относительно оси OO различны при свободных и закрепленных дисках. Если диски свободны, они движутся вокруг оси OO поступательно без вращения и их момент инерции равен:

$$J_1 = 2mR^2 \quad (1)$$

Момент инерции закрепленных дисков относительно оси OO согласно теореме Штейнера равен:

$$J_2 = 2mR^2 + 2 \cdot \frac{1}{2} mr^2 \quad (2)$$

Период крутильных колебаний определяется по формуле:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{D}} \quad (3)$$

Поэтому период колебаний рамы со свободными дисками:

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{J_1}{D}} = 2\pi \sqrt{\frac{2mR^2}{D}} \quad (4)$$

Период колебаний рамы с закрепленными дисками:

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{J_2}{D}} = 2\pi \sqrt{\frac{2mR^2 + mr^2}{D}} \quad (5)$$

Решая уравнения (4) и (5) относительно D , найдем:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{J_1}{J_2}, \quad \frac{T_2^2}{T_1^2} = \frac{J_2}{J_1}; \quad \text{обозначим} \quad \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = A$$

Пренебрегая моментом инерции легкой рамы, можно записать:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{2R^2}{2R^2 + r^2} \quad (6)$$

$$\frac{T_2^2}{T_1^2} = \frac{2R^2 + r^2}{2R^2} = 1 + \frac{r^2}{2R^2}; \quad \text{обозначим} \quad B = 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{r}{R}\right)^2$$

Полученное отношение и проверяется экспериментально в данной работе.

6. Порядок выполнения работы.

6.1. Внесите технические данные об используемых приборах в таблицу 1.

Таблица 1. Технические данные используемых приборов.

| Приборы | Пределы измерения | Цена деления | Класс точности | Приборная погрешность |
|---------|-------------------|--------------|----------------|-----------------------|
|---------|-------------------|--------------|----------------|-----------------------|

| | | | | |
|----------------|--|--|--|--|
| Секундомер | | | | |
| Штангенциркуль | | | | |
| Линейка | | | | |

- 6.1. Измерьте штангенциркулем радиусы дисков r и расстояние R от их центров до оси вращения рамы.
- 6.2. Повернув раму прибора вокруг оси OO на угол $10-15^{\circ}$, измерьте время t_1 n_1 колебаний рамы с закрепленными дисками.
- 6.3. Измерьте время t_2 n_2 колебаний рамы с закрепленными дисками.
- 6.4. Период колебаний вычислите по формуле:

$$T=t/n$$
- 6.5. Измерения повторите три раза и результаты занесите в таблицу 2.

Таблица 2. Результаты измерений.

| № | $r, м$ | $R, м$ | n_1 | $t_1, с$ | $T_1, с$ | n_2 | $t_2, с$ | $T_2, с$ | $\frac{T_2^2}{T_1^2}$ | $\frac{2R^2}{2R^2 + r^2}$ |
|-----|--------|--------|-------|----------|----------|-------|----------|----------|-----------------------|---------------------------|
| 1 | | | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | | | |
| < > | | | | | | | | | | |

- 6.6. Проверьте справедливость соотношения (6).
- 6.7. Определите абсолютные ошибки:

$$\Delta A = \Delta \left(\frac{T_2^2}{T_1^2} \right) = 2 \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^2 \sqrt{\left(\frac{\Delta T_1}{T_1} \right)^2 + \left(\frac{\Delta T_2}{T_2} \right)^2}$$

$$\Delta B = \Delta \left(\frac{J_2}{J_1} \right) = \left(\frac{r}{R} \right)^2 \sqrt{\left(\frac{\Delta r}{r} \right)^2 + \left(\frac{\Delta R}{R} \right)^2}$$

- 6.8. Рассчитайте средние значения $\langle A \rangle$ и $\langle B \rangle$.
- 6.9. Полученные результаты запишите в виде:

$$A = \langle A \rangle \pm \Delta A$$

$$B = \langle B \rangle \pm \Delta B$$

и сравните между собой.

7. Контрольные вопросы

1. Момент инерции материальной точки и тела.
2. Теорема Штейнера.
3. Как в данной работе проверяется теорема Штейнера?
4. Выведите расчетную формулу (6).

ЛИТЕРАТУРА

1. Зисман Г.А., Тодес О.М. Курс общей физики. - М.: Наука, 1972, § 11, с 63.
2. Яворский Б.М. и др. Курс физики. - М.: Высшая школа, 1977, Т.1, § 41, с 71.
3. Савельев И.В. Курс общей физики.-М.: Высшая Наука, 1982, Т.1, § 39, с 142.
4. Кортнев А.В., Рублёв Ю.В., Куценко А.Н. Практикум по физике. - М.:
5. Высшая школа, 1965.
6. Авдусь З.И., Архангельский М.М., Кошкин Н.И., Шебалин О.Д., Яковлев В.Ф. Практикум по общей физике. - М.: Просвещение, 1971.
7. Лабораторные занятия по физике (под ред. Гольдина Л.Л.). - М.: Наука, 1983.
8. Евграфова Н.Н., Каган В.Л. Руководство к лабораторным работам по физике.
9. М.: Высшая школа, 1970.