2.4. Метод векторного прогнозирования

Метод векторного прогнозирования относится к классу статистических методов краткосрочного прогнозирования и позволяет получить точечный прогноз.

Методология статистического прогнозирования заключается в том, что установленные на основе истекших событий или процессов факты о поведении системы определенным образом обобщаются и их обобщенная характеристика распространяется (экстраполируется) на некоторую перспективу. Использование векторного метода прогнозирования обусловливает линейную форму экстраполирующей функции, а процедура сглаживания и выравнивания исходного статистического ряда происходит непосредственно в процессе расчетов по методу, в то время как при прогнозировании на базе традиционных методов математической статистики данная процедура по отношению к расчетам является предварительной. Векторный метод имеет преимущества по трудоемкости вычислительных процедур по сравнению с другими статистическими алгоритмами получения прогнозов. Кроме того, неоднократная проверка метода в реальных условиях расчетов подтвердила его практическую приемлемость [10. С. 269].

Область применения метода векторного прогнозирования — объемное планирование в системе, поведение которой в перспективе может быть оценено лишь вероятностными характеристиками. Исходной информацией для расчетов по методу служат объемные данные по анализируемым периодам, а также длительности анализируемых периодов и периодов прогноза.

Примечание. Например, этот метод можно применять на предприятии, ведущем изыскательские работы, проектирующем и изготавливающем образцы новой техники, для формализации формирования годовых планов материально-технического снабжения. Анализ отчетных данных о фактическом расходовании такими предприятиями важнейших видов сырья, материалов, полуфабрикатов показывает, что изменение их потребления во времени имеет весьма стабильную динамику, если в течение анализируемых периодов не имели место существенные изменения в тематике исследований (характеристика потребления таких материалов в пределах длительного времени остается устойчивой). Этот метод может быть использован не только для опытных предприятий, ведущих изыскательские работы, проектирующих и изготовляющих образцы новой техники, а также в маркетинговых исследованиях при определении объема продаж товара и т.д. Длительности отчетных и прогнозируемых периодов устанавливаются в соответствии с имеющей место практикой планирования в системе.

Процедура получения прогноза заключается в том, что исходные векторы объемов и далее производные векторы, попарно усредняясь, образуют интегральный вектор, который в связи с геометрической логикой его образования представляет собой прямую линию,

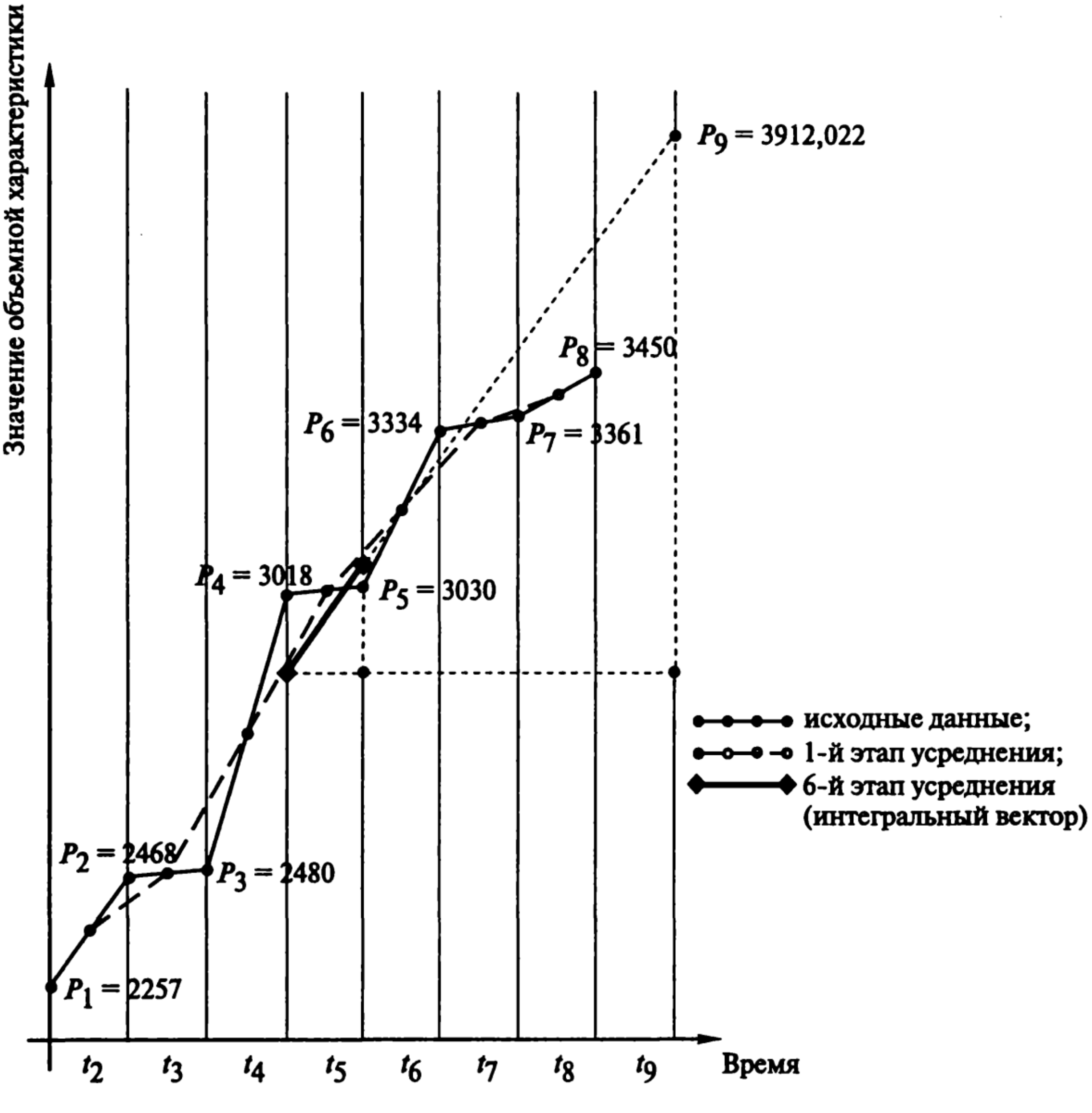

Рис. 2.2. Графическая иллюстрация метода векторного прогнозирования

характеризующую усредненное поведение системы в совокупности анализируемых периодов. Если предположить, что характеристика поведения системы в некоторой перспективе сохранится, то на основе установленной динамики можно аппроксимировать ее на эту перспективу (рис. 2.2). Очевидно, что прогноз тем точнее, чем короче аппроксимация.

При необходимости получения нескольких последовательных прогнозных характеристик метод векторного прогнозирования моделирует поведение системы в динамике: для получения второго прогнозного значения первое установленное прогнозное значение используется уже в качестве анализируемой информации наряду с совокупностью исходных объемных данных, из которой исключается информация по первому анализируемому периоду и т.д. Логика такого итерационного «отбрасывания» информации о первой характеристике при сохранении размерности анализируемой совокупности данных за счет включения в анализируемый массив установленных на предшествующем цикле расчетов прогнозных сведений объясняется стремлением уменьшить влияние «старых» тенденций поведения системы на прогноз.

Экспериментально установлено, что прогноз приемлемо достоверен при условии, когда число прогнозируемых шагов примерно в два раза меньше числа исходных векторов, характеризующих истекшее состояние системы. При этом ретроспективный анализ должен укладываться в период, в максимальной мере отражающий специфику фирмы.

Алгоритм «Векторное прогнозирование»

Таблица 2.13

Исходная информация для расчетов по методу векторного прогнозирования

<table>
<tr><td colspan="6">Порядковый номер периода (i)</td></tr>
<tr><td colspan="3">анализируемые периоды</td><td colspan="3">периоды прогноза</td></tr>
<tr><td>1</td><td>...</td><td>N</td><td>$N+1$</td><td>...</td><td>$N+K$</td></tr>
<tr><td>Длительность (t_i, $i=\overline{2, N+K}$)</td><td>...</td><td>...</td><td>...</td><td>...</td><td>...</td></tr>
<tr><td>...</td><td>...</td><td>...</td><td colspan="3">Значение объемной характеристики (P_i^0, $i=\overline{1, N}$)</td></tr>
</table>

Условные обозначения:

N — количество исходных точек (анализируемых периодов), N = const;

K — количество точек прогноза (прогнозируемых периодов);

i — порядковый номер периода;

t_i — длительность i-го периода, $i = \overline{2,\ N+K}$;

P_i^0 — значение объемной характеристики в i-м периоде.

Примечания. *1.* Необходимое условие применения метода: $2K \le N$.

2. Процедура получения прогнозных значений циклическая, на каждой итерации определяется только одно прогнозное значение объемной характеристики.

Этап I. Получение первого прогнозного значения

На этом этапе состояние системы с 1-го по N-й периоды характеризуется объемными значениями P_i^0, где $i = \overline{1,\ N}$ (табл. 2.13). При получении прогнозного значения объемной характеристики в (N + 1)-м периоде используется также информация о длительностях периодов со 2-го по (N + 1)-й включительно (t_i, где $i = \overline{2,\ N+1}$).

Шаг 1. Расчет ординат интегрального вектора (P_1^{N-2}, P_2^{N-2}) по рекуррентной формуле

$$P_i^n = \frac{P_i^{(n-1)} + P_{i+1}^{(n-1)}}{2},$$

где n — номер этапа усреднения, $n = \overline{1,\ (N-2)}$;

i — порядковый номер точки, соответствующей значению объемной характеристики на n-м этапе усреднения[1], $n = \overline{1,\ (N-n)}$.

Результаты расчета рекомендуется представить в табл. 2.14.

Таблица 2.14

Порядковый номер точки, соответствующей значению объемной характеристики на n-м этапе усреднения (i)						Этап усреднения (n)
1	2	...	...	$N-2$	$N-1$	
P_1^1	P_2^1	...	...	P_{N-2}^1	P_{N-1}^1	1
P_1^2	P_2^2	...	...	P_{N-2}^2		2
...	...	...				...
$P_1^{(N-2)}$	$P_2^{(N-2)}$					$N-2$

Ординаты интегрального вектора

Шаг 2. Расчет средней продолжительности анализируемого периода:

$$t_{\text{с}} = \frac{\sum_{i=2}^{N} t_i}{N-1}.$$

Шаг 3. Расчет центра анализируемого периода:

$$t_{\text{с}} = \frac{\sum_{i=2}^{N} t_i}{2}.$$

Шаг 4. Расчет времени ($t_{\text{а}}$), на период которого прогнозируется поведение системы при отсчете от первой точки интегрального вектора ($P_1^{(N-2)}$):

$$t_{\text{а}} = t_{\text{ц}} + \frac{t_{\text{с}}}{2} + t_{N+1}.$$

Шаг 5. Расчет изменения поведения системы по отношению к анализируемому периоду средней длины (Δp):

$$\Delta p = P_2^{(N-2)} - P_1^{(N-2)}.$$

Шаг 6. Расчет изменения поведения системы в первом прогнозируемом периоде при отсчете от первой точки интегрального вектора:

$$\Delta P = \frac{\Delta p t_{\text{a}}}{t_{\text{c}}}.$$

Шаг 7. Определение поведения системы в первом прогнозируемом периоде:

$$P_{N+1} = P_1^{(N-2)} + \Delta P.$$

Этап II и последующие этапы

Размерность массива анализируемых данных на этих этапах расчета по сравнению с этапом I расчета не изменяется.

На этапе II состояние системы характеризуется объемными значениями в периодах со 2-го по (N+ 1)-й включительно, т.е. полученное на предшествующем этапе первое прогнозное значение — объемные данные за (N + 1)-й период — используется уже в качестве анализируемой информации наряду с объемными данными со 2-го по N-й периоды, а объемные данные по 1-му периоду из анализируемой совокупности исключаются. При получении прогнозного значения на (N+ 2)-й период используется также информация о длительностях с 3-го по (N + 2)-й периоды включительно (t_i, где $i = \overline{3,\ N+2}$).

Расчет второго прогнозного значения происходит аналогично 1—7 шагам этапа I алгоритма.

Расчеты на последующих этапах производятся по описанной выше схеме и завершаются после получения прогноза на K-й период.

Пример расчетов по алгоритму «Векторное прогнозирование».

Задача. На основе имеющейся статистики об объемах спроса на товар за 8 отчетных (анализируемых) периодов и информации о длительностях периодов (анализируемых и прогнозируемых) надо получить прогноз по спросу на 9-й и 10-й периоды. Исходные данные представлены в табл. 2.15.

Проведем необходимые расчеты по методу векторного прогнозирования.

Этап I. Получение первого прогнозного значения объема спроса на товар (в 9-м периоде)

На этом этапе состояние системы характеризуется объемами спроса на товар в 1—8 периодах (табл. 2.16), при получении прогнозного значения на 9-й период используется также информация о длительностях 2—9 периодов.

Таблица

Исходная информация для расчетов по методу векторного прогнозирован

Порядковый номер периода (i)									
анализируемые периоды								**периоды прог**	
1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*1*
Длительность, дней (t_i, $i=\overline{2,\ 10}$)	63	64	64	62	63	64	64	63	6
2257	2468	2480	3018	3030	3334	3361	3450	**Объем спроса (P_i^0, $i=\overline{1,}$**	

Таблица

P_1^0	P_2^0	P_3^0	P_4^0	P_5^0	P_6^0	P_7^0	P_8
2257	2468	2480	3018	3030	3334	3361	34

Шаг 1. Расчет параметров интегрального вектора (P_1^6, P_2^6) по формуле

$$P_i^n = \frac{P_i^{(n-1)} + P_{i+1}^{(n-1)}}{2}, \quad n = \overline{1,\ 6}, \quad i = \overline{1,\ (8-n)}.$$

Так, $P_1^1 = \frac{P_1^0 + P_2^0}{2} = \frac{2257 + 2468}{2} = 2362{,}5;$

$$P_2^1 = \frac{P_2^0 + P_3^0}{2} = \frac{2468 + 2480}{2} = 2474 \text{ и т.д.}$$

Ордината первой точки интегрального вектора:

$$P_1^6 = \frac{P_1^5 + P_2^5}{2} = \frac{2751{,}906 + 2980{,}594}{2} = 2866{,}25.$$

Ордината второй точки интегрального вектора:

$$P_2^6 = \frac{P_2^5 + P_3^5}{2} = \frac{2980{,}594 + 3170{,}781}{2} = 3075{,}688.$$

Результаты расчета представлены в табл. 2.17.

Шаг 2. Расчет средней продолжительности анализируемого периода:

$$t_c = \frac{\sum_{i=2}^{N} t_i}{N-1} = \frac{63+64+64+62+63+64+64}{7} = \frac{444}{7} = 63{,}42857.$$

Шаг 3. Расчет центра анализируемого периода: $t_ц = \frac{\sum_{i=2}^{N} t_i}{2} = \frac{444}{2} = 222.$

Таблица 2.17

Порядковый номер точки, характеризующей объем спроса на товар на n-м этапе усреднения							Этап усреднения
1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	
2362,5	2474	2749	3024	3182	3347,5	3405,5	1
2418,25	2611,5	2886,5	3103	3264,75	3376,5		2
2514,875	2749	2994,75	3183,875	3320,625			3
2631,938	2871,875	3089,313	3252,25				4
2751,906	2980,594	3170,781					5
2866,25	3075,688						6

Шаг 4. Расчет времени ($t_а$), на период которого прогнозируется поведение системы при отсчете от первой точки интегрального вектора (P_1^6):

$$t_а = t_ц + \frac{t_с}{2} + t_{N+1} = 222 + \frac{63{,}42857}{2} + 63 = 316{,}7143.$$

Шаг 5. Расчет изменения поведения системы по отношению к анализируемому периоду средней длины (Δр): $\Delta p = P_2^6 - P_1^6 = 3075{,}688 - 2866{,}25 = 209{,}4375.$

Шаг 6. Расчет изменения поведения системы в первом прогнозируемом периоде при отсчете от первой точки интегрального вектора:

$$\Delta P = \frac{\Delta p t_а}{t_а} = \frac{209{,}4375 \times 316{,}7143}{63{,}42857} \approx 1045{,}772.$$

Шаг 7. Определение поведения системы в первом прогнозируемом периоде:

$$P_{N+1} = P_1^6 + \Delta P = 2866{,}25 + 1045{,}772 \approx 3912.$$

Этап II. Получение второго прогнозного значения объема спроса на товар (в 10-м периоде)

Размерность массива анализируемых данных на этапе II расчета по сравнению с этапом I не изменяется, т.е. равна 8. Таким образом, на этом этапе состояние системы характеризуется объемами спроса на товар в 2—9 периодах (см. табл. 2.18, где $P_8^0 = 3912$ — полученное на этапе I прогнозное значение объема спроса в 9-м периоде — используется в качестве анализируемой информации наряду с данными об объемах спроса в 2—8 периодах, а данные по 1-му периоду из анализируемой

Таблица 2.18

P_1^0	P_2^0	P_3^0	P_4^0	P_5^0	P_6^0	P_7^0	P_8^0
2468	2480	3018	3030	3334	3361	3450	3912

совокупности исключаются), при получении прогнозного значения на 10-й период используется также информация о длительностях 3—10 периодов.

Расчет прогноза на 10-й период происходит аналогично 1—7 шагам этапа I алгоритма.

Шаг 1. Получение параметров интегрального вектора на данном этапе расчетов проиллюстрировано в табл. 2.19.

Комментарий. Объем вычислительных операций на этом этапе расчета заметно уменьшается за счет того, что исключается необходимость повторного определения параметров производных векторов, кроме вершины последнего, на каждом из этапов их усреднения. Например, $P_7^1 = \frac{P_7^0 + P_8^0}{2} = \frac{3450 + 3912}{2} = 3681.$

Таблица 2.19

Порядковый номер точки, характеризующей объем спроса на товар на *n*-м этапе усреднения							Этап усреднения
1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	
2474	2749	3024	3182	3347,5	3405,5	3681	1
2611,5	2886,5	3103	3264,75	3376,5	3543,25		2
2749	2994,75	3183,875	3320,625	3459,875			3
2871,875	3089,313	3252,25	3390,25				4
2980,594	3170,781	3321,25					5
3075,688	3246,016						6

Шаг 2. $t_c = \frac{64+64+62+63+64+64+63}{7} = \frac{444}{7} = 63,42852.$

Шаг 3. $t_ц = \frac{444}{2} = 222.$

Шаг 4. $t_a = 222 + \frac{63,42852}{2} + 64 = 316,7143.$

Шаг 5. $\Delta p = 3246,016 - 3075,688 = 170,3281.$

Шаг 6. $\Delta P = \frac{170,3281 \times 316,7143}{63,42852} = 850,4898.$

Шаг 7. $P_{10} = 3075,688 + 850,4898 \approx 3926.$