

ИДЗ 3

Проверка статистических гипотез

Задание 1. Для заданного интервального выборочного ряда (начальное значение x_{\min} , шаг h) проверить гипотезу: закон распределения генеральной совокупности является равномерным при уровне значимости $\alpha = 0,05$.

Вариант	α	x_{\min}	h	Данные выборки
1	0,05	30	1,8	44, 39, 49, 45, 52, 33, 42, 45, 48, 40
2	0,10	29	2,5	46, 38, 36, 38, 36, 53, 34, 35, 42, 32
3	0,05	25	2,7	33, 49, 44, 47, 44, 40, 37, 36, 46, 28
4	0,01	27,5	0,5	48, 50, 41, 35, 34, 52, 46, 36, 51, 34
5	0,05	32	1,1	36, 42, 40, 50, 54, 47, 42, 35, 50, 51
6	0,10	34,1	2,3	57, 45, 35, 44, 48, 49, 41, 45, 39, 42
7	0,01	18	2,2	39, 30, 35, 42, 42, 49, 35, 43, 46, 20
8	0,05	29	1,8	51, 56, 41, 40, 43, 32, 59, 44, 47, 34

Задание 2. По данным выборки проверить с помощью критерия Пирсона при уровне значимости α гипотезу:

- а) о показательном;
- б) равномерном;
- в) нормальном законе распределения генеральной совокупности.

В ответе привести:

- 1) выбранную гипотезу о виде закона распределения;
- 2) вычисленное значение критерия;
- 3) критическое значение;
- 4) вывод о принятии или не принятии гипотезы.

Вариант	α	Данные выборки
1	0,010	16,9 7,6 -8,4 4,2 14,3 12,4 6,7 17,5 1,1 15,4 15,1 4,2 -0,4 13,1 13,5 16,0 27,3 11,7 11,7 8,7 11,9 18,0 -8,0 16,0 14,7 10,8 2,5 0,4 8,0 10,8 16,3 12,9 12,0 9,6 9,9 6,7 3,4 11,0 20,4 18,4 6,1 16,3 3,8 15,7 22,9 7,9 20,5 12,5 11,8 15,9 5,6 16,3 15,7 7,2 15,8 9,5 13,3 5,7 15,5 18,3 15,0 9,0 6,0 7,4 11,0 24,0 9,9 8,2 12,9 4,3 20,5 2,5 10,5 12,4 8,7 12,1 3,1 -1,5 8,6 14,9 16,6 19,5 13,9 13,8 14,7 -0,7 16,4 6,7 16,5 11,6 13,2 15,2 17,4 13,3 11,4 10,0 9,6 16,5 20,5 7,5
2	0,050	12,3 19,9 17,4 9,7 14,7 18,6 23,8 14,1 17,6 17,6 9,6 12,4 6,4 10,3 13,3 26,3 15,0 11,1 14,7 32,0 10,0 29,4 11,7 31,0 23,2 19,9 28,4 12,9 8,6 23,1 22,7 23,2 7,2 11,3 22,0 17,6 26,9 12,6 13,2 16,1 8,0 27,8 16,3 0,5 14,5 16,5 19,6 10,3 26,7 20,6 30,3 30,5 25,1 7,8 15,6 17,8 18,3 5,5 33,3 19,6 19,3 0,8 17,2 19,6 7,0 18,9 26,7 26,4 14,9 13,0 26,1 18,5 3,0 3,7 18,8 25,4 16,9 15,1 16,1 4,7 9,7 33,7 35,3 31,4 5,6 21,6 23,1 26,2 26,9 4,5 16,3 18,4 -3,1 30,7 22,2 1,4 13,1 9,6 24,9 -7,5

3	0,025	29,6 41,5 35,4 37,0 43,8 45,6 25,6 45,4 46,1 43,1 40,9 26,8 36,2 27,8 46,1 43,2 30,1 26,1 41,7 35,5 35,9 42,7 35,1 38,8 28,9 38,0 43,5 31,9 27,3 26,9 36,5 39,7 34,4 29,0 32,4 32,9 37,0 32,5 29,4 35,9 47,9 24,8 38,1 27,4 24,7 28,1 28,4 42,7 42,5 39,1 26,3 29,5 48,4 30,5 28,1 28,3 26,8 28,3 41,0 45,0 47,1 30,7 25,6 32,0 47,0 26,9 44,6 27,7 35,7 46,5 30,6 31,0 32,5 41,5 40,9 43,9 45,1 23,7 28,2 37,5 30,6 24,5 25,0 27,1 45,0 38,1 41,4 29,3 38,0 44,4 46,2 36,7 26,2 45,2 40,8 39,4 37,0 39,8 23,9 38,2
4	0,010	38,7 37,9 36,0 31,4 47,0 28,2 46,4 43,0 29,9 45,6 41,6 31,4 26,0 42,3 37,4 46,3 30,4 32,5 29,9 26,4 26,0 44,3 35,4 32,1 30,0 39,0 28,3 33,4 35,2 38,3 27,3 30,0 29,1 39,3 39,1 28,7 25,1 39,5 35,8 28,5 42,6 28,0 45,8 27,6 37,7 43,6 37,8 33,4 45,1 31,0 34,6 34,2 42,6 26,2 34,5 25,9 37,5 23,2 36,1 47,2 28,4 37,7 37,5 26,3 27,6 34,2 33,5 41,9 43,0 43,2 40,3 28,6 39,0 36,7 44,2 39,0 40,5 33,0 46,4 38,1 43,8 25,7 39,2 31,3 35,5 26,8 28,2 33,0 26,7 33,5 29,6 45,8 24,8 42,6 30,0 42,7 34,8 32,3 26,6 38,4
5	0,025	35,1 46,7 23,9 50,5 32,3 32,5 32,7 21,5 33,1 34,0 42,4 53,6 34,8 18,7 25,7 29,1 18,4 38,8 23,6 19,5 22,7 26,8 54,1 47,4 42,0 24,0 35,9 58,1 45,1 5,8 27,6 25,4 40,8 41,5 18,3 36,5 30,3 29,5 30,0 58,1 43,2 28,1 17,4 30,4 45,9 42,6 33,7 42,8 32,5 21,4 30,0 45,8 29,2 42,9 18,9 26,2 23,3 42,8 42,6 35,8 33,5 38,8 38,9 42,2 32,0 32,9 29,2 42,1 28,3 50,2 46,5 32,4 16,2 36,8 33,5 31,6 23,0 46,6 18,7 30,4 29,4 21,8 36,1 34,2 39,5 32,9 33,5 24,1 6,0 17,8 21,1 42,6 30,4 29,1 52,3 37,4 39,9 39,1 37,5 41,6
6	0,025	14,0 2,9 7,9 -2,1 -3,0 2,7 -1,7 1,0 1,0 7,3 13,5 0,9 6,4 16,2 7,7 3,8 2,5 9,9 6,2 13,7 9,4 1,2 -0,8 6,9 0,4 3,8 -2,6 2,2 7,6 10,3 5,5 -1,1 1,4 14,6 0,4 11,3 6,3 -1,7 17,8 2,8 12,2 0,2 8,5 6,6 -0,3 5,4 12,6 3,5 7,4 9,4 5,9 5,8 10,9 4,1 7,3 1,0 4,9 3,6 3,8 4,8 10,9 -0,1 4,4 2,8 2,7 13,6 5,1 2,2 3,1 9,9 8,0 -12,2 7,9 -0,2 -0,4 0,5 6,2 4,2 15,9 5,9 8,7 3,9 -0,6 11,5 12,8 6,1 2,8 9,0 10,2 -0,5 -3,3 -6,6 5,1 5,9 6,2 4,4 4,2 14,4 9,1 -2,3
7	0,050	21,6 31,2 18,5 28,1 31,7 33,7 23,1 25,2 27,2 26,9 42,3 28,8 33,1 25,5 17,7 16,8 20,9 31,2 18,2 26,2 25,9 41,3 27,3 24,5 26,4 27,3 44,7 36,7 23,3 32,1 23,6 31,5 30,6 28,7 41,9 23,0 30,1 41,8 35,4 28,9 30,3 31,0 32,1 35,7 18,7 28,9 39,6 35,9 30,9 21,1 27,8 28,8 16,4 33,1 39,1 40,2 32,8 28,3 27,3 49,1 18,3 21,1 32,4 34,9 34,1 39,7 26,2 42,7 31,6 40,4 14,8 26,1 26,3 39,0 24,9 37,0 33,0 36,4 39,4 32,3 34,6 37,7 23,2 26,0 24,8 35,4 39,8 35,4 39,3 36,5 24,4 35,0 37,2 26,7 28,4 37,6 35,0 31,3 14,4 28,2

8	0,025	-20,6 16,6 14,9 -25,8 -5,9 13,1 5,0 6,6 9,6 -17,0 3,6 5,2
		6,3 -14,4 28,2 28,1 7,6 -25,0 16,2 -4,1 18,7 20,5 -13,3
		-1,1 -19,6 21,0 1,3 -14,2 -15,7 -35,3 28,0 6,0 22,5 -23,6
		26,3 10,7 -37,6 5,3 12,5 -9,1 -15,5 -13,3 1,3 3,0 11,9 22,1
		36,0 20,7 -3,4 26,7 -27,3 -14,0 -12,1 -13,2 17,0 -15,6 16,0
		-9,1 -11,4 -3,6 2,4 0,5 -22,2 -19,9 13,9 -1,4 11,2 -3,9
		23,2 -12,1 -26,4 -7,6 -6,6 -5,1 15,4 1,4 -2,3 -9,9 -0,5
		29,4 12,9 -10,6 5,1 -40,4 19,8 -9,8 7,5 26,3 23,4 -10,2
		19,6 -41,8 -10,3 -12,1 16,4 -13,3 21,8 -20,6 15,8 -21,3

Задание 3. По двум выборкам нормальных законов распределения проверить гипотезу о равенстве дисперсий (при конкурирующей гипотезе об их неравенстве) при уровне значимости 0,1.

Определить:

- 1) дисперсию первой выборки;
- 2) дисперсию второй выборки;
- 3) вычисленное значение критерия;
- 4) теоретическое значение критерия;
- 5) вывод о принятии или не принятии гипотезы.

Вариант	Выборки	
1	X	61,4 45,6 46,4 47,8 49,2 57,6 38,3 41,9 55,7 61,8
	Y	43,5 61,6 56,0 52,0 30,2 58,1 2,0 47,8 51,5
2	X	48,8 56,0 46,8 46,4 44,3 39,2 41,6 51,1 48,3 22,4
	Y	4,2 28,1 25,8 21,5 27,5 32,4 31,2 35,1 8,4 7,3
3	X	26,6 29,0 27,6 36,4 27,6 40,0 40,3 31,1 31,9 31,5
	Y	44,3 60,5 13,0 29,3 24,7 40,0 39,8 64,4 31,3 14,5 50,0
4	X	45,4 32,8 44,4 29,9 29,9 29,5 37,6 34,2 37,0 19,2
	Y	46,7 44,3 46,3 1,8 35,6 34,4 43,2 63,9 38,0 20,3 24,6 51,1
5	X	37,5 39,9 43,5 37,8 43,1 35,2 38,7 32,2 45,1 35,7 14,2 38,2
	Y	32,7 28,2 24,7 40,6 26,8 35,1 44,3 22,1 25,7 48,6 41,3 39,0
6	X	40,9 54,9 47,5 42,0 46,5 39,7 58,0 40,3 31,4
	Y	52,2 24,0 49,9 56,7 51,4 58,7 58,9 59,4 44,6 66,2 55,8 56,1
7	X	39,8 48,3 16,9 28,4 41,5 35,9 36,9 29,1 42,5 41,1 34,0 36,4
	Y	54,6 36,3 29,4 56,4 36,1 43,3 30,1 60,8 45,4
8	X	41,0 46,1 37,6 43,0 42,0 40,0 44,9 34,8 49,7 31,6
	Y	24,2 42,0 13,1 31,7 34,2 22,2 29,5 28,6 27,2 35,7 30,0

Задание 4. По данным двух выборок нормального закона распределения проверить гипотезу о равенстве генеральных средних (при конкурирующей гипотезе об их неравенстве) при уровне значимости $\alpha = 0,1$.

В ответе привести:

- 1) выборочное среднее для первой выборки;
- 2) выборочное среднее для второй выборки;
- 3) вычисленное значение критерия;
- 4) табличное значение;
- 5) вывод о принятии или не принятии гипотезы.

Вариант	Выборки	
1	X	65,0 67,8 26,6 55,2 60,9 57,7 45,7 59,5 106,3 74,5 50,7 25,0 -18,2 76,8 64,9
	Y	68,2 84,5 60,3 27,8 55,2 74,6 107,2 60,1 10,5 109,6 24,1 -49,7 12,9 29,5

2	X	76,9 57,4 74,0 121,0 34,2 18,7 36,2 35,0 55,1 82,4 95,2 54,2
	Y	108,3 72,3 70,2 92,3 89,1 76,2 92,8 89,7 6,0 72,5 117,3 111,8 65,7 72,1 65,8 87,6 103,0
3	X	11,8 37,8 48,1 64,2 67,2 33,6 64,7 75,9 70,6 103,7 76,5 48,1 63,3 85,6 48,9
	Y	12,5 101,1 28,4 -4,2 30,7 94,0 76,7 115,7 40,8 82,4 62,9 66,4 70,6 118,5 72,0 72,0 34,3 98,9 91,7
4	X	19,6 90,5 4,6 89,9 -70,1 73,3 80,1 64,6 21,9 33,1 51,6
	Y	3,3 62,6 21,9 -38,5 37,0 60,5 48,7 23,4 14,1 115,5 72,9 -23,9 -31,1 50,2 -44,2 35,5 53,2 34,3
5	X	74,9 72,2 110,0 29,7 68,8 65,2 70,9 73,2 70,7 65,2 82,4 43,8 60,9 57,7
	Y	57,0 84,0 22,7 45,2 45,3 20,9 3,0 24,2 71,9 43,9 10,3
6	X	83,6 53,9 121,7 75,0 30,4 74,6 45,5 38,9 20,0 62,1 88,9
	Y	112,2 25,1 63,0 43,2 76,7 59,6 52,3 67,8 57,3 82,0 78,7 43,1 62,1 135,6 43,6
7	X	80,5 105,8 72,5 36,5 6,0 88,7 48,7 59,0 70,7 106,4 26,7 34,9
	Y	100,6 19,3 56,7 53,7 28,6 38,4 43,6 52,2 64,6 45,6 26,1 79,7 67,9 30,8 26,8 24,8 48,4
8	X	43,7 63,8 105,4 19,1 48,3 40,7 91,8 -0,7 36,5 80,2 7,6 59,4 41,6 1,5 76,3
	Y	3,8 44,7 21,0 44,4 40,1 70,7 81,7 52,0 60,5 50,5 52,8 66,9 76,7 34,6 77,3 34,4 53,1

Задание 5. По данным двух выборок нормального закона распределения (первая – с дисперсией S_1^2 , вторая – с дисперсией S_2^2) проверить гипотезу о равенстве средних значений при уровне значимости α (при конкурирующей гипотезе об их неравенстве). В ответе привести:

- 1) выборочное среднее для первой выборки;
- 2) выборочное среднее для второй выборки;
- 3) вычисленное значение критерия;
- 4) критическое значение;
- 5) вывод о принятии или не принятии гипотезы.

Вариант	Выборки	
1	X	57,5 94,6 107,5 62,8 69,5 82,9 68,4 60,0 83,9 41,1 92,6 33,3 33,3 70,0 51,7 93,6 73,1 102,6 51,6 75,0 87,4 97,0 100,2 62,0 34,5 68,7 78,0 86,8 77,9 107,2 75,7 77,9 47,3 81,4 37,9 67,9 88,5 67,7 100,3 95,8 85,6 101,0 96,2 72,4 67,2 38,7 69,2 48,5 33,2 89,3 99,3 64,5 93,2 58,9 115,0 15,1 57,6 55,2 115,7 32,3 86,9 54,2 89,9 76,0 60,9 47,3 63,1 42,0 84,3 89,0 68,6 84,6 68,5 92,6 96,9 61,9 69,7 53,8 89,1 78,6 61,5 59,5 107,1 92,1 74,6 54,1 61,0 74,1 83,6 92,3 76,7 81,1 40,2 82,4 78,6 88,9 42,4 92,7 43,4
	Y	63,7 40,4 64,3 110,9 74,9 11,6 130,5 134,4 62,0 52,1 25,3 38,8 81,1 -6,7 69,0 6,4 113,1 75,3 2,2 96,3 13,4 126,4 15,5 72,3 15,0 66,3 77,5 14,0 29,3 71,4 114,3 91,0 14,2 78,6 93,1 79,1 99,4 85,6 107,3 53,6 35,5 141,1 68,8 27,3 48,7 77,7 76,5 102,5 60,3 96,3 162,4 96,7 -12,1 53,4 52,5 112,4 72,4 99,6 -6,4 109,2 98,2 129,0 108,8 95,5 85,3 79,6 116,8 118,8 36,3 58,6 24,4 -1,0 60,9 170,0 62,3 20,2 28,7 71,8 67,0 43,0 112,3 101,5 38,3 21,0 115,6 89,8 88,3 17,6 57,9 53,5 39,6 61,2 136,8 104,0 63,8 148,0 83,3 86,2 130,8

2	X	124,1 82,5 69,0 85,4 32,4 77,7 78,2 96,6 39,6 34,2 67,8 35,1 30,9 69,6 101,0 61,6 115,1 39,2 66,6 92,3 53,0 95,3 55,5 92,2 66,1 57,2 29,5 68,2 40,5 54,0 40,4 72,0 69,2 35,2 98,5 26,9 47,0 106,4 50,2 46,2 88,4 56,6 45,4 69,3 63,5 42,6 66,0 80,1 66,4 92,0 60,9 75,7 109,2 47,1 64,5 93,3 49,4 65,9 98,7 46,2 24,2 50,5 92,4 75,1 112,0 14,6 41,0 59,5 59,7 44,9 108,7 68,8 49,9 44,4 48,2 48,3 87,9 59,5 67,8 62,7 61,5 40,7 68,1 65,1 59,6 77,3 77,0 74,0 99,4 67,2 76,9 99,9 29,0 18,3 56,5 81,8 28,3 66,7 63,1
	Y	65,3 67,8 91,3 87,9 58,2 124,8 37,1 86,1 53,6 59,4 94,4 79,7 73,1 18,5 54,7 107,0 78,0 70,2 99,7 117,4 97,0 82,8 68,3 98,3 42,1 76,9 71,2 54,4 98,5 103,8 119,6 47,1 91,8 99,1 90,8 36,4 64,3 72,6 81,1 120,5 79,2 99,4 96,3 77,4 148,4 85,6 92,8 104,3 61,4 83,5 43,1 97,0 111,4 169,8 88,1 52,0 138,4 49,9 79,3 45,2 18,6 108,2 142,9 22,3 79,0 39,9 146,6 76,9 65,4 125,8 27,0 54,4 43,7 88,0 54,7 115,8 66,1 78,8 76,6 55,8 61,8 47,1 80,3 90,9 52,5 16,2 35,0 89,4 30,5 87,0 94,1 73,6 99,2 66,9 62,3 85,8 64,6 96,4 22,0
3	X	139,3 31,2 131,2 112,1 54,0 77,3 24,9 106,0 96,4 22,2 92,8 111,0 49,6 61,3 95,9 52,1 124,0 57,8 99,5 71,0 79,3 99,6 133,9 1,7 122,0 41,3 27,0 -6,7 27,8 60,8 78,6 171,0 78,4 56,7 50,0 46,3 91,6 151,7 115,4 21,9 42,8 78,0 114,9 91,2 107,8 100,9 97,0 52,3 34,4 49,1 111,6 77,4 1,2 28,0 55,7 58,0 55,1 41,5 97,1 81,9 48,3 113,9 33,3 41,5 50,2 148,5 45,0 98,3 7,9 75,3 67,3 106,5 65,9 104,4 17,1 63,9 108,5 58,6 33,0 115,5 -13,3 60,3 71,1 56,3 34,9 61,5 65,2 71,8 87,4 57,8 63,1 56,9 126,0 90,9 70,6 132,5 86,3 108,2 82,0
	Y	116,0 65,5 115,1 89,5 62,7 92,7 63,9 71,8 73,7 70,1 88,6 81,5 70,5 102,8 76,8 83,2 105,0 88,5 85,5 105,6 54,6 85,5 60,1 76,8 47,8 48,3 119,7 109,4 42,6 46,1 43,0 53,1 86,3 65,4 61,0 21,1 59,7 70,1 101,9 59,4 70,0 53,7 59,5 82,3 111,8 74,3 52,9 82,5 86,4 49,1 112,8 83,1 69,1 39,1 42,0 40,1 37,8 76,7 74,7 118,7 65,4 84,1 54,9 13,5 23,4 75,8 87,4 56,9 48,9 35,0 66,0 98,0 81,6 91,2 74,3 87,4 81,6 80,9 47,3 62,1 65,2 57,1 31,0 81,4 81,7 42,2 93,1 62,4 65,7 87,9 67,0 65,3 64,2 69,5 78,5 111,8 38,7 54,2 56,3
4	X	42,1 60,3 62,9 7,2 -0,5 -31,6 56,3 69,3 25,4 18,5 1,6 55,8 25,0 68,1 32,7 23,4 26,3 7,1 18,2 16,1 48,3 10,8 73,3 120,0 19,9 42,9 105,1 60,2 42,7 56,0 75,3 4,3 40,2 118,7 54,1 55,2 51,3 75,4 57,4 46,2 56,0 57,9 100,6 73,2 40,8 72,5 35,2 71,7 42,8 85,8 71,2 99,7 89,4 68,5 20,9 90,8 45,9 19,2 18,3 96,1 32,8 29,1 65,0 78,9 86,5 56,2 84,3 10,4 56,9 93,8 38,2 49,7 47,3 -3,2 86,2 57,3 32,3 34,8 67,8 34,6 78,3 84,5 4,2 43,1 24,2 -25,4 59,4 -0,6 24,4 60,7 74,9 30,7 52,7 94,7 40,2 41,5 60,3 6,7 84,9 38,0
	Y	41,3 50,0 65,4 31,2 87,8 63,6 22,8 46,5 51,3 45,6 48,6 30,2 -8,1 57,6 25,6 6,1 50,3 33,1 53,0 71,0 64,3 85,4 55,1 62,0 28,7 43,1 66,9 23,6 61,3 78,3 39,9 72,0 25,8 38,5 54,3 32,3 57,6 16,3 59,4 15,7 49,2 30,9 35,2 93,6 37,7 22,7 1,4 59,3 46,3 73,3 63,4 70,5 57,2 51,0 35,2 -4,1 42,2 27,2 16,3 42,5 23,3 45,4 22,4 52,5 52,3 50,2 45,2 57,3 74,3 34,8 83,9 46,9 53,5 35,6 51,7 44,2 40,3 38,9 69,4 41,5 49,5 19,9 37,3 68,1 18,4 60,4 51,9 53,2 19,8 44,9 59,0 16,3 19,6 29,3 59,9 43,7 77,1 4,6 90,9

5	X	59,1 51,8 40,7 51,1 41,1 83,4 79,3 58,7 55,4 77,2 74,5 18,4 62,2 42,6 85,1 64,7 73,9 59,1 84,6 63,2 46,0 62,9 59,3 97,4 72,7 29,2 80,1 75,8 83,8 49,6 95,8 52,1 82,3 77,8 52,6 46,8 48,5 63,1 62,7 35,2 101,7 55,7 65,9 66,7 37,4 49,3 46,3 86,8 15,0 31,4 82,7 76,8 81,7 54,1 59,2 56,1 55,9 76,5 75,9 48,9 14,6 43,1 62,2 72,4 73,0 78,7 63,0 75,8 46,8 61,4 53,3 60,1 35,8 101,7 57,5 24,5 79,7 66,9 40,6 37,0 62,3 87,8 75,9 56,3 87,6 69,1 42,2 58,2 65,7 65,1 61,7 51,1 47,3 87,4 44,6 8,8 45,3 30,4 65,1
	Y	54,5 71,2 87,4 50,3 -4,8 48,2 64,2 61,7 118,2 44,8 81,9 86,6 85,2 88,2 34,6 80,9 106,6 105,3 64,8 109,3 49,7 81,1 15,1 36,0 34,5 102,7 44,3 57,6 82,5 102,5 78,7 81,8 77,5 109,7 43,7 41,8 59,8 76,6 32,6 65,6 114,0 26,6 49,2 72,7 80,8 15,3 52,3 78,5 110,2 29,0 93,1 82,4 103,4 111,9 78,9 49,7 68,2 88,6 98,0 38,9 38,5 23,6 47,7 110,7 46,3 67,9 84,4 18,7 92,3 98,1 33,5 64,5 76,4 134,8 46,5 81,8 7,9 95,5 94,8 114,1 39,0 67,3 86,6 74,8 73,2 81,4 35,2 61,3 68,6 115,3 62,3 98,0 71,9 74,5 36,5 55,7 54,7 86,4 95,6
6	X	75,1 57,3 60,2 29,8 32,5 65,4 72,2 95,4 46,6 56,6 43,3 32,7 59,9 47,2 46,1 76,6 74,8 34,1 82,6 42,0 79,3 38,2 57,9 31,6 76,2 113,2 86,9 71,0 71,2 42,2 24,8 68,7 60,5 94,8 64,9 73,8 60,6 58,9 54,0 70,7 47,3 46,1 69,7 56,0 75,5 56,7 117,0 55,1 45,3 65,0 33,0 95,5 63,9 55,2 63,9 77,1 66,3 58,4 55,7 65,2 80,6 42,7 59,4 49,4 49,0 88,8 20,0 49,3 24,2 121,1 63,4 60,9 80,6 48,4 53,7 58,4 32,0 28,4 73,6 58,2 50,2 47,3 38,0 64,9 84,6 31,9 28,3 59,8 99,5 87,6 44,5 50,8 27,5 48,9 55,8 108,6 40,9 70,7 57,6
	Y	54,2 0,6 74,5 29,3 56,7 -54,7 98,3 18,9 65,2 82,0 66,0 66,5 93,2 64,8 16,4 138,0 47,2 14,4 27,8 36,1 112,6 34,8 63,9 35,1 97,9 45,1 108,3 68,4 -21,4 59,5 23,5 60,6 97,1 85,0 66,9 36,3 47,7 85,4 91,8 44,1 35,4 63,8 76,8 81,5 115,9 38,8 89,6 110,6 41,0 101,3 1,0 -30,2 24,9 75,0 67,0 74,8 116,2 112,5 63,7 25,9 69,2 13,4 66,8 99,5 84,6 97,1 113,1 26,9 9,7 60,4 45,4 50,6 78,7 60,5 134,8 85,2 139,5 33,6 122,9 -16,1 65,2 53,5 67,6 81,7 46,7 19,4 96,2 105,8 122,1 93,1 92,8 87,5 75,2 96,9 83,6 22,9 96,3 30,7 68,8
7	X	12,7 84,8 46,2 35,0 65,9 64,1 96,8 78,2 28,5 54,3 83,4 55,9 59,2 52,3 83,7 65,2 114,3 98,9 115,4 78,6 28,3 86,5 109,1 91,2 117,4 91,7 56,5 103,9 95,4 125,3 42,1 38,8 37,0 47,8 109,2 90,5 10,9 66,2 59,2 30,4 63,5 76,8 65,2 101,0 26,8 46,1 43,2 78,3 112,7 81,1 43,2 39,6 42,7 34,0 106,1 66,0 19,7 76,8 32,8 98,6 81,3 102,6 37,2 67,8 33,6 57,4 88,4 79,2 36,1 49,8 30,0 87,0 51,3 71,6 86,6 41,5 127,7 87,9 119,8 75,6 54,0 19,7 27,5 120,0 59,1 57,2 76,9 89,1 58,6 60,5 111,4 48,8 93,2 66,8 66,5 53,9 69,5 78,7 89,6
	Y	101,3 75,6 103,8 75,9 90,8 57,1 62,4 81,3 41,1 73,9 55,8 49,1 79,6 29,3 97,3 35,0 82,6 101,3 113,3 68,3 105,3 67,3 83,4 88,4 71,9 63,2 92,8 69,5 45,6 60,7 72,6 23,3 85,7 59,0 84,9 80,4 74,2 107,9 77,8 84,9 45,4 91,5 75,9 90,6 64,1 57,6 58,9 72,2 37,8 73,7 101,1 43,4 82,7 69,1 68,1 102,1 81,6 83,7 84,1 90,9 42,2 81,2 111,7 27,5 55,3 44,7 91,9 48,5 100,0 81,3 84,5 47,8 74,9 44,8 80,1 85,5 83,6 40,1 53,5 84,1 79,9 111,7 110,9 78,0 102,3 78,6 98,4 105,9 101,6 45,2 99,1 60,0 95,4 39,2 85,3 80,6 53,2 93,9 102,5

8	X	39,5 -21,7 58,3 38,7 30,1 17,6 5,1 29,5 43,8 83,2 7,7 11,8 29,5 59,9 38,6 88,9 -10,1 16,7 90,2 54,4 19,7 20,7 -10,9 20,3 14,1 34,8 70,8 124,8 60,1 14,3 63,0 17,3 51,4 16,1 90,5 62,9 91,2 71,8 6,3 61,0 12,7 -8,9 18,9 26,0 41,3 23,5 82,8 37,1 43,9 13,6 -16,1 88,1 26,3 4,9 96,1 78,4 -4,7 30,4 53,5 16,3 31,8 21,5 60,9 -1,5 93,7 46,5 71,7 118,6 -28,1 54,4 62,2 -0,7 11,5 -16,1 69,7 90,2 66,4 48,7 77,9 46,1 20,9 46,1 54,8 60,8 86,7 78,1 50,1 -2,2 5,0 47,7 56,9 41,9 86,1 -8,1 49,6 42,1 104,9 37,7 58,1
	Y	77,1 100,4 62,5 39,5 50,2 53,4 23,1 15,9 6,6 56,2 -11,5 88,5 49,3 48,3 -4,7 38,3 66,4 64,8 59,9 14,5 23,8 93,5 25,7 62,2 74,9 48,2 70,5 -20,8 -9,5 100,9 38,9 65,1 63,3 -14,1 17,4 115,0 4,5 20,7 46,1 72,1 -5,8 60,6 33,1 19,9 23,5 35,2 38,7 20,5 - 15,0 37,3 55,0 57,8 14,1 35,2 46,3 60,3 35,9 58,7 20,3 -9,7 48,9 27,3 68,7 1,7 59,3 24,3 11,0 25,0 15,8 66,0 37,1 12,7 64,0 27,0 1,7 -0,1 34,8 20,7 95,7 9,1 48,3 81,6 -4,5 63,0 40,9 12,7 67,8 80,1 39,3 47,1 4,7 80,4 -60,4 -21,9 77,0 -5,5 53,5 63,0 - 7,5

Задание 6. При проведении n_1 испытаний в первой серии число благоприятных исходов равнялось m_1 . Во второй серии из n_2 испытаний число благоприятных исходов равнялось m_2 . Проверить гипотезу о равенстве вероятностей благоприятного исхода в двух сериях (при конкурирующей гипотезе об их неравенстве) при уровне значимости α .

В ответе привести:

- 1) вычисленное значение критерия;
- 2) критическое значение;
- 3) вывод о принятии или не принятии гипотезы.

Вариант	α	n_1	m_1	n_2	m_2
1	0,01	500	208	1000	433
2	0,06	500	174	200	31
3	0,05	300	114	800	393
4	0,04	500	391	700	523
5	0,01	500	327	700	403
6	0,04	300	210	400	268
7	0,09	200	90	700	342
8	0,06	700	350	300	121

Типовые примеры по теме «Проверка статистических гипотез»

Пример 1. Для заданного интервального выборочного ряда (начальное значение $x_{\min} = 2$, шаг $h = 2$) проверить гипотезу: закон распределения генеральной совокупности является равномерным при уровне значимости $\alpha = 0,05$.

x_i	(2;4)	(4;6)	(6;8)	(8;10)	(10;12)	(12;14)	(14;16)	(16;18)	(18;20)	(20;22)
n_i	21	16	15	26	22	14	21	22	18	25

Решение:

Объем выборки $n = 200$. Будем считать вариантами середины частичных интервалов: $x_1 = 3; x_2 = 5, \dots, x_{10} = 21$.

В итоге получим эмпирическое распределение равностоящих вариантов.

x_i	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
n_i	21	16	15	26	22	14	21	22	18	25

Найдем $\bar{x}_B = 12,31; \sigma_B = 5,81$.

Следовательно,

$$a^* = 12,31 - \sqrt{3} \cdot 5,81 = 2,26;$$

$$b^* = 12,31 + \sqrt{3} \cdot 5,81 = 22,36.$$

Найдем дифференциальную функцию предполагаемого равномерного распределения.

$$f(x) = \frac{1}{a^* - b^*} = \frac{1}{22,36 - 2,26} = 0,05.$$

Найдем теоретические частоты:

$$n_1' = n \cdot f(x)(x_1 - a^*) = 200 \cdot 0,05(4 - 2,26) = 17,4;$$

$$n_2' = 200 \cdot 0,05(x_2 - x_1) = 200 \cdot 0,05(6 - 4) = 20;$$

$$n_2' = n_3' = \dots = n_9' = 20;$$

$$n_{10}' = n \cdot f(x)(b^* - x_9) = 200 \cdot 0,05(22,36 - 20) = 23,6.$$

Сравним эмпирические и теоретические частоты. Для этого составим расчетную таблицу.

Номер п/п	n_i	n_i'	$n_i - n_i'$	$(n_i - n_i')^2$	$\frac{(n_i - n_i')^2}{n_i'}$
1	21	17,3	3,6	12,96	0,744828
2	16	20	-4	16	0,8
3	15	20	-5	25	1,25
4	26	20	6	36	1,8
5	22	20	2	4	0,2
6	14	20	-6	36	1,8
7	21	20	1	1	0,05
8	22	20	2	4	0,2
9	18	20	-2	4	0,2
10	25	23,6	1,4	1,96	0,083051
Сумма	-	-	-	-	7,127878

Из расчетной таблицы получаем $\chi_{\text{набл}}^2 \approx 7,13$.

Найдем $\chi_{\text{кр}}^2$ по таблице прил. 3 при уровне значимости $\alpha = 0,05$ и числу степеней свободы $k = s - 3 = 10 - 3 = 7$.

$$\chi_{\text{кр}}^2(0,05; 7) = 14,1.$$

Так как $\chi_{\text{набл}}^2 < \chi_{\text{кр}}^2$, то гипотеза о равномерном распределении принимается.

Пример 2. Для случайной величины X составить интервальный вариационный ряд, вычислить выборочные средние характеристики, подобрать теоретический закон распределения, проверить его согласование с теоретическим критерием Пирсона при $\alpha=0,05$.

15	22	33.5	25	9	4.2	12.5	60	41	5
16.8	10.2	35	49	19	18	20	40	5	14.2
2.5	2	3.5	18.1	18.9	2.3	38.2	28.7	5	21.5
25.5	6.8	4.8	6.5	18.3	22.5	0.5	55.5	21.5	75
30	7	45	28	24	15	46.5	32	30	8.5

РЕШЕНИЕ

Разобьем заданную совокупность значений на непересекающиеся и примыкающие друг к другу интервалы.

$$x_{min} = 0.5; x_{max} = 75$$

Размах вариации равен: $R = x_{max} - x_{min} = 75 - 0.5 = 74.5$

Величину интервала определим по формуле: $i = R/N = 74.5/7 \approx 10.7$

Подсчитаем количество значений заданной совокупности, попадающее в соответствующий интервал. Получаем следующее интервальное распределение.

x_i	0.5-11.2	11.2-21.9	21.9-32.6	32.6-43.3	43.3-54	54-64.7	64.7-75.4	Итого
n_i	16	13	10	5	3	2	1	50
ω_i	0.32	0.26	0.2	0.1	0.06	0.04	0.02	--

Вычислим характеристики распределения. Для этого составим расчетную таблицу. В качестве величины x возьмем середины интервалов.

x_i	5.85	16.55	27.25	37.95	48.65	59.35	70.05	Итого
n_i	16	13	10	5	3	2	1	50
$x_i n_i$	93.6	215.15	272.5	189.75	145.95	118.7	70.05	1105.7
$x_i^2 n_i$	547.56	3560.732	7425.625	7201.012	7100.467	7044.845	4907.002	37787.24

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i n_i}{\sum n_i} = \frac{1105.7}{50} = 22.114$$

Выборочная средняя:

Вычислим выборочную дисперсию.

$$\text{Средняя квадратов: } \overline{x^2} = \frac{\sum x_i^2 n_i}{\sum n_i} = \frac{37787,24}{50} = 755,745$$

$$\text{Выборочная дисперсия: } D = \overline{x^2} - (\bar{x})^2 = 755,745 - 22,114^2 = 266,716$$

$$\text{Среднее квадратическое отклонение: } \sigma = \sqrt{266,716} = 16,331$$

Найдем оценку параметра предполагаемого показательного распределения:

$$\lambda = \frac{1}{\bar{x}} = \frac{1}{22.114} = 0.045$$

Найдем вероятности попадания случайной величины X в каждый из интервалов по формуле:

$$P_i = P(x_i < x < x_{i+1}) = e^{-\lambda x_i} - e^{-\lambda x_{i+1}}$$

Теоретические частоты: $n'_i = n P_i$

где $n = \sum n_i$ – объем выборки

Составим расчетную таблицу:

Интервалы	0.5-11.2	11.2-21.9	21.9-32.6	32.6-43.3	43.3-54	54-64.7	64.7-75.4
$e^{-\lambda x_i}$	1	0.6026	0.3715	0.229	0.1411	0.087	0.0536
$e^{-\lambda x_{i+1}}$	0.6026	0.3715	0.229	0.1411	0.087	0.0536	0
P_i	0.397	0.231	0.142	0.088	0.054	0.034	0.054
n'_i	19.9	11.6	7.1	4.4	2.7	1.7	2.6

Проверим степень согласия эмпирического и теоретического распределения по критерию Пирсона. Объединяем малочисленные частоты ($n < 5$).

Интервалы	0.5-11.2	11.2-21.9	21.9-32.6	32.6-43.3	43.3-75.4	Итого
n_i	16	13	10	5	6	50
n'_i	19.9	11.6	7.1	4.4	7	
$\frac{(n_i - n'_i)^2}{n'_i}$	0.764	0.169	1.185	0.082	0.143	2.342

Из расчетной таблицы $\chi^2_{набл} = 2,342$

Уровень значимости $\alpha = 0,05$

Число степеней свободы $\nu = 3$

По таблице критических точек распределения (Приложение 3): $\chi_{кр}^2 = 7,81$

$$\chi_{набл}^2 < \chi_{кр}^2$$

Гипотеза о распределении случайной величины по показательному закону подтверждается.

Пример 3. Участковый терапевт хочет проверить, есть ли различие между частотой биения сердца (кол-во ударов в минуту) курящих и некурящих студентов. Отобраны две группы: курящие $n_1 = 26$ чел., и некурящие $n_2 = 18$ чел. По данным этих выборок найдены исправленные выборочные дисперсии $S_1^2 = 36$ и $S_2^2 = 10$. Проверить при уровне значимости $\alpha = 0,05$, прав ли участковый терапевт.

Решение:

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2; \quad H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2.$$

По выборке вычисляем значение статистики:

$$F_{набл} = \frac{S_1^2}{S_2^2} = \frac{36}{10} = 3,6.$$

По таблице (прил. 4), по уровню значимости $\alpha = 0,05$ и числам степеней свободы $k_1 = n_1 - 1 = 25$; $k_2 = n_2 - 1 = 17$, находим критическую точку

$$F_{кр}(0,05; 25; 17) = 2,19.$$

Так как $F_{набл} > F_{кр}$ – то необходимо отвергнуть гипотезу о равенстве генеральных дисперсий. Другими словами, выборочные исправленные дисперсии различаются значимо.

Пример 4. Из двух партий изделий, изготовленных на двух одинаково настроенных станках, извлечены малые выборки, объемы которых $n = 10$ и $m = 12$. Получены следующие результаты измерения контролируемого параметра изделий:

x_i	3.4	3.5	3.7	3.9
n_i	2	3	4	1

y_i	3.2	3.4	3.6
m_i	2	2	8

Требуется при уровне значимости $2\alpha = 0.01$ проверить гипотезу $H_0: M\xi = M\eta$ о равенстве средних размеров изделий при конкурирующей гипотезе $H_1: M\xi \neq M\eta$. Предполагается, что случайные величины ξ и η распределены нормально.

Решение. По формулам определяем выборочные средние

$$\bar{x} = 3.6, \quad \bar{y} = 3.5$$

и исправленные выборочные дисперсии

$$s_{\xi}^2 = 0.0267, \quad s_{\eta}^2 = 0.0255.$$

Исправленные дисперсии различны, тогда как рассматриваемый критерий предполагает, что генеральные дисперсии одинаковы. Поэтому необходимо сравнить дисперсии, используя критерий Фишера-Снедекора.

Наблюдаемое значение критерия:

$$F_{\text{набл}} = \frac{0.0267}{0.0255} = 1.05.$$

Критическую точку находим по таблице критических точек распределения Фишера-Снедекора на уровне значимости 0.005 (половина от указанного в задаче) со степенями свободы $k_1 = n - 1 = 9$ и $k_2 = m - 1 = 11$: $F_{\text{кр}} = 5.54$ (Приложение 4)

Так как $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, то дисперсии различаются незначимо, и, следовательно, можно считать, что допущение о равенстве генеральных дисперсий выполняется.

Сравним средние, для чего вычислим наблюдаемое значение критерия Стьюдента $t_{\text{набл}} = 1.45$. По уровню значимости $2\alpha = 0.01$ и числу степеней свободы $k = n + m - 2 = 20$ находим в таблице приложения 2 критическое значение $t_{\text{кр}} = 2.85$.

Так как $|t_{\text{набл}}| < t_{\text{кр}}$, то нет оснований отвергнуть гипотезу о равенстве средних. Таким образом, средние размеры изделий существенно не различаются.

Пример 5. По утверждению руководства фирмы, средний размер дебиторского счета равен 187,5 тыс. руб. Ревизор составляет случайную выборку из 10 счетов и обнаруживает, что средняя арифметическая выборки равна 175 тыс. руб. при среднем квадратическом отклонении 35 тыс. руб. Выяснить, может ли оказаться в действительности правильным объявленный размер дебиторского счета. Принять уровень значимости равным 0,05.

Решение:

Имеем: $\bar{x} = 175$; $a_1 = 187,5$; $n = 10$; $\sigma = 35$; $\alpha = 0,05$.

$H_0 : a_1 = a_2$; $H_1 : a_1 \neq a_2$.

Так как дисперсия неизвестна, то для проверки гипотезы H_0 воспользуемся распределением Стьюдента.

Тогда наблюдаемое значение критерия

$$t_{\text{набл}} = \frac{(\bar{x} - a_1)\sqrt{n}}{\sigma} = \frac{(175 - 187,5)\sqrt{10}}{35} = -1,129.$$

По таблице распределения Стьюдента (прил. 2) найдем $t_{\text{двус.кр}}(0,05;9) = 2,26$.

Так как $|t_{\text{набл}}| < t_{\text{двус.кр}}$, то гипотезу H_0 о среднем размере дебиторского счета можно принять на уровне доверия 0,95.

Значение функции Лапласа $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$

x	Φ(x)								
0,00	0,0000	0,52	0,1985	1,04	0,3508	1,56	0,4406	2,16	0,4846
0,01	0,0040	0,53	0,2019	1,05	0,3531	1,57	0,4418	2,18	0,4854
0,02	0,0080	0,54	0,2054	1,06	0,3554	1,58	0,4429	2,20	0,4861
0,03	0,0120	0,55	0,2088	1,07	0,3577	1,59	0,4441	2,22	0,4868
0,04	0,0160	0,56	0,2123	1,08	0,3599	1,60	0,4452	2,24	0,4875
0,05	0,0199	0,57	0,2157	1,09	0,3621	1,61	0,4463	2,26	0,4881
0,06	0,0239	0,58	0,2190	1,10	0,3643	1,62	0,4474	2,28	0,4887
0,07	0,0279	0,59	0,2224	1,11	0,3665	1,63	0,4484	2,30	0,4893
0,08	0,0319	0,60	0,2257	1,12	0,3686	1,64	0,4495	2,32	0,4898
0,09	0,0359	0,61	0,2291	1,13	0,3708	1,65	0,4505	2,34	0,4904
0,10	0,0398	0,62	0,2324	1,14	0,3729	1,66	0,4515	2,36	0,4909
0,11	0,0438	0,63	0,2357	1,15	0,3749	1,67	0,4525	2,38	0,4913
0,12	0,0478	0,64	0,2389	1,16	0,3770	1,68	0,4535	2,40	0,4918
0,13	0,0517	0,65	0,2422	1,17	0,3790	1,69	0,4545	2,42	0,4922
0,14	0,0557	0,66	0,2454	1,18	0,3810	1,70	0,4554	2,44	0,4927
0,15	0,0596	0,67	0,2486	1,19	0,3830	1,71	0,4564	2,46	0,4931
0,16	0,0636	0,68	0,2517	1,20	0,3849	1,72	0,4573	2,48	0,4934
0,17	0,0675	0,69	0,2549	1,21	0,3869	1,73	0,4582	2,50	0,4938
0,18	0,0714	0,70	0,2580	1,22	0,3883	1,74	0,4591	2,52	0,4941
0,19	0,0753	0,71	0,2611	1,23	0,3909	1,75	0,4599	2,54	0,4945
0,20	0,0793	0,72	0,2642	1,24	0,3925	1,76	0,4608	2,56	0,4948
0,21	0,0832	0,73	0,2673	1,25	0,3944	1,77	0,4616	2,58	0,4951
0,22	0,0871	0,74	0,2703	1,26	0,3962	1,78	0,4625	2,60	0,4953
0,23	0,0910	0,75	0,2734	1,27	0,3980	1,79	0,4633	2,62	0,4956
0,24	0,0948	0,76	0,2764	1,28	0,3997	1,80	0,4641	2,64	0,4959
0,25	0,0987	0,77	0,2794	1,29	0,4015	1,81	0,4649	2,66	0,4961
0,26	0,1026	0,78	0,2823	1,30	0,4032	1,82	0,4656	2,68	0,4963
0,27	0,1064	0,79	0,2852	1,31	0,4049	1,83	0,4664	2,70	0,4965
0,28	0,1103	0,80	0,2881	1,32	0,4066	1,84	0,4671	2,72	0,4967
0,29	0,1141	0,81	0,2910	1,33	0,4082	1,85	0,4678	2,74	0,4969
0,30	0,1179	0,82	0,2939	1,34	0,4099	1,86	0,4686	2,76	0,4971
0,31	0,1217	0,83	0,2967	1,35	0,4115	1,87	0,4693	2,78	0,4973
0,32	0,1255	0,84	0,2995	1,36	0,4131	1,88	0,4699	2,80	0,4974
0,33	0,1293	0,85	0,3023	1,37	0,4147	1,89	0,4706	2,82	0,4976
0,34	0,1331	0,86	0,3051	1,38	0,4162	1,90	0,4713	2,84	0,4977
0,35	0,1368	0,87	0,3078	1,39	0,4177	1,91	0,4719	2,86	0,4979
0,36	0,1406	0,88	0,3106	1,40	0,4192	1,92	0,4726	2,88	0,4980
0,37	0,1443	0,89	0,3133	1,41	0,4207	1,93	0,4732	2,90	0,4981
0,38	0,1480	0,90	0,3159	1,42	0,4222	1,94	0,4738	2,92	0,4982
0,39	0,1517	0,91	0,3186	1,43	0,4236	1,95	0,4744	2,94	0,4984
0,40	0,1554	0,92	0,3212	1,44	0,4251	1,96	0,4750	2,96	0,4985
0,41	0,1591	0,93	0,3238	1,45	0,4265	1,97	0,4756	2,98	0,4986
0,42	0,1628	0,94	0,3264	1,46	0,4279	1,98	0,4761	3,00	0,49865
0,43	0,1664	0,95	0,3289	1,47	0,4292	1,99	0,4767	3,20	0,49931
0,44	0,1700	0,96	0,3315	1,48	0,4306	2,00	0,4772	3,40	0,49966
0,45	0,1736	0,97	0,3340	1,49	0,4319	2,02	0,4783	3,60	0,499841
0,46	0,1772	0,98	0,3365	1,50	0,4332	2,04	0,4793	3,80	0,499928
0,47	0,1808	0,99	0,3389	1,51	0,4345	2,06	0,4803	4,00	0,499968
0,48	0,1844	1,00	0,3413	1,52	0,4357	2,08	0,4812	4,50	0,499997
0,49	0,1879	1,01	0,3438	1,53	0,4370	2,10	0,4821	5,00	0,499997
0,50	0,1915	1,02	0,3461	1,54	0,4382	2,12	0,4830		
0,51	0,1959	1,03	0,3485	1,55	0,4394	2,14	0,4838		

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Критические точки распределения Стьюдента

Число степеней свободы k	Уровень значимости α (двусторонняя критическая область)					
	0,10	0,05	0,02	0,01	0,002	0,001
1	6,31	12,7	31,82	63,7	318,3	637,0
2	2,92	4,30	6,97	9,92	22,33	31,6
3	2,35	3,18	4,54	5,84	10,22	12,9
4	2,13	2,78	3,75	4,60	7,17	8,61
5	2,01	2,57	3,37	4,03	5,89	6,86
6	1,94	2,45	3,14	3,71	5,21	5,96
7	1,89	2,36	3,00	3,50	4,79	5,40
8	1,86	2,31	2,90	3,36	4,50	5,04
9	1,83	2,26	2,82	3,25	4,30	4,78
10	1,81	2,23	2,76	3,17	4,14	4,59
11	1,80	2,20	2,72	3,11	4,03	4,44
12	1,78	2,18	2,68	3,05	3,93	4,32
13	1,77	2,16	2,65	3,01	3,85	4,22
14	1,76	2,14	2,62	2,98	3,79	4,14
15	1,75	2,13	2,60	2,95	3,73	4,07
16	1,75	2,12	2,58	2,92	3,69	4,01
17	1,74	2,11	2,57	2,90	3,65	3,96
18	1,73	2,10	2,55	2,88	3,61	3,92
19	1,73	2,09	2,54	2,86	3,58	3,88
20	1,73	2,09	2,53	2,85	3,55	3,85
21	1,72	2,08	2,52	2,83	3,53	3,82
22	1,72	2,07	2,51	2,82	3,51	3,79
23	1,71	2,07	2,50	2,81	3,49	3,77
24	1,71	2,06	2,49	2,80	3,47	3,74
25	1,71	2,06	2,49	2,79	3,45	3,72
26	1,71	2,06	2,48	2,78	3,44	3,71
27	1,71	2,05	2,47	2,77	3,42	3,69
28	1,70	2,05	2,46	2,76	3,40	3,66
29	1,70	2,05	2,46	2,76	3,40	3,66
30	1,70	2,04	2,46	2,75	3,39	3,65
40	1,68	2,02	2,42	2,70	3,31	3,55
60	1,67	2,00	2,39	2,66	3,23	3,46
120	1,66	1,98	2,36	2,62	3,17	3,37
∞	1,64	1,96	2,33	2,58	3,09	3,29
	0,05	0,025	0,01	0,005	0,001	0,0005
	Уровень значимости (односторонняя критическая область)					

Критические точки распределения Пирсона χ^2

Число степеней свободы k	Уровень значимости α					
	0,01	0,025	0,05	0,95	0,975	0,99
1	6,6	5,0	3,8	0,0039	0,00098	0,00016
2	9,2	7,4	6,0	0,103	0,051	0,020
3	11,3	9,4	7,8	0,352	0,216	0,115
4	13,3	11,1	9,5	0,711	0,484	0,297
5	15,1	12,8	11,1	1,15	0,831	0,554
6	16,8	14,4	12,6	1,64	1,24	0,872
7	18,5	16,0	14,1	2,17	1,69	1,24
8	20,1	17,5	15,5	2,73	2,18	1,65
9	21,7	19,0	16,9	3,33	2,70	2,09
10	23,2	20,5	18,3	3,94	3,25	2,56
11	24,7	21,9	19,7	4,57	3,82	3,05
12	26,2	23,3	21,0	5,23	4,40	3,57
13	27,7	24,7	22,4	5,89	5,01	4,11
14	29,1	26,1	23,7	6,57	5,63	4,66
15	30,6	27,5	25,0	7,26	6,26	5,23
16	32,0	28,8	26,3	7,96	6,91	5,81
17	33,4	30,2	27,6	8,67	7,56	6,41
18	34,8	31,5	28,9	9,39	8,23	7,01
19	36,2	32,9	30,1	10,1	8,91	7,63
20	37,6	34,2	31,4	10,9	9,59	8,26
21	38,9	35,5	32,7	11,6	10,3	8,90
22	40,3	36,8	33,9	12,3	11,0	9,54
23	41,6	38,1	35,2	13,1	11,7	10,2
24	43,0	39,4	36,4	13,8	12,4	10,9
25	44,3	40,6	37,7	14,6	13,1	11,5
26	45,6	41,9	38,9	15,4	13,8	12,2
27	47,0	43,2	40,1	16,2	14,6	12,9
28	48,3	44,5	41,3	16,9	15,3	13,6
29	49,6	45,7	42,6	17,7	16,0	14,3
30	50,9	47,0	43,8	18,5	16,8	15,0

ПРИЛОЖЕНИЕ 4

Значения $F_{\alpha, k_1; k_2}$ - критерия Фишера—Снедекора

		$\alpha=0,05$															
$k_1 \backslash k_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	
1	161	200	216	225	230	234	237	239	240	242	244	246	248	249	250	251	
2	18,5	19,0	19,2	19,2	19,3	19,3	19,3	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,5	19,5	
3	10,1	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81	8,79	8,74	8,70	8,66	8,64	8,62	8,59	
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,91	5,86	5,80	5,77	5,75	5,72	
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74	4,68	4,62	4,56	4,53	4,50	4,46	
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	4,00	3,94	3,87	3,84	3,81	3,77	
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64	3,57	3,51	3,44	3,41	3,38	3,34	
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,35	3,28	3,22	3,15	3,12	3,08	3,04	
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14	3,07	3,01	2,94	2,90	2,86	2,83	
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98	2,91	2,85	2,77	2,74	2,70	2,66	
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,85	2,79	2,72	2,65	2,61	2,57	2,53	
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80	2,75	2,69	2,62	2,54	2,51	2,47	2,43	
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71	2,67	2,60	2,53	2,46	2,42	2,38	2,34	
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70	2,65	2,60	2,53	2,46	2,39	2,35	2,31	2,27	
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59	2,54	2,48	2,40	2,33	2,29	2,25	2,20	
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,42	2,35	2,28	2,24	2,19	2,15	
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55	2,49	2,45	2,38	2,31	2,23	2,19	2,15	2,10	
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41	2,34	2,27	2,19	2,15	2,11	2,06	
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42	2,38	2,31	2,23	2,16	2,11	2,07	2,03	
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39	2,35	2,28	2,20	2,12	2,08	2,04	1,99	

		Уровень значимости $\alpha = 0,01$											
$k_1 \backslash k_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
1	4052	4999	5403	5625	5764	5889	5928	5981	6022	6056	6082	6106	
2	98,49	99,01	99,17	99,25	99,33	99,30	99,34	99,36	99,36	99,40	99,41	99,42	
3	34,12	30,81	29,46	28,71	28,24	27,91	27,67	27,49	27,34	27,23	27,13	27,05	
4	21,20	18,00	16,69	15,98	15,52	15,21	14,98	14,80	14,66	14,54	14,45	14,37	
5	16,26	13,27	12,06	11,39	10,97	10,67	10,45	10,27	10,15	10,05	9,96	9,89	
6	13,74	10,92	9,78	9,15	8,75	8,47	8,26	8,10	7,98	7,87	7,79	7,72	
7	12,25	9,55	8,45	7,85	7,46	7,19	7,00	6,84	6,71	6,62	6,54	6,47	
8	11,26	8,65	7,59	7,01	6,63	6,37	6,19	6,03	5,91	5,82	5,74	5,67	
9	10,56	8,02	6,99	6,42	6,06	5,80	5,62	5,47	5,35	5,26	5,18	5,11	
10	10,04	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,21	5,06	4,95	4,85	4,78	4,71	
11	9,86	7,20	6,22	5,67	5,32	5,07	4,88	4,74	4,63	4,54	4,46	4,40	
12	9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,65	4,50	4,39	4,30	4,22	4,16	
13	9,07	6,70	5,74	5,20	4,86	4,62	4,44	4,30	4,19	4,10	4,02	3,96	
14	8,86	6,51	5,56	5,03	4,69	4,46	4,28	4,14	4,03	3,94	3,86	3,80	
15	8,68	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,14	4,00	3,89	3,80	3,73	3,67	
16	8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,20	4,03	3,89	3,78	3,69	3,61	3,55	
17	8,40	6,11	5,18	4,67	4,34	4,10	3,93	3,79	3,68	3,59	3,52	3,45	