

Қазақстан Республикасының
Ғылым және жоғары білім
министрлігі

Министерство науки и высшего
образования Республики Казахстан

«Д. Серікбаев атындағы ШҚТУ»
КЕАҚ

НАО «ВКТУ им. Д. Серикбаева»

БЕКІТЕМІН:

Д.Серікбаев атындағы
Шығыс Қазақстан техникалық
университетінің
Ғылыми Кеңесінің Төрайымы

С.Ж.Рахметуллина

2024 ж.

**Д092 – «МАТЕМАТИКА И СТАТИСТИКА»
БІЛІМ БЕРУ БАҒДАРЛАМАЛАРЫНЫҢ ТОБЫ БОЙЫНША
PhD ДОКТОРАНТУРАҒА ТҮСЕТІНДЕР ҮШІН ЕМТИХАН
БАҒДАРЛАМАСЫ**

**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА
В ДОКТОРАНТУРУ PhD
ПО ГРУППЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ПРОГРАММ
D092 – «МАТЕМАТИКА И СТАТИСТИКА»**

Өскемен
Усть-Каменогорск
2024

Бағдарлама халықаралық инженерия мектебінде нормативтік құжаттар негізінде әзірленді: Қазақстан Республикасы Ғылым және жоғары білім министрінің 2022 жылғы 20 шілдедегі №2 бұйрығымен (20.02.2023 №66 өзгерістермен және толықтырулармен) бекітілген Жоғары және жоғары оқу орнынан кейінгі білім берудің мемлекеттік жалпыға міндетті стандарттарын, Қазақстан Республикасы Білім және ғылым министрінің бұйрығымен бекітілген Жоғары және (немесе) жоғары оқу орнынан кейінгі білім беру ұйымдарында Кредиттік оқыту технологиясы бойынша оқу процесін ұйымдастыру қағидаларын Қазақстан 2011 жылғы 20 сәуірдегі №152 (29.04.2024 №203 өзгерістерімен және толықтыруларымен), біліктілік талаптары, жоғары және (немесе) жоғары оқу орнынан кейінгі білім беретін ұйымдардың білім беру қызметіне ұсынылатын және Қазақстан Республикасы Ғылым және жоғары білім министрінің 2024 жылғы 5 қаңтардағы №4 бұйрығымен бекітілген оларға сәйкестікті растайтын құжаттардың тізбесі.

Құрастырған

Ж.Т. Рахметуллина

ХИМ Ғылыми кеңесінде
мақұлданды және бекітілді

ХИМ ҒК төрайымы

Ж.Т. Рахметуллина

ХИМ ҒК хатшысы
Хаттама № 10 24.06.2024ж.

Р.У. Мукашева

Д. Серікбаев атындағы ШҚТУ
Ғылыми хатшысы
Хаттама № 15 26.06.2024ж.

Э.С. Нурекенова

1 БІЛІМ БЕРУ БАҒДАРЛАМАЛАРЫНЫҢ ТОБЫ БЕЙІНІ БОЙЫНША ЕМТИХАН СҰРАҚТАРЫ

1 бөлім. «Математикалық талдау» курсы бойынша теориялық сұрақтар

1. Рационал сандар жиынтығы және олардың негізгі қасиеттері. Нақты сандар және олардың негізгі қасиеттері. Шектеулі және шексіз жиындар. Нақты санның модулі және оның қасиеттері.

2. Сандық реттілік ұғымы. Шектеулі және шексіз сандық тізбектер. Монотонды реттілік. Мысалдар.

3. Шексіз кіші тізбектер және олардың қасиеттері. Шексіз үлкен тізбектер. Шексіз кіші және шексіз үлкен тізбектер арасындағы байланыс.

4. Реттілік шегі туралы түсінік. Реттілік шегінің белгісі. Жинақты тізбектің қасиеттері.

5. Теңсіздіктердегі шекті ауысу. Монотонды тізбектердің жинақтылығы. e саны.

6. Тізбекше ұғымы. Реттілік пен тізбекше шегі. Больцано-Вейерштрасс теоремасы.

7. Фундаменталды реттілік түсінігі. Коши критерийі.

8. Тізбектің жоғарғы және төменгі шектері туралы түсінік. Мысалдар.

9. Бір айнымалы функцияның түсінігі. Функцияны белгілеу тәсілдері. Шектеулі және шектеусіз функциялар. Монотонды функциялар.

10. Нүктедегі функцияның шегі. Коши мен Гейн бойынша функцияның шегін анықтаудың эквиваленттілігі. Нүктедегі функция шегінің қасиеттері.

11. Тамаша шектеулер. Шексіз кіші функциялар. Шексіз кішілерді салыстыру.

12. Нүктедегі функцияның үздіксіздігі. Нүктеде үздіксіз функциялардың қасиеттері. Нүктедегі функцияның бір жақты шектері. Мысалдар. Функцияның үзіліс нүктелері және олардың жіктелуі. Вейерштрассның бірінші теоремасы. Вейерштрассның екінші теоремасы.

13. Туынды функция ұғымы. Туынды және үздіксіздік арасындағы байланыс. Функцияның дифференциалдануы ұғымы. Дифференциал ұғымы және оны шамамен есептеулерде қолдану.

14. Жоғарғы реттердің туындылары мен дифференциалдары. Лейбниц формуласы.

15. Лопиталь ережесі. Тейлор формуласы бір айнымалы функцияға арналған.

16. Ферма теоремасы. Ролль теоремасы. Лагранж теоремасы. Коши теоремасы.

17. Функцияның экстремумы. Экстремум бар болуының қажетті шарты. Экстремумның жеткілікті жағдайы. Функцияның ең көп және ең аз мәндерін табу.

18. Графиктердің дөңестігі және ойыстығы. Дөңес және ойыс аралықтарын табу ережесі. Иілу нүктелері.

19. Графиктің асимптоталары. Функция графигін құру схемасы.

20. Алғашқы функция. Анықталмаған интеграл және оның құрылымы. Анықталмаған интегралдың негізгі қасиеттері. Интегралдар кестесі.

21. Белгісіз интегралдағы айнымалыны ауыстыру. Анықталмаған интегралдағы бөліктер бойынша интегралдау. Анықталмаған коэффициенттер әдісі.

22. Тригонометриялық функцияларды интегралдау. Әмбебап орын ауыстыру.

23. Иррационалды өрнектерді интегралдау. Эйлер орын ауыстыруы. Дифференциалды бином. Чебышев орын ауыстыруы.

24. Анықталған интеграл, оның геометриялық және механикалық мағынасы. Дарбу сомалары, олардың қарапайым қасиеттері және интегралдық сомалармен байланысы. Интегралданудың қажетті және жеткілікті шарты.

25. Айнымалы жоғарғы шегі бар анықталған интеграл. Үздіксіз функция үшін алғашқы функцияның болуы. Ньютон-Лейбниц формуласы.

26. Анықталған интегралдағы айнымалыны ауыстыру. Анықталған интегралдағы бөліктер бойынша интегралдау.

27. Белгілі бір интегралдың қосымшалары. Қисық сызықты трапецияның ауданы. Айналу денесінің көлемі. Доғаның ұзындығын есептеу.

28. I және II типтегі меншіксіз интеграл ұғымы, салыстыру теоремасы, абсолют жинақтылық ұғымы. (шолу)

29. n -өлшемді Евклид кеңістігі туралы түсінік. Евклид кеңістігінің ашық және жабық жиыны. Облыс ұғымы. Мысалдар. Бірнеше айнымалылы функция туралы түсінік. Мысалдар.

30. Нүктедегі екі айнымалы функцияның шегі. Екі айнымалы функцияның қайталанатын шектері туралы түсінік. Мысалдар. Нүктедегі екі айнымалы функцияның үздіксіздігі. Үзіліс нүктелері.

31. Екі айнымалы функцияның дербес туындылары. Нүктеде екі айнымалы функцияның дифференциалдануы туралы түсінік. Толық дифференциал ұғымы және оны шамамен есептеулерде қолдану. Күрделі функцияны дифференциалдау.

32. Берілген бағыт бойынша функцияның туындысы. Градиент ұғымы.

33. Жоғары ретті дербес туындылар. Жоғары ретті дифференциалдар. Мысалдар. Екі айнымалы функцияға арналған Тейлор формуласы.

34. Екі айнымалы функцияның максимумы мен минимумы туралы түсінік. Экстремум бар болуының қажетті шарты. Екі айнымалы функцияның экстремумының жеткілікті шарттары. Мысалдар. Екі айнымалы функцияның ең үлкен және ең кіші мәні.

35. Қос интеграл ұғымы. Қос интегралдың қасиеттері. Қайталама интеграл ұғымы және оның қасиеттері. Қайталама интегралдың көмегімен қос интегралды есептеу. Қос интегралдағы айнымалыларды ауыстыру. Қос интегралдағы полярлық координаттар жүйесіне көшу.

36. Үштік интеграл ұғымы және оны есептеу. Мысал. Қос және үштік интегралдардың геометриялық және физикалық қосымшалары. Үштік интегралдағы цилиндрлік және сфералық координаттар жүйесіне көшу.

37. Бірінші типтегі қисық сызықты интегралдар туралы түсінік және оларды есептеу. Екінші типтегі қисық сызықты интегралдар ұғымы және олардың негізгі қасиеттері.

38. Тұйық контур бойынша қисық сызықты интеграл. Грин формуласы. Қисық сызықты интегралдың интегралдау жолынан тәуелсіздік шарттары.

39. Бірінші типтегі беттік интеграл ұғымы. Екінші типтегі беттік интеграл ұғымы. Остроградский формуласы. Стокс Формуласы.

40. Сандық қатар түсінігі. Коши критерийі. Қатарлардың оң мүшелермен жинақталуының қажетті және жеткілікті шарты.

41. Қатарлардың оң мүшелермен жинақталу белгілері (салыстыру белгілері, Даламбер, Коши, Коши-Маклорен).

42. Абсолют жинақтылық. Таңбасы ауыспалы жолдар. Шартты жинақтылық. Абель мен Лейбництің абсолютті белгілері.

43. Функционалды қатарлардың біркелкі жинақтылығы туралы түсінік. Дирихле-Абельдің Белгісі, Вейерстрасс Белгілері.

44. Дифференциалдану және интегралдану, функционалды тізбектер мен қатарлар үшін алғашқы функциялардың болуы.

45. Дәрежелік қатарлар. Коши-Адамара теоремасы.

46. Қосындының үздіксіздігі, дәрежелік қатарды мүшелік интегралдау және дифференциалдау. Функциялардың қуат қатарларына ыдырауы.

47. Фурье тригонометриялық қатары. Жүп және тақ функцияларға арналған Фурье қатарлары. Функциялардың еркін ортогональды жүйесі бойынша Фурье қатарлары.

48. Скаляр өрісті анықтау. Бағыт бойынша скаляр өрістің туындысы. Скаляр өрістің градиенті.

49. Векторлық өрісті анықтау. Векторлық сызықтар мен векторлық түтіктер туралы түсінік. Вектор ағыны. Дивергенция. Остроградский-Лиувилл формуласы.

50. Векторлық өрістің циркуляциясы және роторы. Ротор және оның қасиеттері. Стокс формуласы. Қарапайым векторлық өрістердің қасиеттері.

Негізгі әдебиеттер

1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. М. Изд. «Лань», 2021, в 3-х тт. Том 1.

2. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. М. Изд. «Лань», 2021, в 3-х тт. Том 2.

3. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. М. Изд. «Лань», 2021, в 3-х тт. Том 3.

4. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа М.: Наука, 2002г.

5. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. М.: Наука, 2005г.

6. Кудрявцев Л.Д. и др. Сборник задач по математическому анализу. – М.: Физматлит, 2018. – 496 с.

7. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления для втузов. – М.: Интеграл - Пресс, 2015, Т.1.

8. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учебное пособие.-Издательство "Лань".-2019.

9. Сборник задач по математике для втузов: Линейная алгебра и основы математического анализа под редакцией Ефимова А.В. и Демидовича Б.П. М.: Наука, 2002г.

10. Сборник задач по математике. Специальные разделы математического анализа под редакцией Ефимова А.В. и Демидовича Б.П. М.: Наука, 2006г.

2 бөлім. «Дифференциалдық теңдеулер»

1. Дифференциалдық теңдеу және оның реті туралы түсінік. Қарапайым дифференциалдық теңдеудің шешімін анықтау.

2. 1-ші ретті дифференциалдық теңдеуді оның жалпы интегралы бойынша құрастыру.

3. 1-ші ретті қарапайым дифференциалдық теңдеуге арналған Коши есебі. Коши теоремасы (дәлелсіз).

4. $y' = f(x, y)$ дифференциалдық теңдеуінің жалпы шешімін (жалпы интегралын) анықтау. Дифференциалдық теңдеудің арнайы шешімі туралы түсінік.

5. $y' = f(x, y)$ дифференциалдық теңдеуінің геометриялық түсіндірмесі және оның шешімдері.

6. Изоклин әдісі $y' = f(x, y)$ түріндегі дифференциалдық теңдеулерді шешу.

7. Ажыратылатын айнымалысы бар бірінші ретті дифференциалдық теңдеулер.

8. Ажыратылатын айнымалысы бар теңдеулерге келтірілетін бірінші ретті дифференциалдық теңдеулер.

9. Дифференциалдық теңдеулерді құру арқылы геометриялық және физикалық есептерді шешу

10. x және y -ге қатысты біртекті $y' = f(x, y)$ дифференциалдық теңдеуі.

11. x және y -ге қатысты біртекті келтірілетін бірінші ретті дифференциалдық теңдеулер.

12. 1-ші ретті сызықтық дифференциалдық теңдеулер. Бернулли әдісі.

13. 1-ші ретті сызықтық дифференциалдық теңдеулер. Еркін тұрақтыларды түрлендіру әдісі.

14. 1-ші ретті сызықтық дифференциалдық теңдеулер. Бернулли теңдеуі.

15. 1-ші ретті сызықтық дифференциалдық теңдеулер. Риккати теңдеуі.

Мысал.

16. Толық дифференциалдардағы дифференциалдық теңдеулер.

17. Интегралдаушы көбейткіш ұғымы. Интегралдау көбейткіштің болу шарттары.

18. Туындыға қатысты шешілмеген 1-ретті дифференциалдық теңдеулер.

19. Лагранж теңдеуі. Клеро теңдеуі.

20. Коши теоремасы бойынша 1-ші ретті дифференциалдық теңдеуді тізбектеп жуықтауларды құру арқылы шешу.

21. Коши есебі және Коши теоремасы (дәлелсіз) жоғары ретті теңдеулер үшін.

22. Жоғары ретті дифференциалдық теңдеулердің жалпы және жеке шешімдері туралы ұғымдар.

23. Біртіндеп интегралдау әдісімен жоғары реттік теңдеулерді шешу.

24. Тәуелсіз айнымалысы жоқ жоғары ретті теңдеулердің ретін төмендету.

25. Изделінді функциясы жоқ жоғары ретті теңдеулердің ретін төмендету.

26. Жоғары ретті сызықтық дифференциалдық теңдеу ұғымы. 2-ші ретті сызықтық дифференциалдық теңдеулер үшін Коши теоремасы.

27. 2-ші ретті біртекті сызықтық теңдеулер. Шешімдердің фундаменталды жүйесі.

28. 2-ші ретті біртекті сызықтық теңдеулердің жалпы шешімін құру. Остроградский-Лиувилл формуласы.

29. 2-ші ретті біртекті емес сызықтық дифференциалдық теңдеулер. Жалпы шешімнің құрылымы.

30. Еркін тұрақтыларды өзгерту арқылы 2-ші ретті біртекті емес сызықтық теңдеудің жеке шешімін табу.

31. Дәрежелік қатарларды қолдана отырып сызықтық дифференциалдық теңдеулерді біріктіру.

32. Тұрақты коэффициенттері бар 2 ретті біртекті сызықтық теңдеулер. Характеристикалық теңдеуі. Жалпы шешімді құру.

33. Тұрақты коэффициенттері бар 2 ретті сызықтық біртекті емес теңдеулер. Еркін тұрақты вариациялау арқылы жалпы шешімді табу.

34. Анықталмаған коэффициенттер әдісімен тұрақты коэффициенттері бар 2-ретті сызықты біртекті емес теңдеулерді шешу.

35. Тербелмелі қозғалыстарды зерттеуде сызықтық дифференциалдық теңдеулерді қолдану. Еркін тербелістер және резонанс құбылысы.

36. Дифференциалдық теңдеулердің қалыпты жүйесі. Коши есебі және шешімнің болуы мен бірегейлігі туралы теорема.

37. n -ретті дифференциалдық теңдеулерді қалыпты теңдеулер жүйесіне азайту.

38. 1-ші ретті біртекті сызықтық дифференциалдық теңдеулер жүйесі. Жалпы шешімнің құрылымы.

39. 1-ші ретті сызықтық дифференциалдық теңдеулер жүйесін шешудің матрицалық әдісі.

40. 1-ші ретті біртекті емес сызықтық дифференциалдық теңдеулер жүйесі.

41. Жартылай туындылары бар дифференциалдық теңдеу және оның жалпы шешімі туралы түсінік.

42. 1-ші ретті жартылай туындылары бар сызықты біртекті дифференциалдық теңдеулер үшін Коши есебі және оны шешу.

43. Дифференциалдық теңдеулер теориясының қалыптасуы мен даму тарихы туралы

44. Туындыға қатысты шешілмеген теңдеулер және оларды шешу әдістері.

45. n -ші ретті дифференциалдық теңдеу үшін бар болу және бірегейлік теоремасын тұжырымдау.

46. Тұрақты коэффициенттері бар сызықтық біртекті теңдеулер және Эйлер теңдеулері.

47. Сызықтық дифференциалдық теңдеулер жүйелері және оларды сызықтық дифференциалдық теңдеуге енгізу әдісі.

48. Тұрақтылық теориясының негізгі түсініктері. Ляпунов бойынша тұрақтылық. Тұрақтылықты зерттеу әдістері.

49. Тұрақты коэффициенттері бар сызықтық дифференциалдық теңдеулердің біртекті жүйелері үшін тұрақтылық шарттары.

50. Дифференциалдық теңдеулердің қалыпты жүйесін шешудің тұрақтылығы туралы түсінік.

Негізгі әдебиеттер

1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. М., 2009. Т1,2.
2. Амельсин В.В. Дифференциальные уравнения в приложениях. - М.: Наука, 2011.
3. Васильева А.Б., Тихонов А.Н. Интегральные уравнения.– М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. 5 А.Н.Тихонов. Дифференциальные уравнения: учебник для вузов.- М.:Лань, 2008.
4. Васильева А.Б., Медведев Г.Н., Тихонов А.Н. Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах. – М.:ФИЗМАТЛИТ,2012.
5. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного переменного. – М.: Дрофа, 2006.
6. Тихонов А.Н., Васильева А.В., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. М., «Наука», 1965.
7. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М., «Наука», 1976.
- 8.Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М., «Наука», 1977.
9. Михлин С.Г. Курс математической физики. М., «Наука», 1979.
- 10 Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. М., Физматгиз, 1958.

3 бөлім. «Математикалық талдау» курсы бойынша практикалық сұрақтар.

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$ екені белгілі болса, келесі теңдікті дәлелдеңіз:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (x_{n+1} - x_n) = 0$$

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$ екені белгілі болса, келесі теңдікті дәлелдеңіз:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (x_{n+1} - x_n)^n = 0$$

3. $\{x_n\}$ тізбегі жинақты болсын, ал $\{y_n\}$ тізбегі жинақсыз болса. $\{x_n + y_n\}$ тізбегі жайлы не айтуға болады? Жауабыңызды негіздеңіз. Мысалдар келтіріңіз.

4. $\{x_n\}$ тізбегі жинақты болсын, ал $\{y_n\}$ тізбегі де жинақты болсын. $\{x_n + y_n\}$ тізбегі жайлы не айтуға болады? Жауабыңызды негіздеңіз. Мысалдар келтіріңіз.

5. $\{x_n\}$ тізбегі жинақты болсын, ал $\{y_n\}$ тізбегі жинақсыз болса. $\{x_n \cdot y_n\}$ тізбегі жайлы не айтуға болады? Жауабыңызды негіздеңіз. Мысалдар келтіріңіз.

6. $\{x_n\}$ тізбегі жинақсыз болсын, ал $\{y_n\}$ тізбегі де жинақсыз болсын. $\{x_n \cdot y_n\}$ тізбегі жайлы не айтуға болады? Жауабыңызды негіздеңіз. Мысалдар келтіріңіз.

7. $\{x_n\}$ тізбегі жинақты болсын, ал $\{y_n\}$ жүйесі жинақсыз болса. $\{x_n / y_n\}$ тізбегі жайлы не айтуға болады? Жауабыңызды негіздеңіз. Мысалдар келтіріңіз.

8. $\{x_n\}$ тізбегі жинақсыз болсын, ал $\{y_n\}$ тізбегі де жинақсыз болсын. $\{x_n / y_n\}$ тізбегі жайлы не айтуға болады? Жауабыңызды негіздеңіз. Мысалдар келтіріңіз.

9. Тізбектің шегін анықтауды қолдана отырып, келесілерді дәлелдеңіз

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n}{n} = 0 \quad б) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2} \sin n^n}{n-1} = 0 \quad в) \lim_{n \rightarrow \infty} (0,8)^n = 0 .$$

10. α параметріне байланысты тізбектің жинақтылығы туралы келесі сұрақты зерттеңіз: $x_n = \frac{n^\alpha - 1}{2n^2 + n + 1}$.

11. Функцияның a нүктесінде шексіз кіші және функцияның a нүктесінің төңірегінде шектелген қосындысы a нүктесінің белгілі бір аймағында шектеулі функция екенін дәлелдеңіз.

12. $f(x)$ функцияның a нүктесінде шегі болсын, ал $g(x)$ функциясының a нүктесінде шегі жоқ. a нүктесіндегі $f(x) + g(x)$ қосындылар мен $f(x) - g(x)$ айырмашылықтардың шегі туралы не айтуға болады? Жауабыңызды негіздеңіз. Мысалдар келтіріңіз.

13. $f(x)$ және $g(x)$ функциялары a нүктесінде үзілісті болсын. $f(x)+g(x)$ суммасының a нүктесіндегі үзіліссіздігі туралы не айтуға болады. Жауабыңызды негіздеңіз. Мысалдар келтіріңіз.

14. $f(x)$ және $g(x)$ функциялары a нүктесінде үзілісті. $f(x) \cdot g(x)$ көбейтіндісінің a нүктесіндегі үзіліссіздігі туралы не айтуға болады. Жауабыңызды негіздеңіз. Мысалдар келтіріңіз.

15. $f(x)$ функциясының a нүктесінде шегі болсын, және $g(x)$ функциясының a нүктесінде шегі жоқ болсын. $f(x)/g(x)$ функциясының a нүктесінде шегінің бар болуы туралы не айтуға болады. Жауабыңызды негіздеңіз. Мысалдар келтіріңіз.

16. $f(x)$ функциясы a нүктесінде үзілісті және $g(x)$ функциясы a нүктесінде үзіліссіз болсын. $f(x) \cdot g(x)$ көбейтіндісінің a нүктесіндегі үзіліссіздігі туралы не айтуға болады? Жауабыңызды негіздеңіз. Мысалдар келтіріңіз.

17. $f(x)$ функциясы a нүктесінде үзіліссіз және $g(x)$ a нүктесінде үзілісті болсын. $f(x)+g(x)$ суммасы мен $f(x)-g(x)$ айырмасының a нүктесіндегі үзіліссіздігі туралы не айтуға болады? Жауабыңызды негіздеңіз. Мысалдар келтіріңіз.

18. $x \rightarrow 0$ болса, келесі теңдіктерді дәлелдеңіз:

а) $(1+x)^n = 1+nx + O(x)$, б) $\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}} = O(\sqrt[8]{x})$

19. $x \rightarrow 0$ болса, келесі теңдіктерді дәлелдеңіз:

а) $(1+x^2)^n = 1+nx^2 + O(x^2)$, б) $\sqrt{x + \sqrt{x}} = O(\sqrt[4]{x})$

20. $x \rightarrow +\infty$ болса, келесі теңдіктерді дәлелдеңіз:

а) $\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}} = O(\sqrt{x})$, б) $\frac{1+x}{1+x^3} = O\left(\frac{1}{x^2}\right)$

21. $x \rightarrow +\infty$ болса, келесі теңдіктерді дәлелдеңіз:

а) $\frac{\arctg x}{1+x^2} = O\left(\frac{1}{x^2}\right)$, б) $x + x^2 \sin x = O(x^2)$

22. $x \rightarrow +\infty$ болса, келесі функциялар үшін n анықтаңыз?

а) $\frac{2x^5 + 3x}{1+x^2} = O(x^n)$, б) $x^2 + 100x + 1 = O(x^n)$

23. $x \rightarrow +\infty$ болса, келесі функциялар үшін n анықтаңыз?

а) $\frac{\arctg x}{1+x^4} = O\left(\frac{1}{x^n}\right)$, б) $x + x^3 \cos 2x = O(x^n)$

24. $x \rightarrow 1$ болса, келесі функциялар үшін n анықтаңыз?

а) $e^x - e = O((x-1)^n)$, б) $\ln x = O((x-1)^n)$

25. $x \rightarrow 1$ болса, келесі функциялар үшін n анықтаңыз?

а) $x^3 - 3x + 2 = O((x-1)^n)$, б) $\sqrt[3]{1-\sqrt{x}} = O((x-1)^n)$

26. $x \rightarrow 2$ болса, келесі функциялар үшін n анықтаңыз?

$$\text{a) } e^x - e^2 = O((x-2)^n), \quad \text{б) } x^3 - 3x - 2 = O((x-2)^n)$$

27. $x \rightarrow 0$ болса, келесі теңдіктерді дәлелдеңіз:

$$\text{a) } 2x - x^2 = O(x), \quad \text{б) } x \sin \sqrt{x} = O(x^{3/2})$$

28. $x \rightarrow 0$ болса, келесі теңдіктерді дәлелдеңіз:

$$\text{a) } 2x^3 - 3x^2 + 1 = O(x^3), \quad \text{б) } \frac{1+x}{1+x^2} = O\left(\frac{1}{x}\right)$$

29. $f(x) + g(x)$ суммасы мен $f(x) - g(x)$ айырмасының интегралдары, $f(x)$ және $g(x)$ функцияларының интегралдануына әсер ете ме? Жауабыңызды негіздеңіз. Мысалдар келтіріңіз.

30. $f(x) \cdot g(x)$ екі функцияның көбейтіндісінің интегралдануы $f(x)$ пен $g(x)$ функцияларының интегралдануына әсер ете ме? Жауабыңызды негіздеңіз. Мысалдар келтіріңіз.

31. $f(x)$ функциясы интегралданады, және $g(x)$ интегралданбайды. $f(x) + g(x)$, $f(x) - g(x)$, $f(x) \cdot g(x)$ интегралдануы жайлы не айтуға болады? Жауабыңызды негіздеңіз. Мысалдар келтіріңіз.

32. $f(x)$ функциясы интегралданады, және $g(x)$ интегралданбайды. $f(x) + g(x)$, $f(x) - g(x)$, $f(x) \cdot g(x)$ интегралдануы жайлы не айтуға болады? Жауабыңызды негіздеңіз. Мысалдар келтіріңіз.

$$33. \int_a^b f(x) dx \geq 0 \text{ және } a < b. \text{ екені белгілі. Осыдан } f(x) \geq 0 \text{ болады ма?}$$

Жауабыңызды негіздеңіз. Мысалдар келтіріңіз.

34. $\int_a^b f(x) dx > \int_a^b g(x) dx$ және $a < b$. екені белгілі. Осыдан $f(x) \geq g(x)$, $\forall x \in [a, b]$ болады ма? Жауабыңызды негіздеңіз. Мысалдар келтіріңіз.

$$35. \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ қатары жинақсыз, және } \sum_{n=1}^{\infty} b_n \text{ қатары жинақсыз. } \sum_{n=1}^{\infty} a_n + b_n$$

жинақтылығы туралы не айтуға болады? Жауабыңызды негіздеңіз. Мысалдар келтіріңіз.

$$36. \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ қатары жинақты, және } \sum_{n=1}^{\infty} b_n \text{ қатары жинақсыз. } \sum_{n=1}^{\infty} a_n + b_n$$

жинақтылығы туралы не айтуға болады? Жауабыңызды негіздеңіз. Мысалдар келтіріңіз.

$$37. \text{ Дәлелдеу керек, егер } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ жинақты болса, онда Дирихле қатары}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{n^x}, x \geq 0 \text{ облысында біртекті жинақты болатынын.}$$

38. Дәлелдеу керек, егер $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ жинақты болса, онда Дирихле қатары

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n e^{-nx}$ $x \geq 0$ облысында біртекті жинақты болатынын.

39. $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n^3}$ функциясы үзіліссіз екендігін және $-\infty < x < +\infty$

облысында үзіліссіз туындысы бар екендігін көрсету керек.

40. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ қатары жинақты, және $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, онда $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ қатары

жинақты бола ма? Жауабыңызды негіздеңіз. Мысалдар келтіріңіз.

41. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ қатары жинақты, және $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, онда $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ қатары

жинақты бола ма? Мысалды қарастырыңыз $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$ және $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}} + \frac{1}{n} \right)$.

42. $(-l, l)$ симметриялық интервалда анықталған кез-келген $f(x)$ функцияны жұп және тақ функциялардың қосындысы ретінде ұсынуға болатындығын дәлелдеу.

43. Жалпы жиынтықта анықталған және кезеңдері сәйкес келетін екі периодты функцияның қосындысы мен көбейтіндісі де бар екенін дәлелденіз

44. Дәлелдеу керек, егер $f(x)$ $(-\infty < x < +\infty)$ $f(x+T) = kf(x)$ теңдігі орындалса, мұнда k мен T — оң тұрақтылар, онда $f(x) = a^x \varphi(x)$, мұнда a — тұрақты, $\varphi(x)$ — T периоды бар периодты функция.

45. $z = x^n f\left(\frac{y}{x^2}\right)$, функциясы, мұнда f — еркін дифференциалданатын

функция, $x \frac{\partial z}{\partial x} + 2y \frac{\partial z}{\partial y} = nz$ теңдігін қанағаттандыратынын дәлелдеу керек.

46. $z = f(x^2 + y^2)$ функциясы, мұнда f — еркін дифференциалданатын

функция, $y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = 0$ теңдігін қанағаттандыратынын дәлелдеу керек.

47. $z = yf(x^2 - y^2)$ функциясы, мұнда f — еркін дифференциалданатын

функция, $y^2 \frac{\partial z}{\partial x} + xy \frac{\partial z}{\partial y} = xz$ теңдігін қанағаттандыратынын дәлелдеу керек.

48. Қарапайым түрге келтіру керек: $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z}$, егер

$u = \frac{1}{12} x^4 - \frac{1}{6} x^3(y+z) + \frac{1}{2} x^2 yz + f(y-x, z-x)$; f — дифференциалданатын функция.

49. Қарапайым түрге келтіру керек: $\sec x \cdot \frac{\partial z}{\partial x} + \sec y \cdot \frac{\partial z}{\partial y}$, егер $z = \sin y + f(\sin x - \sin y)$. f - дифференциалданатын функция.

50. $z = \frac{y^2}{3x} + f(xy)$ функциясы, мұнда f - еркін дифференциалданатын функция, $x^2 \frac{\partial z}{\partial x} - xy \frac{\partial z}{\partial y} + y^2 = 0$ тендеуін қанағаттандыратынын дәлелдеу керек.

Негізгі әдебиеттер

1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. М. Изд. «Лань», 2021, в 3-х тт. Том 1.
2. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. М. Изд. «Лань», 2021, в 3-х тт. Том 2.
3. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. М. Изд. «Лань», 2021, в 3-х тт. Том 3.
4. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа М.: Наука, 2002г.
5. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. М.: Наука, 2005г.
6. Кудрявцев Л.Д. и др. Сборник задач по математическому анализу. – М.: Физматлит, 2018. – 496 с.
7. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления для втузов. – М.: Интеграл - Пресс, 2015, Т.1.
8. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учебное пособие.-Издательство "Лань".-2019.
9. Сборник задач по математике для втузов: Линейная алгебра и основы математического анализа под редакцией Ефимова А.В. и Демидовича Б.П. М.: Наука, 2002г.
10. Сборник задач по математике. Специальные разделы математического анализа под редакцией Ефимова А.В. и Демидовича Б.П. М.: Наука, 2006г.

2 ЭССЕ ТАҚЫРЫПТАРЫ

Эссе түрі-проблемалық-тақырыптық

1. Менің болашақ ғылыми зерттеуім.
2. «Медицинадағы Математика» саласындағы ғылыми зерттеулердің өзектілігі.
3. Қазақстан ғылымына қандай үлес қосамын.
4. «Өнердегі Математика» саласындағы ғылыми зерттеулердің өзектілігі.
5. «Сәулет өнеріндегі Математика» саласындағы ғылыми зерттеулердің өзектілігі.
6. «Аналитика мен бизнес үшін математика негіз» бағытының өзектілігі.
7. «Математика және компьютерлік ғылымдар информатика ғылымдағы болашақтың екі маңызды параллелдері» бағытының өзектілігі.
8. Математикалық негіздеме кез-келген ғылымда құнды.
9. «Математикалық негізделген» нені білдіреді?
10. «Биологиядағы Математика» саласындағы ғылыми зерттеулердің өзектілігі.

ЭССЕ ЖӘНЕ ЕМТИХАН СҰРАҚТАРЫН БАҒАЛАУ КРИТЕРИЙЛЕРІ

1. Тақырыптың толыққанды ашылуы

- ғылыми терминдер мен ұғымдарды дұрыс қолдана отырып, мәселе теориялық деңгейде ашылды;

- мәселені ашу кезінде өзінің көзқарасы (ұстаным, көзқарас) ұсынылған;

- әр түрлі дереккөздерден алынған ақпарат пайдаланылды.

2. Дәлелдемелер, дәлелдеу негізі

- эссе тақырыбына сәйкес келетін ғылыми әдебиеттер мен дереккөздерден дәлелдердің болуы;

- себеп-салдарлық байланыстарды анықтау;

- тарихи, әлеуметтік және жеке тәжірибеден алынған фактілер мен дәлелдердің болуы.

3. Композициялық тұтастық және мазмұндау логикасы

- композициялық тұтастықтың болуы, эссенің құрылымдық компоненттері логикалық түрде байланысқан;

- ішкі логиканың болуы, жекеден жалпыға, жалпыдан жекеге өту білігі;
- қорытынды мен жалпылаудың болуы.

4. Сөйлеу мәдениеті

- академиялық жазбаның жоғары деңгейде көрсетілуі (лексика, ғылыми терминологиядан білімі, грамматика, стилистика).

Емтихан сұрақтары

1 БЛОК

- зерттелетін пәндік саланың негізгі үрдістерін білуін, мәселелерді ашудың тереңдігі мен толықтығын көрсетеді;
- талқыланған мәселе бойынша өз пікірін қисынды және дәйекті түрде көрсетеді;
- ұғымдық-категориялық аппаратты, ғылыми терминологияны меңгерген.

2 БЛОК

- пәндік саланың мәселелерін шешу үшін әдістерді, техникаларды және технологияларды қолданады;
- құбылыстарды, оқиғаларды, үрдістерді дәлелдейді, салыстырады, жіктейді, тәжірибелік дағдылар негізінде қорытынды жасап, жалпылайды;
- әртүрлі дереккөздерден алынған ақпараттарды талдайды.

3 БЛОК

- теориялық және тәжірибелік әзірлемелерді, ғылыми тұжырымдамаларды және ғылым дамуының заманауи үрдістерін сыни тұрғыда талдайды және бағалайды;
- құбылыс үрдістерін талдау кезінде себеп-салдарлық байланыстарды анықтайды.