Қазақстан Республикасының
Ғылым және жоғары білім
министрлігі

«Д. Серікбаев атындағы ШҚТУ»
КЕАҚ

Қазақстан Республикасының
Ғылым және жоғары білім
министрлігі

НАО «ВКТУ имени Д. Серикбаева»

УТВЕРЖДАЮ:
Председатель Ученого Совета
Восточно-Казахстанского
технического университета
имени Д. Серикбаева
____________С.Ж.Рахметуллина
_____ __________________ 2024 г.

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА
В ДОКТОРАНТУРУ PhD
ПО ГРУППЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ПРОГРАММ
D092 – «МАТЕМАТИКА И СТАТИСТИКА»

D092 – «МАТЕМАТИКА И СТАТИСТИКА»
БІЛІМ БЕРУ БАҒДАРЛАМАЛАРЫНЫҢ ТОБЫ БОЙЫНША
PhD ДОКТОРАНТУРАҒА ТҮСЕТІНДЕР ҮШІН ЕМТИХАН БАҒДАРЛАМАСЫ

Усть-Каменогорск
Өскемен
2024

Программа разработана в школе международной школы инженерии на основании нормативных документов: Государственных общеобязательных стандартов высшего и послевузовского образования, утвержденных приказом Министра науки и высшего образования Республики Казахстан от 20 июля 2022 года №2 (с изменениями и дополнениями от 20.02.2023 №66), Правил организации учебного процесса по кредитной технологии обучения в организациях высшего и (или) послевузовского образования, утвержденных приказом Министра образования и науки Республики Казахстан от 20 апреля 2011 года №152 (с изменениями и дополнениями от 29.04.2024 №203), Квалификационных требований, предъявляемых к образовательной деятельности организаций, предоставляющих высшее и (или) послевузовское образование, и перечня документов, подтверждающих соответствие им, утвержденных приказом Министра науки и высшего образования Республики Казахстан от 5 января 2024 года №4.

Разработали Ж.Т. Рахметуллина

Одобрена и утверждена на заседании
Ученого Совета МШИ

Председатель УС МШИ Ж.Т. Рахметуллина

Секретарь УС МШИ
Протокол № 10 от 24.06.2024г. Р.У. Мукашева

Ученый секретарь
ВКТУ имени Д. Серикбаева
Протокол № 15 от 26.06.2024г. Э.С. Нурекенова

1 ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ ПО ПРОФИЛЮ ГРУПП ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ПРОГРАММ

1 раздел. Теоретические вопросы по курсу «Математический анализ»

1. Множество рациональных чисел и их основные свойства. Действительные числа и их основные свойства. Ограниченные и неограниченные множества. Модуль действительного числа и его свойства.
2. Понятие числовой последовательности. Ограниченные и неограниченные числовые последовательности. Монотонные последовательности. Примеры.
3. Бесконечно малые последовательности и их свойства. Бесконечно большие последовательности. Связь между бесконечно малыми и бесконечно большими последовательностями.
4. Понятие предела последовательности. Признак предела последовательности. Свойства сходящихся последовательностей.
5. Предельный переход в неравенствах. Сходимость монотонных последовательностей. Число e .
6. Понятие подпоследовательности. Предел последовательности и подпоследовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
7. Понятие фундаментальной последовательности. Критерий Коши.
8. Понятие верхнего и нижнего пределов последовательности. Примеры.
9. Понятие функции одной переменной. Способы задания функции. Ограниченные и неограниченные функции. Монотонные функции.
10. Предел функции в точке. Эквивалентность определений предела функции по Коши и по Гейне. Свойства предела функции в точке.
11. Замечательные пределы. Бесконечно малые функции. Сравнение бесконечно малых.
12. Непрерывность функции в точке. Свойства функций, непрерывных в точке. Односторонние пределы функции в точке. Примеры. Точки разрыва функции и их классификация. Первая теорема Вейерштрасса. Вторая теорема Вейерштрасса.
13. Понятие производной функции. Связь между существованием производной и непрерывностью. Понятие дифференцируемости функции. Понятие дифференциала и его применение в приближенных вычислениях.
14. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница.
15. Правила Лопиталя. Формула Тейлора для функции одной переменной.
16. Теорема Ферма. Теорема Ролля. Теорема Лагранжа. Теорема Коши.
17. Экстремумы функции. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума. Нахождение наибольших и наименьших значений функции.

18. Выпуклость и вогнутость графиков. Правило нахождения промежутков выпуклости и вогнутости. Точки перегиба.

19. Асимптоты графика. Схема построения графика функции.

20. Первообразная. Неопределенный интеграл и его строение. Основные свойства неопределенного интеграла. Таблица интегралов.

21. Замена переменной в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям в неопределенном интеграле. Метод неопределенных коэффициентов.

22. Интегрирование тригонометрических функций. Универсальная подстановка.

23. Интегрирование иррациональных выражений. Подстановка Эйлера. Дифференциальный бином. Подстановка Чебышева.

24. Определенный интеграл, его геометрический и механический смысл. Суммы Дарбу, их простейшие свойства и связь с интегральными суммами. Необходимое и достаточное условие интегрируемости.

25. Определенный интеграл с переменным верхним пределом. Существование первообразной для непрерывной функции. Формула Ньютона - Лейбница.

26. Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям в определенном интеграле.

27. Приложения определенного интеграла. Площадь криволинейной трапеции. Объем тела вращения. Вычисление длины дуги.

28. Понятие несобственного интеграла I и II рода, теорема сравнения, понятие абсолютной сходимости. (обзорно)

29. Понятие n-мерного евклидова пространства. Открытые и замкнутые множества евклидова пространства. Понятие области. Примеры. Понятие функции нескольких переменных. Примеры.

30. Предел функции двух переменных в точке. Понятие повторных пределов функции двух переменных. Примеры. Непрерывность функции двух переменных в точке. Точки разрыва.

31. Частные производные функции двух переменных. Понятие дифференцируемости функции двух переменных в точке. Понятие полного дифференциала и его применение в приближенных вычислениях. Дифференцирование сложной функции.

32. Производная функции по заданному направлению. Понятие градиента.

33. Частные производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков. Примеры. Формула Тейлора для функции двух переменных.

34. Понятие максимума и минимума функции двух переменных. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия существования экстремума функции двух переменных. Примеры. Наибольшее и наименьшее значение функции двух переменных.

35. Понятие двойного интеграла. Свойства двойного интеграла. Понятие повторного интеграла и его свойства. Вычисление двойного

интеграла с помощью повторных. Замена переменных в двойном интеграле. Переход к полярной системе координат в двойном интеграле.

36. Понятие тройного интеграла и его вычисление. Пример. Геометрические и физические приложения двойных и тройных интегралов. Переход к цилиндрической и сферической системам координат в тройном интеграле.

37. Понятие криволинейных интегралов первого рода и их вычисление. Понятие криволинейных интегралов второго рода и их основные свойства.

38. Криволинейный интеграл по замкнутому контуру. Формула Грина. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.

39. Понятие поверхностного интеграла первого рода. Понятие поверхностного интеграла второго рода. Формула Остроградского. Формула Стокса.

40. Понятие числового ряда. Критерий Коши. Необходимое и достаточное условие сходимости рядов с неотрицательными членами.

41. Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами (признаки сравнения, Даламбера, Коши, Коши-Маклорена).

42. Абсолютная сходимость. Знакочередующиеся ряды. Условная сходимость. АбсолПризнаки признака Абеля и Лейбница).

43. Понятие равномерной сходимости функциональных рядов. Признак Дирихле-Абеля, Признаки Вейерштрасса.

44. Почленное дифференцирование и интегрирование, существование первообразных функций для функциональных последовательностей и рядов.

45. Степенные ряды. Теорема Коши-Адамара.

46. Непрерывность суммы, почленное интегрирование и дифференцирование степенного ряда. Разложение функций в степенные ряды.

47. Тригонометрический ряд Фурье. Ряды Фурье для четных и нечетных функций. Ряды Фурье по произвольной ортогональной системе функций.

48. Определение скалярного поля. Производная скалярного поля по направлению. Градиент скалярного поля.

49. Определение векторного поля. Понятие о векторных линиях и векторных трубках. Поток вектора. Дивергенция. Формула Остроградского-Лиувилля.

50. Циркуляция и ротор векторного поля. Ротор и его свойства. Формула Стокса. Свойства простейших векторных полей.

Основная литература

1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. М. Изд. «Лань», 2021, в 3-х тт. Том 1.
2. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. М. Изд. «Лань», 2021, в 3-х тт. Том 2.

3. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. М. Изд. «Лань», 2021, в 3-х тт. Том 3.

4. Ильин В.А., Позняк Э.Г.Основы математического анализаМ.: Наука, 2002г.

5.Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды.М.: Наука, 2005г.

6.Кудрявцев Л.Д. и др. Сборник задач по математическому анализу. – М.: Физматлит, 2018. – 496 с.

7. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления для втузов. – М.: Интеграл - Пресс, 2015, Т.1.

8.Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учебное пособие.-Издательство "Лань".-2019.

9.Сборник задач по математике для втузов: Линейная алгебра и основы математического анализапод редакцией Ефимова А.В. и Демидовича Б.П. М.: Наука, 2002г.

10. Сборник задач по математике. Специальные разделы математического анализа под редакцией Ефимова А.В. и Демидовича Б.П. М.: Наука, 2006г.

2 раздел «Дифференциальные уравнения»

1. Понятие дифференциального уравнения и его порядка. Определение решения обыкновенного дифференциального уравнения.
2. Составление дифференциального уравнения 1-го порядка по его общему интегралу.
3. Задача Коши для обыкновенного дифференциального уравнения 1-го порядка. Теорема Коши (без доказательства).
4. Определение общего решения (общего интеграла) дифференциального уравнения y'= f (x, y). Понятие особого решения дифференциального уравнения.
5. Геометрическое истолкование дифференциального уравнения y'= f (x, y) и его решений.
6. Метод изоклин решения дифференциальных уравнений вида y'= f (x, y).
7. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.
8. Дифференциальные уравнения первого порядка, приводимые к уравнениям с разделяющимися переменными.
9. Решение геометрических и физических задач с помощью составления дифференциальных уравнений
10. Дифференциальное уравнение y'= f (x, y), однородное относительно x и y.
11. Дифференциальное уравнение первого порядка, приводимые к однородным относительно x и y.
12. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Метод Бернулли.
13. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Метод вариации произвольных постоянных.
14. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Уравнение Бернулли.
15. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Уравнение Риккати. Пример.
16. Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах.
17. Понятие интегрирующего множителя. Условия существования интегрирующего множителя.
18. Дифференциальные уравнения 1-го порядка, не разрешенные относительно производной.
19. Уравнение Лагранжа. Уравнение Клеро.
20. Построение последовательных приближений решения дифференциального уравнения 1-го порядка по теореме Коши.
21. Задача Коши и теорема Коши (без доказательства) для уравнений высшего порядка.
22. Понятия общего и частного решений дифференциальных уравнений высшего порядка.
23. Решение уравнений высших порядков вида методом последовательных интегрирований.

24. Уравнения высшего порядка, явно не содержащие независимой переменной.
25. Уравнения высшего порядка, явно не содержащие искомой функции.
26. Понятие линейного дифференциального уравнения высшего порядка. Теорема Коши для линейных дифференциальных уравнений 2-го порядка.
27. Однородные линейные уравнения 2-го порядка. Фундаментальная система решений.
28. Построение общего решения однородных линейных уравнений 2-го порядка. Формула Остроградского-Лиувилля.
29. Неоднородные линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка. Структура общего решения.
30. Отыскание частного решения неоднородного линейного уравнения 2-го порядка методом вариации произвольных постоянных.
31. Интегрирование линейных дифференциальных уравнений при помощи степенных рядов.
32. Однородные линейные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Построение общего решения.
33. Линейные неоднородные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Отыскание общего решения методом вариации произвольных постоянных.
34. Решение линейных неоднородных уравнений 2-го порядка с постоянными коэффициентами методом неопределенных коэффициентов.
35. Применение линейных дифференциальных уравнений к изучению колебательных движений. Свободные колебания и явление резонанса.
36. Нормальная система дифференциальных уравнений. Задача Коши и теорема о существовании и единственности решения.
37. Сведение дифференциальных уравнений n-го порядка к нормальной системе уравнений.
38. Системы однородных линейных дифференциальных уравнений 1-го порядка. Структура общего решения.
39. Матричный метод решения систем линейных дифференциальных уравнений 1-го порядка.
40. Системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений 1-го порядка.
41. Дифференциальное уравнение с частными производными и понятие о его общем решении.
42. Задача Коши для линейных однородных дифференциальных уравнений с частными производными 1-го порядка и ее решение.
43. Об истории становления и развития теории дифференциальных уравнении
44. Уравнения, не разрешенных относительно производной и методы их решения.

45.. Формулировка теоремы существования и единственности для дифференциального уравнения n-го порядка.
46. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами и уравнения Эйлера.
47. Системы линейных дифференциальных уравнений и метод сведения их к линейному дифференциальному уравнению.
48. Основные понятия теории устойчивости. Устойчивость по Ляпунову. Методы исследования на устойчивость.
49. Условия устойчивости для однородных систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
50. Понятие устойчивости решения нормальной системы дифференциальных уравнений.

Основная литература

1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. М., 2009. Т1,2.

2. Амельсин В.В.Дифференциальные уравнения в приложениях. - М.: Наука, 2011.

3. Васильева А.Б., Тихонов А.Н. Интегральные уравнения.– М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. 5 А.Н.Тихонов. Дифференциальные уравнения: учебник для вузов.- М.:Лань, 2008.

4. Васильева А.Б., Медведев Г.Н., Тихонов А.Н. Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах. – М.:ФИЗМАТЛИТ,2012.

5. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного переменного. – М.: Дрофа, 2006.

6. Тихонов А.Н., Васильева А.В., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. М., «Наука», 1965.

7. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М., «Наука», 1976.

8.Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М., «Наука», 1977.

9. Михлин С.Г. Курс математической физики. М., «Наука», 1979.

10 Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. М., Физматгиз, 1958.

3 раздел практическая часть «Математический анализ»

1. Известно, что $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$ Докажите, что $\lim\limits_{n\to\infty}(x_{n+1} - x_n) = 0$

2. Известно, что $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$. Докажите, что $\lim\limits_{n\to\infty}(x_{n+1} - x_n)^n = 0$

3. Пусть последовательность $\{x_n\}$ сходится, а последовательность $\{y_n\}$ расходится. Что можно сказать о сходимости $\{x_n + y_n\}$? Обоснуйте ответ. Приведите примеры.

4. Пусть последовательность $\{x_n\}$ расходится, а последовательность $\{y_n\}$ расходится. Что можно сказать о сходимости $\{x_n + y_n\}$? Обоснуйте ответ. Приведите примеры.

5. Пусть последовательность $\{x_n\}$ сходится, а последовательность $\{y_n\}$ расходится. Что можно сказать о сходимости $\{x_n \cdot y_n\}$? Обоснуйте ответ. Приведите примеры.

6. Пусть последовательность $\{x_n\}$ расходится, а последовательность $\{y_n\}$ расходится. Что можно сказать о сходимости $\{x_n \cdot y_n\}$? Обоснуйте ответ. Приведите примеры.

7. Пусть последовательность $\{x_n\}$ сходится, а последовательность $\{y_n\}$ расходится. Что можно сказать о сходимости $\{x_n / y_n\}$? Обоснуйте ответ. Приведите примеры.

8. Пусть последовательность $\{x_n\}$ расходится, а последовательность $\{y_n\}$ расходится. Что можно сказать о сходимости $\{x_n / y_n\}$? Обоснуйте ответ. Приведите примеры.

9. Пользуясь определением предела последовательности, докажите что

$$а)\ \lim_{n\to\infty}\frac{(-1)^n}{n} = 0 \quad б)\ \lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt[3]{n}^2 \sin n^n}{n-1} = 0 \quad в)\ \lim_{n\to\infty}(0{,}8)^n = 0.$$

10. Исследуйте вопрос о сходимости последовательности $x_n = \dfrac{n^\alpha - 1}{2n^2 + n + 1}$ в зависимости от параметра α.

11. Докажите, что сумма бесконечно малой в точке a функции и ограниченной в окрестности точки a функции является ограниченной функцией в некоторой окрестности точки a.

12. $f(x)$ имеет предел в точке a, а функция $g(x)$ не имеет предела в этой точке a. Что можно сказать о существовании пределов суммы $f(x) + g(x)$ и разности $f(x) - g(x)$ в точке a? Ответ обоснуйте. Приведите примеры.

13. Пусть функция $f(x)$ и $g(x)$ разрывны в точке a. Что можно сказать о непрерывности суммы $f(x) + g(x)$ в точке a? Ответ обоснуйте. Приведите примеры.

14. Пусть функция $f(x)$ и $g(x)$ разрывны в точке a. Что можно сказать о непрерывности произведения $f(x)\cdot g(x)$ в точке a? Ответ обоснуйте. Приведите примеры.

15. Пусть функция $f(x)$ имеет предел в точке a, и не существует предел функции $g(x)$ в точке a. Что можно сказать о существовании пределов отношения $f(x)/g(x)$ в точке a? Ответ обоснуйте. Приведите примеры.

16. Пусть функция $f(x)$ непрерывна в точке a и $g(x)$ разрывна в точке a. Что можно сказать о непрерывности произведения $f(x)\cdot g(x)$ в точке a? Ответ обоснуйте. Приведите примеры.

17. Пусть функция $f(x)$ непрерывна в точке a и $g(x)$ разрывна в точке a. Что можно сказать о непрерывности суммы $f(x)+g(x)$ и разности $f(x)-g(x)$ в точке a? Ответ обоснуйте. Приведите примеры.

18. Пусть $x \to 0$. Доказать следующие равенства:

а) $(1+x)^n = 1+nx+O(x)$, б) $\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}} = O(\sqrt[8]{x})$

19. Пусть $x \to 0$. Доказать следующие равенства:

а) $(1+x^2)^n = 1+nx^2+O(x^2)$, б) $\sqrt{x+\sqrt{x}} = O(\sqrt[4]{x})$

20. Пусть $x \to +\infty$. Доказать следующие равенства:

а) $\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}} = O(\sqrt{x})$, б) $\dfrac{1+x}{1+x^3} = O\left(\dfrac{1}{x^2}\right)$

21. Пусть $x \to +\infty$. Доказать следующие равенства:

а) $\dfrac{arctgx}{1+x^2} = O\left(\dfrac{1}{x^2}\right)$, б) $x+x^2\sin x = O(x^2)$

22. При $x \to +\infty$ для следующих функции определить n?

а) $\dfrac{2x^5+3x}{1+x^2} = O(x^n)$, б) $x^2+100x+1 = O(x^n)$

23. При $x \to +\infty$ для следующих функции определить n?

а) $\dfrac{arctgx}{1+x^4} = O\left(\dfrac{1}{x^n}\right)$, б) $x+x^3\cos 2x = O(x^n)$

24. При $x \to 1$ для следующих функции определить n?

а) $e^x - e = O((x-1)^n)$, б) $\ln x = O((x-1)^n)$

25. При $x \to 1$ для следующих функции определить n?

а) $x^3-3x+2 = O((x-1)^n)$, б) $\sqrt[3]{1-\sqrt{x}} = O((x-1)^n)$

26. При $x \to 2$ для следующих функции определить n?

а) $e^x - e^2 = O((x-2)^n)$, б) $x^3-3x-2 = O((x-2)^n)$

27. Пусть $x \to 0$. Доказать следующие равенства:

а) $2x - x^2 = O(x)$, б) $x\sin\sqrt{x} = O(x^{3/2})$

28. Пусть $x \to 0$. Доказать следующие равенства:

а) $2x^3-3x^2+1=O(x^3)$, б) $\dfrac{1+x}{1+x^2}=O\left(\dfrac{1}{x}\right)$

29. Следует ли из интегрируемости суммы двух функции $f(x)+g(x)$ и разности $f(x)+g(x)$, интегрируемость $f(x)$ и $g(x)$? Ответ обоснуйте. Приведите примеры.

30. Следует ли из интегрируемости произведения двух функции $f(x)\cdot g(x)$, интегрируемость $f(x)$ и $g(x)$? Ответ обоснуйте. Приведите примеры.

31. Функция $f(x)$ интегрируема, и $g(x)$ неинтегрируема? Что можно сказать об интегрируемости $f(x)+g(x)$, $f(x)+g(x)$, $f(x)\cdot g(x)$? Ответ обоснуйте. Приведите примеры.

32. Функция $f(x)$ неинтегрируема, и $g(x)$ неинтегрируема. Что можно сказать об интегрируемости $f(x)+g(x)$, $f(x)+g(x)$, $f(x)\cdot g(x)$? Ответ обоснуйте. Приведите примеры.

33. Известно что, $\int\limits_a^b f(x)dx\geq 0$ и $a<b$. Следует ли отсюда, что $f(x)\geq 0$? Ответ обоснуйте. Приведите примеры.

34. Известно что, $\int\limits_a^b f(x)dx>\int\limits_a^b g(x)dx$ и $a<b$. Следует ли отсюда, что $f(x)\geq g(x)$, $\forall x\in[a,b]$? Ответ обоснуйте. Приведите примеры.

35. Ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ расходится, и $\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n$ расходится. Что можно сказать о сходимости $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n+b_n$? Ответ обоснуйте. Приведите примеры.

36. Ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ сходится, и $\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n$ расходится. Что можно сказать о сходимости $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n+b_n$? Ответ обоснуйте. Приведите примеры.

37. Доказать, что если $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ сходится, то ряд Дирихле $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{a_n}{n^x}$ сходится равномерно в области $x\geq 0$.

38. Доказать, что если $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ сходится, то ряд Дирихле $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n e^{-nx}$ сходится равномерно в области $x\geq 0$.

39. Показать, что функция $f(x)=\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sin nx}{n^3}$ непрерывна и имеет непрерывную производную в области $-\infty<x<+\infty$.

40. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ сходится, и $\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, то можно ли утверждать, что ряд $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ сходится. Ответ обоснуйте. Приведите примеры.

41. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ сходится, и $\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, то можно ли утверждать, что ряд $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ сходится. Рассмотреть пример $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$ и $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}} + \frac{1}{n} \right)$.

42. Доказать, что всякую функцию $f(x)$, определенную в симметричном интервале $(-l, l)$, можно представить в виде суммы четной и нечетной функций.

43. Доказать, что сумма и произведение двух периодических функций, которые определены на общем множестве и периоды которых соизмеримы, есть функции также периодические.

44. Доказать, что если для функции $f(x)$ $(-\infty < x < +\infty)$, выполнено равенство $f(x+T) = kf(x)$, где k и T –положительные постоянные, то $f(x) = a^x \varphi(x)$, где a –постоянная, $\varphi(x)$-периодическая функция с периодом T.

45. Показать, что функция $z = x^n f\left(\frac{y}{x^2}\right)$, где f-произвольная дифференцируемая функция, удовлетворяет уравнению $x\frac{\partial z}{\partial x} + 2y\frac{\partial z}{\partial y} = nz$.

46. Показать, что функция $z = f\left(x^2 + y^2\right)$, где f-произвольная дифференцируемая функция, удовлетворяет уравнению $y\frac{\partial z}{\partial x} - x\frac{\partial z}{\partial y} = 0$.

47. Показать, что функция $z = yf\left(x^2 - y^2\right)$, где f-произвольная дифференцируемая функция, удовлетворяет уравнению $y^2\frac{\partial z}{\partial x} + xy\frac{\partial z}{\partial y} = xz$.

48. Упростить выражение $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z}$, если

$$u = \frac{1}{12}x^4 - \frac{1}{6}x^3(y+z) + \frac{1}{2}x^2yz + f(y-x, z-x)$$

f - дифференцируемая функция.

49. Упростить выражение $\sec x \cdot \frac{\partial z}{\partial x} + \sec y \cdot \frac{\partial z}{\partial y}$, если $z = \sin y + f(\sin x - \sin y)$

f - дифференцируемая функция.

50. Показать, что функция $z = \frac{y^2}{3x} + f(xy)$, где f -произвольная дифференцируемая функция, удовлетворяет уравнению $x^2 \frac{\partial z}{\partial x} - xy \frac{\partial z}{\partial y} + y^2 = 0$

Основная литература

1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. М. Изд. «Лань», 2021, в 3-х тт. Том 1.
2. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. М. Изд. «Лань», 2021, в 3-х тт. Том 2.
3. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. М. Изд. «Лань», 2021, в 3-х тт. Том 3.
4. Ильин В.А., Позняк Э.Г.Основы математического анализаМ.: Наука, 2002г.
5. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды.М.: Наука, 2005г.
6. Кудрявцев Л.Д. и др. Сборник задач по математическому анализу. – М.: Физматлит, 2018. – 496 с.
7. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления для втузов. – М.: Интеграл - Пресс, 2015, Т.1.
8. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учебное пособие.-Издательство "Лань".-2019.
9. Сборник задач по математике для втузов: Линейная алгебра и основы математического анализапод редакцией Ефимова А.В. и Демидовича Б.П. М.: Наука, 2002г.
10. Сборник задач по математике. Специальные разделы математического анализа под редакцией Ефимова А.В. и Демидовича Б.П. М.: Наука, 2006г.

2 ТЕМЫ ЭССЕ

Вид эссе - Проблемно-тематическое

1. Мое будущее научное исследование.
2. Актуальность научных исследований в области «Математика в медицине».
3. Какой вклад внесу в науку Казахстана.
4. Актуальность научных исследований в области «Математика в искусстве».
5. Актуальность научных исследований в области «Математика в архитектуре».
6. Актуальность направления «Математика основа для аналитики и бизнеса».
7. Актуальность направления «Математика и компьютерные науки две важные параллели будущего в науке».
8. Математическое обоснование в любой науке есть ценное.
9. Что значит в науке «математически обоснованно»?
10. Актуальность научных исследований в области «Математика в биологии».

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ЭССЕ И ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ ВОПРОСОВ

1. Глубина раскрытия темы

- проблема раскрыта на теоретичном уровне, с корректным использованием научных терминов и понятий;

- представлена собственная точка зрения (позиция, отношение) при раскрытии проблемы;

- использована информация из различных источников.

2. Аргументация, доказательная база

- наличие аргументов из научной литературы и источников, соответствующих теме эссе;

- выявление причинно-следственных связей;

- наличие фактов и доказательств из исторического, социального и личного опыта.

3. Композиционная цельность и логика изложения

- наличие композиционной цельности, структурные компоненты эссе логически связаны;

- наличие внутренней логики, умение идти от частного к общему, от общего к частному;

- наличие выводов и обобщений.

4. Речевая культура

- демонстрация высокого уровня академического письма (лексика, знание научной терминологии, грамматика, стилистика)

Экзаменационные вопросы

1 БЛОК

- демонстрирует знание основных процессов изучаемой предметной области, глубина и полнота раскрытия вопросов;

- логично и последовательно выражает собственное мнение по обсуждаемой проблеме;

- владеет понятийно-категориальным аппаратом, научной терминологией.

2 БЛОК

- применяет методы, техники, технологии для решения проблем предметной области;

- аргументирует, сравнивает, классифицирует явления, события, процессы, делает выводы и обобщения на основе практических навыков;

- анализирует информацию из различных источников.

3 БЛОК

- критически анализирует и оценивает теоретические и практические разработки, научные концепции и современные тенденции развития науки;

- выявляет причинно-следственные связи при анализе процессов явлений.