ВОСТОЧНО-КАЗАХСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. Д. СЕРИКБАЕВА
Факультет информационных технологий и бизнеса

УТВЕРЖДАЮ
Декан ФИТиБ

_________ Н.Денисова
_________________2016 г.

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ЭКЗАМЕНОВ В ДОКТОРАНТУРУ Ph.D.
по специальности 6D060100 –Математика

УСТЬ-КАМЕНОГОРСК
2016 г.

Вопросы для вступительного экзамена в докторантуру Ph.D
по специальности “6D060100- МАТЕМАТИКА”

Математический анализ

1. Принцип вложенных отрезков.
2. Теорема о существовании предела монотонной последовательности. Число e.
3. Эквивалентность определений предела функции в точке на языке $\varepsilon-\delta$ и на языке последовательностей. Два замечательных предела.
4. Непрерывность функции одной переменной в точке. Точки разрыва и их классификация. Ограниченность функции, непрерывной на отрезке.
5. Равномерная непрерывность функции на отрезке. Теорема Кантора.
6. Дифференцируемость функции одной переменной. Производная. Единственность.
7. Теоремы Ролля, Лагранжа и Коши.
8. Правило Лопиталя в предельных переходах.
9. Критерий интегрируемости функции по Риману в терминах множества точек разрыва. Классы интегрируемых функций.
10. Первообразные. Теорема о существовании первообразной у каждой непрерывной функции. Формула Ньютона-Лейбница.
11. Определенный интеграл с переменным верхним пределом. Непрерывность. Дифференцируемость.
12. Формула Тейлора. Разложение функций в степенной ряд. Разложение основных элементарных функций.
13. Несобственные интегралы I и II рода.
14. Дифференцируемость в точке функции многих переменных. Достаточные условия дифференцируемости.
15. Определение, существование, непрерывность и дифференцируемость неявной функции.
16. Числовые ряды. Критерий Коши сходимости ряда.
17. Положительные ряды. Сходимость. Признаки сходимости положительных рядов.
18. Знакочередующиеся ряды. Теорема Лейбница.
19. Структура области сходимости степенного ряда. Формула Коши-Адамара. Радиус сходимости.
20. Почленное интегрирование и почленное дифференцирование функционального ряда.

Алгебра и геометрия

1. Аксиоматика и примеры колец и полей.
2. Характеристика поля. Минимальные подполя.
3. Кольцо вычетов по модулю n. Поле Z_p.
4. Делимость в кольцах, обратимые элементы кольца.
5. Подкольца, идеалы. Простые и максимальные идеалы. Делители нуля.
6. Фактор-кольцо. Теорема о гомоморфизмах колец.
7. Модуль, гомоморфизмы модулей. Прямые произведения и суммы модулей.
8. Конечномерные векторные пространства. Аксиоматика и примеры. Базис. Размерность.
9. Подпространства векторного пространства. Сумма и пересечение подпространств. Фактор-пространство.
10. Изоморфизм векторных пространств.

11. Ортонормированные системы в евклидовых пространствах.
12. Изоморфизм унитарных пространств.
13. Подпространства евклидова пространства, ортогональные дополнения.
14. Гомоморфизмы и изоморфизмы групп. Теоремы о гомоморфизмах групп.
15. Подгруппы, нормальные подгруппы.
16. Группы подстановок. Теорема Кэли.
17. Многочлены от одной переменной. Поле разложения многочлена.
18. Многочлены от *n* переменных. Лексикографический порядок, старшие одночлены.
19. Поле рациональных дробей.
20. Матрица линейного оператора. Связь между матрицами конечномерного линейного оператора в различных базисах.
21. Жорданова форма линейного оператора в конечномерных пространствах.
22. Самосопряженные линейные операторы. Определение. Основные свойства.
23. Унитарные и ортогональные операторы в евклидовых пространствах.
24. Квадратичные формы. Закон инерции. Критерий Сильвестра.
25. Различные виды задания уравнений прямой и плоскости.
26. Классификация кривых второго порядка.
27. Аффинные и евклидовы многомерные пространства.

Дифференциальные уравнения и уравнения математической физики

1. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка и методы их решения.
2. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка.
3. Теорема о непрерывной зависимости решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка от параметров и от начальных данных.
4. Линейные обыкновенные дифференциальные уравнения (ОДУ). Общие свойства. Однородные ОДУ. Фундаментальная система решений. Вронскиан. Общее решение однородного ОДУ.
5. Однородные линейные обыкновенные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Построение фундаментальной системы решений.
6. Однородная система линейных обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ). Фундаментальная система решений. Структура общего решения однородной системы ОДУ.
7. Однородная система линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Построение фундаментальной системы решений.
8. Неоднородные линейные обыкновенные дифференциальные уравнения. Общее решение. Метод Лагранжа вариации постоянных.
9. Неоднородная система линейных обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Лагранжа вариации постоянных.
10. Постановка краевых задач для линейного обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка. Теорема существования и единственности решения краевой задачи.
11. Функция Грина и ее явные представления. Интегральное представление решения краевой задачи. Теорема существования и единственности решения краевой задачи.
12. Основные уравнения математической физики, постановка для них задачи Коши и краевых задач. Корректность постановки задачи. Пример Адамара.
13. Классификация уравнений с частными производными и приведение их к каноническому виду. Понятие характеристики.

14. Уравнение Лапласа. Фундаментальное решение. Теоремы единственности решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа.
15. Функция Грина для уравнения Лапласа и ее свойства. Функция Грина для круга. Формула Пуассона. Некоторые следствия из формулы Пуассона (неравенство Гарнака, теоремы Лиувилля и Гарнака).
16. Решение смешанной краевой задач для уравнения колебаний струны методом Фурье. Задача о собственных значениях и собственных функциях.
17. Решение начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности методом Фурье. Собственные значения и собственные функции, и их свойства.
18. Решение задачи Коши для уравнения колебаний струны. Формула Даламбера.
19. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности. Формула Пуассона.

Функциональный анализ

1. Компактные множества в метрическом пространстве. Теорема Хаусдорфа.
2. Полные метрические пространства. Теорема о вложенных шарах.
3. Гильбертовы пространства, пространства l^2 и $L^2(a,b)$. Изоморфизм гильбертовых пространств.
4. Теорема Хана - Банаха о продолжении линейного функционала.
5. Метрические пространства. Множества всюду плотные и нигде не плотные.
6. Линейные операторы в нормированных пространствах. Непрерывность и ограниченность.
7. Общий вид линейных функционалов в гильбертовом пространстве (теорема Рисса).
8. Теорема Рисса – Фишера.
9. Разложение в ряд Фурье по ортонормированной системе. Неравенство Бесселя.
10. Полнота ортонормированной системы в евклидовом пространстве. Критерий полноты.
11. Ортогональные дополнения в гильбертовом пространстве. Теорема о разложения.
12. Принцип сжимающих отображений и его применения.

Литература:

1. Н. Темірғалиев. “Математикалық анализ”, т.1, 2, 3.
2. У.Рудин. «Основы математического анализа». М.: Мир, 1976 г.
3. Л.А. Люстерник, В.И. Соболев. ”Элементы функционального анализа”. М. Наука, 1965 г.
4. А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. “Элементы теории функций и функционального анализа”. М.: Наука, 1968 г.
5. У. Рудин ”Функциональный анализ”. М.: Мир, 1975 г.
6. Тихонов А.Н., Васильева А.В., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. М., «Наука», 1965.
7. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М., «Наука», 1976.
8. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М., «Наука», 1977.
9. Михлин С.Г. Курс математической физики. М., «Наука», 1979.
10. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. М., Физматгиз, 1958.
11. Кострикин А.И. Введение в алгебру. – М., 1982
12. Курош А.Г. Теория групп. – М., 2005
13. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра - М., 1979
14. Каргаполов М.И., Мерзляков Ю.И. Основы теории групп – М., 1982
15. Курош А.Г. Курс высшей алгебры – М., 1979

16. Александров П.С. Лекции по аналитической геометрии. – М.: Наука, 1968.
17. Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия. Ч.1,2 – М.: Просвещение, 1986.
18. Александров А.Д., Нецветаев Н.Ю. Геометрия. М., Наука, 1990.
19. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. – М.: Наука, 1980.
20. Ван дер варден Б. Алгебра - М., 1980.

Заведующий кафедрой «Высшая математика»,

д.п.н., профессор **Тыныбекова С.Д.**